ISSN 2181-3187

KASODLIK EHTIMOLLIGINING ANIQ HISOBIGA DOIR MISOL

Turaxanov Jaxongir Utkir o'g'li.
Termiz davlat pedagogika instituti
jaxongirturaxanov1995@gmail.com
Denov tadbirkorlik pedagogika instituti
Rustamov Bilol Muxbiddinovich
Rustamov374@gmail.com

Annotatsiya.Sug'urta kompaniyasi faoliyatining optimalligini belgilaydigan mezonlaridan yana biri bu – sug'urta kompaniyasining "kasodlik" ehtimolligiga asoslanadi. Bu ehtimollik risk jarayonini ma'lum vaqt oralig'ida belgilangan darajadan pastga tushib ketishi bilan bog'liq hodisalar uchun aniqlanadi.

Kalit so'zlar: Sug'urta , kasodlik, risk jarayonlari, Lundberg bahosi.

Masala. Faraz qilaylik, sug'urta to'lovlari intensivligi $\lambda = 3$, sug'urta premiyalari tezligi $c = 1$ bo'lib, sug'urta to'lovi $1/9$ ehtimollik bilan o'rta qiymati $1/3$ bo'lgan ekaponentsial taqsimotga, $8/9$ ehtimollik bilan esa o'rta qiymati $1/6$ bo'lgan ekaponentsial taqsimotga ega bo'lsin (demak, sug'urta to'lovi koeffitsientlari $\left(1/9, 8/9\right)$ bo'lgan "qorishma" eksponentsial taqsimotga ega bo'ladi). Kasodlik ehtimolligi $\psi(u)$ ni boshlang'ich kapital u dan bog'liqligi, ya'ni $\psi(u)$ funksiyaning aniq ko'rinishi topilsin.

Yechish. Masalaning shartlari bo'yicha, sug'urta to'lovi taqsimotining zichlik funksiya

$$p(x) = \frac{1}{9} p_1(x) + \frac{8}{9} p_2(x)$$

"qorishma " ko'rinishida bo'lib, unda:

$$p_1(x) = 3e^{-3x}, \quad p_2(x) = 6e^{-6x}, \; x > 0$$

bo'ladi. Demak,

$$p(x) = \frac{1}{9} 3e^{-3x} + \frac{8}{9} 6e^{-6x} = \frac{1}{3} e^{-3x} + \frac{16}{3} e^{-6x}.$$

Bu zichlik funksiyasi $p(x)$ ning Laplas almashtirishi

$$\varphi(s) = \int_0^\infty e^{-sx} p(x)\,dx, \quad x \ge 0$$

koeffitsientlari $\left(1/9, 8/9\right)$ bo'lgan $p_1(x)$ va $p_2(x)$ zichlik funksiyalarning mos ravishda Laplas almashtirishlarining "qorishmasi" ga teng bo'ladi:

ISSN 2181-3187

$$\varphi(s)=\frac{1}{9}\frac{3}{3+s}+\frac{8}{9}\frac{6}{6+s}=\frac{17s+54}{3\left(s^2+9s+13\right)}$$

Xuddi shuningdek, $p(x)$ zichlik funksiyasining o‘rta qiymati

$$m=\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{3}+\frac{8}{9}\cdot\frac{1}{6}=\frac{5}{27}.$$

Nisbiy “himoya” yuklamasi

$$\theta=\frac{c}{\lambda m}-1=\frac{c-\lambda m}{\lambda m}=\frac{1}{3\cdot\frac{5}{27}}-1=\frac{4}{5}.$$

Keltirilgan bu aniq qiymatlarni yuqoridagi formulaga qo‘yib, murakkab bo‘lmagan algebrayik soddalashtirishlarni amalga oshirib,

$$\rho(s)=\frac{5s+18}{9\left(s^2+6s+8\right)}=\int_0^\infty e^{-su}\psi(u)\,du$$

formulani hosil qilamiz.

Laplas almashtirishlaridan original funksiyalarga o‘tish maqsadida, oxirgi formulaning o‘rtasida turgan ifodani “soda kasrlar” yig‘indisi ko‘rinishida yozamiz:

$$\rho(s)\frac{4/9}{s+2}+\frac{1/9}{s+4}=\frac{2}{9}\cdot\frac{2}{s+2}+\frac{1}{36}\cdot\frac{4}{s+4}$$

Endi

$$\int_0^\infty e^{-sx}\left(ae^{-ax}\right)dx=\frac{a}{a+s},\ a>0$$

formuladan foydalanib, Laplas almashtirishidan original funksiyaga o‘tib, quyidagi yakuniy natijani olamiz:

$$\psi(u)=\frac{2}{9}2e^{-2u}+\frac{1}{36}4e^{-4u}=\frac{4}{9}e^{-2u}+\frac{1}{9}e^{-4u}.$$

Kasodlik ehtimolligi $\psi(u)$ uchun keltirilgan aniq formulani Lundberg tengsizligi bilan taqqoslaymiz. Bundan oldin xarakteristik koeffitsiyent r ni hisoblaymiz.

Sug‘urta to‘lovi X ning taqsimotini Laplas almashtirishi $\varphi(s)$ oraliq $(-3;\infty)$ da aniqlangan bo‘lib, yuqoridagi formula ko‘rinishiga ega bo‘ladi. Shu sababli momentlar hosil qiluvchi funksiya $E(t)$ yarim to‘g‘ri chiqiz $(-\infty;3)$ da

$$E(t)=\frac{-17t+54}{3\left(t^2-9t+18\right)}$$

formula bilan aniqlanadi.

Alohida qayd qilib o‘tamizki, yuqoridagi tenglikning o‘ng tomonidagi funksiya hamma $t\neq 3,\,6$ nuqtalarda aniqlangan bo‘lsada, u faqat $t\in(-\infty;3)$ lar uchun $E(t)$ funksiyani ifoda etadi, xolos. Buni hisobga olgan holda xarakteristik koeffitsient r

$$\frac{-17t+54}{3\left(t^2-9t+18\right)}=1+\frac{t}{3}$$

ISSN 2181-3187

tenglamaning yechimi bo'lishi kerakligiga ishonch hosil qilamiz. Bu tenglama sodda almashtirishlardan so'ng

$$t^3-6t^2+8t=0$$

tenglamaga keltiriladi. Bu tenglama

$$t_0=0,\ t_1=2,\ t_3=4$$

yechimlarga ega bo'ladi. Lekin yuqoridagi tenglik faqat $t<3$ qiymatlarda o'rinli bo'lishidan (11) tenglamaning yagona musbat $t_1=r=2$ yechimi mavjudligi kelib chiqadi.

O'rganilayotgan masala shartlari bajarilganda Lundberg tengsizligi

$$4/9\,e^{-2u}+1/9\,e^{-4u}\le e^{-2u}$$

ko'rinishida bo'ladi.

Kasodlik ehtimolligi $\psi(u)$ni Lundberg bahosi bilan almashtirganda yuzaga keladigan nisbiy xatolik uchun

$$\frac{\left|\psi(u)-e^{-ru}\right|}{e^{-ru}}=\frac{5}{9}-\frac{1}{9}e^{-2u}$$

tenglik bajariladi. Ammo, e^{-2u} miqdor kichik bo'lgani uchun, bu xatolik $\frac{5}{9}\approx 56\%$. Agar biz bu formulalarni, fiksirlangan kichik ε tartibdagi kasodlik ehtimolligini ta'min etadigan rezerv fondi $R_n$ni topish uchun qo'llasak, nisbiy xatolik ancha kichik bo'ladi.

Masalan, $\varepsilon=0.1\%$ uchun aniq formula $u\approx 3.04$ qiymatni beradi, shu bilan bir vaqtda Lundberg tengsizligi $u\approx 3.45$ taqribiy qiymatni ta'min etadi va nisbiy xatolik taxminan 12% ni tashkil etadi.

Bulardan tashqari,

$$\psi'(r)=\frac{17r^2-108r+100}{3\left(r^2-9r+18\right)}=\frac{2}{3}.$$

Demak, o'rganilayotgan masala uchun Kramer-Lundberg asimptotikasi

$$R(u)\sim\frac{4}{9}e^{-2u},$$

xuddi kutilganidek, aniq formula (9) ning bosh hadi bilan ustma-ust tushadi. Bu holda $\psi(u)$ni Kramer-Lundberg asimptotikasi bilan almashtirishda yuzaga keladigan nisbiylik xatolik

$$\frac{R(u)-4/9\,e^{-2u}}{4/9\,e^{-2u}}=\frac{1}{4}e^{-2u}$$

ifodaga teng bo'ladi. Masalan, $u=3$ uchun bu xatolik 0.1% dan kam bo'ladi.

ISSN 2181-3187

Adabiyotlar ro‘yxati

1. Formonov Sh.Q. Aktuar matematika. Darslik. Toshknt, “Mumtoz so’z” 2018
2. FormanovSh.Q. Ehtimolliklar nazariyasi. Darslik. Toshkent, “Universitet”, 2014
3. Фалин Г. И., Фалин А. И. Теория риска для актуариев в задачах, М.: Изд-во «Мир», 2004