ISSN 2181-3187

BIR O'ZGARUVCHILI FUNKSIYA LIMITINI TOPISHDA KOMPYUTER TEXNOLOGIYALARIDAN FOYDALANISH

Shahrisabz davlat pedagogika instituti
Xoshimova D.K, Berdiyev B.E
e-mail: hoshimovadilobar321@gmail.com
e-mail: bberdiyev232@gmail.com

Annotatsiya. Ta'lim – tizimli ta'lim olishning eng muhim va ishonchli usuli. Ta'lim o'qituvchi tomonidan boshqariladigan o'ziga xos bilish jarayoni. Aynan o'qituvchining rahbarlik roli o'quvchilar tomonidan bilim, ko'nikma va malakalarni to'liq o'zlashtirishni, ularning aqliy kuchi va ijodiy qobiliyatlarini rivojlantirishni ta'minlaydi. Maqolada ham aniq fanlarni o'qitishda kognitiv qobilyatini shakllantirishning metodik ahamiyati borasida taklif va tavsiyalar beriladi. Oliy ta'limda fanlarni o'qitishda zamonaviy pedagogik texnologiya, fanlararo aloqadorlikdan foydalanish va amaliy mashg'ulotlarni o'tkazish davomida talabalarni faoliyati, Shahrisabz davlat pedagogika institutida o'qitilayotgan "Matematik analiz" fani sohasidagi matematik masalalarni o'rganishni tashkil etadi.

Kalit so'zlar: ta'lim, texnologiya, funksiya, limit, grafik, aniqlanish sohasi, analitik.

Har xil tabiat hodisalarini o'rganishda ko'ramizki, unda bir-biriga bog'liq bir nechta o'zgaruvchi miqdorlar ishtirok etadi. Masalan, doiraning radiusi o'zgarganda uning yuzi ham ma'lum qonun asosida unga bog'liq ravishda o'zgaradi. Agar doiraning yuzini S va radiusini R orqali belgilasak, uning yuzi

$$S = \pi R^2$$

kabi topilar edi. Bu yerdagi π o'zgarmas son, R esa doiraning radiusi bo'lganligi uchun u faqat musbat qiymatlarni qabul qiladi va biz istagan doirani qaraganimiz uchun u ixtiyoriy musbat qiymatni qabul qilishi mumkin, ya'ni $R \in (0; +\infty)$.

Doiraning radiusi R ning o'zgarishi uning yuzi S ni ham ma'lum qonuniyat asosida o'zgarishga majbur etadi. R ning har bir aniq qiymatiga S ning bitta aniq qiymati mos keladi. Bunday holda doiraning yuzi uning radiusining funksiyasi deb ataladi. Bunga o'xshagan ko'plab misollarni keltirish mumkin. Ularda bir o'zgaruvchining o'zgarishi ikkinchi o'zgaruvchining ma'lum qonuniyat asosida o'zgarishga majbur etadi. Ikkita x va y o'zgaruvchi miqdorni qaraymiz.

1-ta'rif. Agar x miqdorning D sohadagi har bir qiymatiga biror qonun yoki qoida bo'yicha y ning biror E sohadagi aniq bir qiymati mos qo'yilsa, y o'zgaruvchi miqdor x o'zgaruvchi miqdorning funksiyasi deb ataladi.

Bu holda y miqdor x ning bir qiymatli funksiyasi deb yuritiladi.

ISSN 2181-3187

O‘zgaruvchi x miqdor erkli o‘zgaruvchi yoki argument, y miqdor esa erksiz o‘zgaruvchi yoki funksiya deb ataladi.

y ning x o‘zgaruvchining funksiyasi ekanligi ramziy tarzda

$$y = f(x)$$

ko‘rinishda yoziladi (o‘qilishi: y teng ef x). $y = f(x)$ funksiyaning argument x ni aniq x_0 qiymatidagi xususiy qiymati $f(x_0)$ yoki $y\big|_{x=x_0}$ kabi belgilanadi. Masalan, agar $f(x) = 2x+3$ bo‘lsa $f(1) = 2\cdot 1+3 = 5$, $f(0) = 2\cdot 0+3 = 3$, $f(2) = 2\cdot 2+3 = 7$.

Bu yerdagi f, funksiyaning qiymatiga ega bo‘lish uchun uning argument ustida qanaqa matematik amallarni bajarish lozimligini ko‘rsatadi.

Funksiyani $y = \varphi(x)$, $y = y(x)$, $y = \phi(x)$,.... ko‘rinishda ham belgilash mumkin.

Ba’zan argumentning har bir qiymatiga funksiyaning bir emas bir nechta qiymatlari mos keladi. Bunday holda funksiya ko‘p qiymatli funksiya deb ataladi. Masalan, $x^2 + y^2 = R^2$ aylananing har bir nuqtasining x abssissasiga aylananing ordinatalari $y = \pm\sqrt{R^2 - x^2}$ bo‘lgan ikkita nuqtasi mos keladi, ya’ni bu yerda biz ikki qiymatli funksiyaga duch keldik.

Bundan buyon biz faqatgina bir qiymatli funksiyalar bilan ish ko‘ramiz.

2-ta’rif. Argument x ning $f(x)$ funksiya ma’noga ega bo‘ladigan qiymatlari to‘plami funksiyaning aniqlanish sohasi deb ataladi va d(f) orqali belgilanadi.

Masalan $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$ funksiya x=2 nuqtadan boshqa x ning barcha qiymatlarida aniqlangan. x=2 da kasrning maxraji nolga aylanib, funksiya ma’nosini yo‘qotadi, chunki hech bir sonni nolga bo‘lib bo‘lmaydi. Demak $D\left(\dfrac{1}{x-2}\right) = (-\infty;\ 2)\cup(2;\ +\infty)$

Funksiya biror nuqtada aniqlangan bo‘lishi uchun u shu nuqtada $\dfrac{0}{0}, \dfrac{\infty}{\infty}, 0\cdot\infty, \infty-\infty, 0^0, 1^\infty, \infty^0$ ko‘rinishga ega bo‘lmasligi lozim. Shuningdek $y = \sqrt[2n]{\varphi(x)}$ ko‘rinishdagi funksiya faqat x ning $\varphi(x)\geq 0$ tengsizlikni qanoatlantiradigan qiymatlaridagina aniqlangan.

3-ta’rif. $f(x)$ funksiyaning qabul qiladigan qiymatlari to‘plami uning o‘zgarish sohasi yoki qiymatlar sohasi deb ataladi va $E(f)$ orqali belgilanadi. Masalan. E(sin$x$)=[-1;1], E(tgx)=(-∞; ∞).

4-ta’rif. 0xy tekislikning koordinatalari y= $f(x)$ munosabat bilan bog‘langan R(x,y) nuqtalarning geometrik o‘rni y= $f(x)$ funksiyaning grafigi deb ataladi.

Funksiyaning grafigi uning asosiy xossalarini shu grafikka qarab aytish imkonini beradi. Har qanday funksiya ham grafikka ega deb o‘ylash noto‘g‘ri. Masalan Dirixle funksiyasi deb ataladigan

ISSN 2181-3187

$$D(x)=\begin{cases}1, & x \text{ ratsional son bo'lsa,}\\ 0, & x \text{ irratsional son bo'lsa.}\end{cases}$$

funksiya grafikka ega emas . Butun sonlar o‘qi bu funksiyaning aniqlanish sohasini tashkil etadi, funksiyaning qiymatlar to‘plami faqat ikkita son, ya’ni 0 va 1 dan iborat. Demak $D(D(x))=(-\infty;\infty)$, $E(D(x))=\{0;1\}$.

Endi funksiyaning berilish usullarini qaraymiz.

Funksiya turli usullar bilan berilishi mumkin. Ulardan ko‘p uchraydigani analitik, jadval va grafik usullaridir.

x va y o‘zgaruvchi orasidagi moslik formula orqali ifodalanganda funksiya analitik usulda berilgan deb ataladi. Masalan: $y=x^2$, $y=\frac{1}{x^2-1}$, $y=\frac{2^x}{x+1}$.

Funksiya aniqlanish sohasining turli qismlarida turlicha formulalar orqali berilishi ham mumkin. Masalan,

$$signx=\begin{cases}1, & agar\ x>0 \text{ bo'lsa,}\\ 0, & agar\ x=0 \text{ bo'lsa,}\\ -1, & agar\ x<0 \text{ bo'lsa.}\end{cases}$$

x va y o‘zgaruvchi orasidagi bog‘lanish jadval ko‘rinishida ifodalanganda funksiya jadval usulda berilgan deb ataladi. Masalan, logarifmik, trigonometrik funksiyalarning qiymatlari jadvallari funksiyaning jadval usulda berilishiga misol bo‘la oladi.

Funksiyaning nuqtadagi limiti.

$f(x)$ funksiya $x=a$ nuqtaning biror atrofida aniqlangan bo‘lsin ($x=a$ nuqtaning o‘zida aniqlanmagan bo‘lishi ham mumkin). $D(f)$-funksiyaning aniqlanish sohasidan limitga ega bo‘lgan ixtiyoriy $\{x_n\}=\{x_1,x_2,....,x_n,...\}$ ketma-ketlikni olamiz. $f(x)$ funksiyaning $\{x_n\}$ ketma-ketlikning nuqtalaridagi qiymatlari $\{f(x_n)\}$ ketma-ketlikni tashkil etadi.

5-ta’rif. Argument x ning a dan farqli va unga yaqinlashuvchi barcha $\{x_n\}$ ketma-ketliklar uchun $y=f(x)$ funksiyaning shu ketma-ketlik nuqtalaridagi qiymatlaridan tuzilgan $\{f(x_n)\}$ ketma-ketlik b songa yaqinlashsa, b son $y=f(x)$ funksiyaning $x=a$ nuqtadagi (yoki $x\to a$ dagi) limiti deb ataladi va $\lim\limits_{x\to a} f(x)=b$ yoki $x\to a$ da $f(x)\to b$ ko‘rinishda yoziladi.

$f(x)$ funksiya $x=a$ nuqtada faqat birgina limitga ega bo‘ladi. Bu yaqinlashuvchi $\{f(x_n)\}$ ketma-ketlikning yagona limitga ega ekanligidan kelib chiqadi.

6-ta’rif. Istalgan $\varepsilon>0$ son uchun shunday $\delta>0$ son mavjud bo‘lsaki, $|x-a|<\delta$ tengsizlikni qanoatlantiradigan barcha a dan farqli x nuqtalar uchun $|f(x)-b|<\varepsilon$

ISSN 2181-3187

tengsizlik bajarilsa, b chekli son $f(x)$ funksiyaning x=a nuqtadagi (yoki $x\to a$ dagi) limiti deb ataladi.

Birinchi ajoyib limit.

$\frac{\sin x}{x}$ funksiya faqat x=0 nuqtada aniqlanmagan, chunki bu nuqtada kasrning surati ham, mahraji ham 0 ga aylanib uni o'zi $\frac{0}{0}$ ko'rinishga ega bo'ladi. Shu funksiyaning $x\to 0$ dagi limitini topamiz. Bu limit *birinchi ajoyib limit* deb ataladi.

Teorema. $\frac{\sin x}{x}$ funksiya $x\to 0$ da 1 ga teng limitga ega.

Isbot. Radiusi 1 ga teng aylana olib AOB markaziy burchakni x bilan belgilaymiz va u $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ intervalda yotadi deb faraz qilamiz (chizma)

Chizmadan ko'rinib turibdiki,

$$\Delta\, AOB \text{ yuzi} < AOB \text{ sektor yuzi} < \Delta\, DOB \text{ yuzi} \quad (17.2).$$

Biroq, $\Delta\, AOB$ yuzi $=\frac{1}{2}OA\cdot OB\cdot\sin x=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\sin x=\frac{1}{2}\sin x$ (uchburchakning yuzi ikki tomoni va ular orasidagi burchak sinusi ko'paytmasining yarmiga teng).

AOB sektor yuzi $=\frac{1}{2}OB^2\cdot A\breve{B}=\frac{1}{2}\cdot 1^2\cdot x=\frac{1}{2}x$,

$$\Delta\, DOB \text{ yuzi} =\frac{1}{2}OB\cdot BD=\frac{1}{2}OB\cdot\frac{BD}{1}=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot tgx=\frac{1}{2}tg\,x.$$

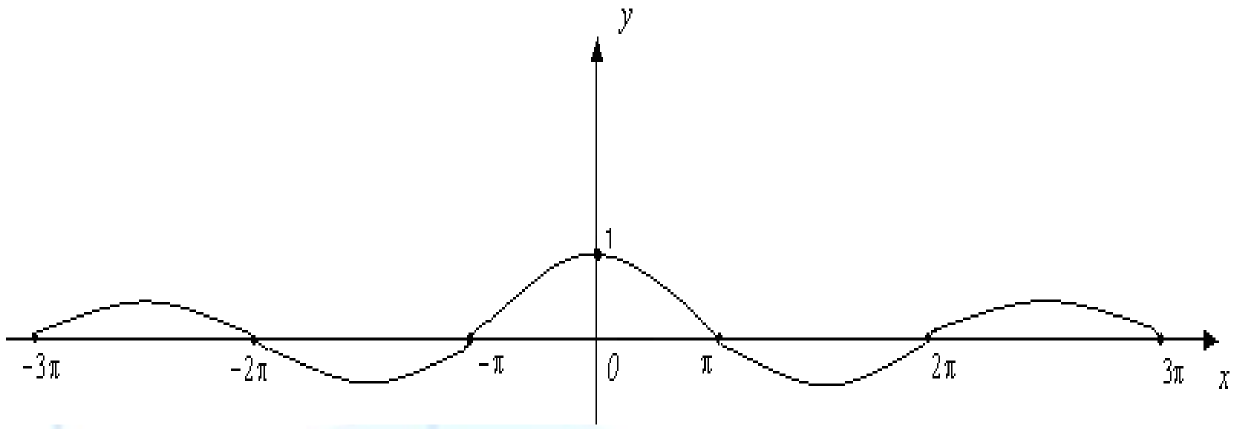
Shu sababli tengsizliklar $\frac{1}{2}\sin x<\frac{1}{2}x<\frac{1}{2}tgx$ ko'rinishni yoki $\frac{1}{2}$ ga qisqartirilgandan so'ng $\sin x<x<tgx$ ko'rinishni oladi. Buning barcha hadlarini sin$x$>0 ga bo'lamiz $\left(0<x<\frac{\pi}{2}\right)$. U holda $1<\frac{x}{\sin x}<\frac{1}{\cos x}$ yoki $1>\frac{\sin x}{x}>\cos x$ tengsizliklarga ega bo'lamiz. Bu tengsizliklar x>0 deb faraz qilinib chiqarildi. $\frac{\sin(-x)}{(-x)}=\frac{\sin x}{x}$, $\cos(-x)=\cos x$ ekanligini e'tiborga olib, bu tengsizliklar x<0 bo'lganda ham to'g'ri degan xulosaga kelamiz. Ammo $\lim\limits_{x\to 0}1=1$ va $\lim\limits_{x\to 0}\cos x=1$.

Demak, $\frac{\sin x}{x}$ funksiya shunday ikki funksiya orasidaki, ularning ikkalasi ham bir xil 1 ga teng limitga intiladi. Shuning uchun oraliq funksiyaning limiti haqidagi teoremaga binoan oraliqdagi $\frac{\sin x}{x}$ funksiya ham ana shu 1 limitga intiladi, ya'ni

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1.$$

$y=\frac{\sin x}{x}$ funksiyaning grafigi chizmada tasvirlangan.

ISSN 2181-3187



chizma

1-misol. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tg\,x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}\frac{1}{\cos x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{\cos x}=1\cdot\frac{1}{1}=1.$

2-misol. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin mx}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\ m\cdot\frac{\sin mx}{mx}=m\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin mx}{mx}=m\cdot 1=m.$ (m-o‘zgarmas son).

3-misol. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin\alpha x}{\sin\beta x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\frac{\sin\alpha x}{x}}{\frac{\sin\beta x}{x}}=\frac{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin\alpha x}{x}}{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin\beta x}{x}}=\frac{\alpha}{\beta}.$

Ikkinchi **ajoyib** limit**.**

Ushbu $\{x_n\}=\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right\}$ sonli ketma-ketlikni qaraymiz, bunda n-natural son.

Teorema 1. Umumiy hadi $x_n=\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ bo‘lgan ketma-ketlik $n\to\infty$ da 2 bilan 3 orasida yotadigan limitga ega.

Isboti. Nyuton binomi formulasi

$$(a+b)^n=a^n+\frac{n}{1}a^{n-1}b+\frac{n(n-1)}{1\cdot 2}a^{n-2}b^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3}a^{n-3}b^3+\ldots+$$
$$+\frac{n(n-1)(n-2)\ldots[n-(n-1)]}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n}b^n$$

dan foydalanib ketma-ketlikni x_n va x_{n+1} hadlarini qo‘yidagi ko‘rinishda yozamiz:

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=1+\frac{n}{1}\cdot\frac{1}{n}+\frac{n(n-1)}{1\cdot 2}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3}\left(\frac{1}{n}\right)^3+\ldots+$$
$$+\frac{n(n-1)(n-2)\ldots[n-(n-1)]}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n}\left(\frac{1}{n}\right)^n=1+1+\frac{1}{1\cdot 2}\left(1-\frac{1}{n}\right)+\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)+\ldots+ \quad (4)$$
$$+\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3\ldots n}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\ldots\left(1-\frac{n-1}{n}\right),$$

ISSN 2181-3187

$$x_{n+1}=\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}=1+1+\frac{1}{1\cdot 2}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)+\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)\left(1-\frac{2}{n+1}\right)+\ldots+$$
$$+\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3\ldots n}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)\left(1-\frac{2}{n+1}\right)\ldots\left(1-\frac{n-1}{n+1}\right)+\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3\ldots(n+1)}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)\left(1-\frac{2}{n+1}\right)\ldots\left(1-\frac{n}{n+1}\right).$$

x_n bilan x_{n+1} ni taqqoslasak, x_{n+1} had x_n haddan bitta musbat qo‘shiluvchiga ortiqligini ko‘ramiz.

$1-\frac{k}{n+1}>1-\frac{k}{n}$ $(k=1,2,3\ldots,n-1)$ bo‘lgani uchun uchinchi haddan boshlab x_{n+1} dagi har bir qo‘shiluvchi x_n dagi unga mos qo‘shiluvchidan katta. Demak, istalgan n uchun $x_{n+1}>x_n$ va umumiy hadi $x_n=\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ bo‘lgan ketma-ketlik monoton o‘suvchi.

Endi berilgan ketma-ketlikni chegaralanganligini ko‘rsatamiz. Istalgan k=1,2,3,… uchun $1-\frac{k}{n}<1$ ekanini hisobga olib formuladan

$$x_n=\left(1+\frac{1}{n}\right)^n<1+1+\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n}$$

tengsizlikni hosil qilamiz.

So‘ngra $\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}<\frac{1}{2^2}$, $\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}<\frac{1}{2^3}$, …, $\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n}<\frac{1}{2^{n-1}}$

ekanligini ta’kidlab tengsizlikni

$$x_n=\left(1+\frac{1}{n}\right)^n<1+\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots+\frac{1}{2^{n-1}}+\ldots\right)$$

ko‘rinishda yozamiz. Qavsga olingan yig‘indi birinchi hadi a=1 va maxraji $q=\frac{1}{2}$ bo‘lgan geometrik progressiyaning hadlari yig‘indisini ifodalanganligi uchun cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyaning hadlari yig‘indisini topish formulasi $S=\frac{a}{1-q}$ ga asosan $x_n=\left(1+\frac{1}{n}\right)^n<1+\frac{1}{1-\frac{1}{2}}=1+2=3$

tengsizlikka ega bo‘lamiz. Ketma-ketlik monoton o‘suvchi bo‘lganligi sababli uning birinchi hadi $x_1=\left(1+\frac{1}{1}\right)^1=2$ uning qolgan barcha hadlaridan kichik bo‘ladi.

Demak, barcha n uchun $2\le\left(1+\frac{1}{n}\right)^n<3$ o‘rinli, ya’ni umumiy hadi $x_n=\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ bo‘lgan ketma-ketlik monoton o‘suvchi va chegaralangan. Shu sababli u monoton chegaralangan ketma-ketlikning limiti mavjudligi haqidagi teoremaga ko‘ra chekli limitga ega. Bu limitni *ye* harfi bilan belgilaymiz, ya’ni

ISSN 2181-3187

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e$$

e-irratsional son. Keyinroq uni istalgan darajada aniqlik bilan hisoblash usuli ko‘rsatiladi.

$$e = 2{,}7182818284\ldots$$

Teorema 2. $\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$ funksiya $x\to\infty$ da ye songa teng limitga ega:

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e \qquad (17.5).$$

Isboti. 1) $x\to\infty$ deylik U holda $n\le x<n+1;\ \frac{1}{n}\ge\frac{1}{x}>\frac{1}{n+1}$,

$1+\frac{1}{n}\ge 1+\frac{1}{x}>1+\frac{1}{n+1}$, $\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}\ge\left(1+\frac{1}{x}\right)^x>\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^n$ bo‘ladi. Agar $x\to+\infty$, u holda

$n\to\infty$ va $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}\ge\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x\ge\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^n$ yoki

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\left(1+\frac{1}{n}\right)\ge\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x\ge\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{-1}$ $e\cdot 1\ge\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x\ge e\cdot 1$ bundan

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$$

kelib chiqadi.

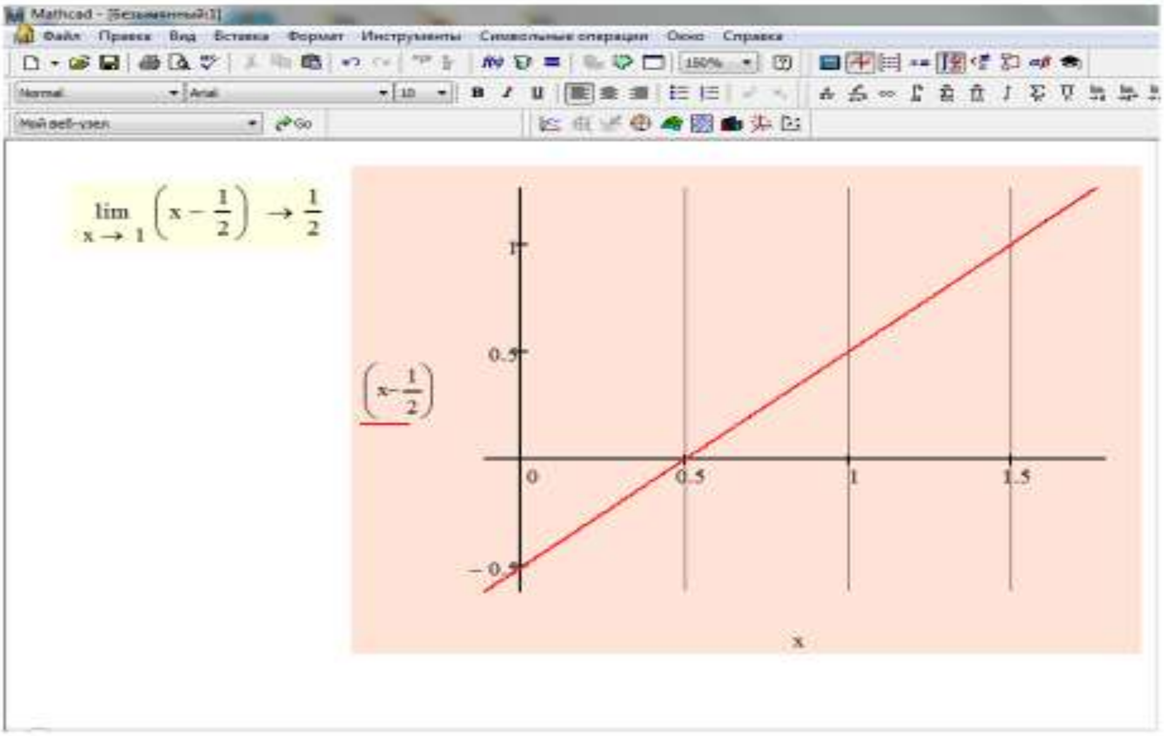
2) $x\to-\infty$ deylik. Yangi t=-(x+1) yoki x=-(t+1) o‘zgaruvchini kiritamiz. $t\to+\infty$ da $x\to-\infty$ va

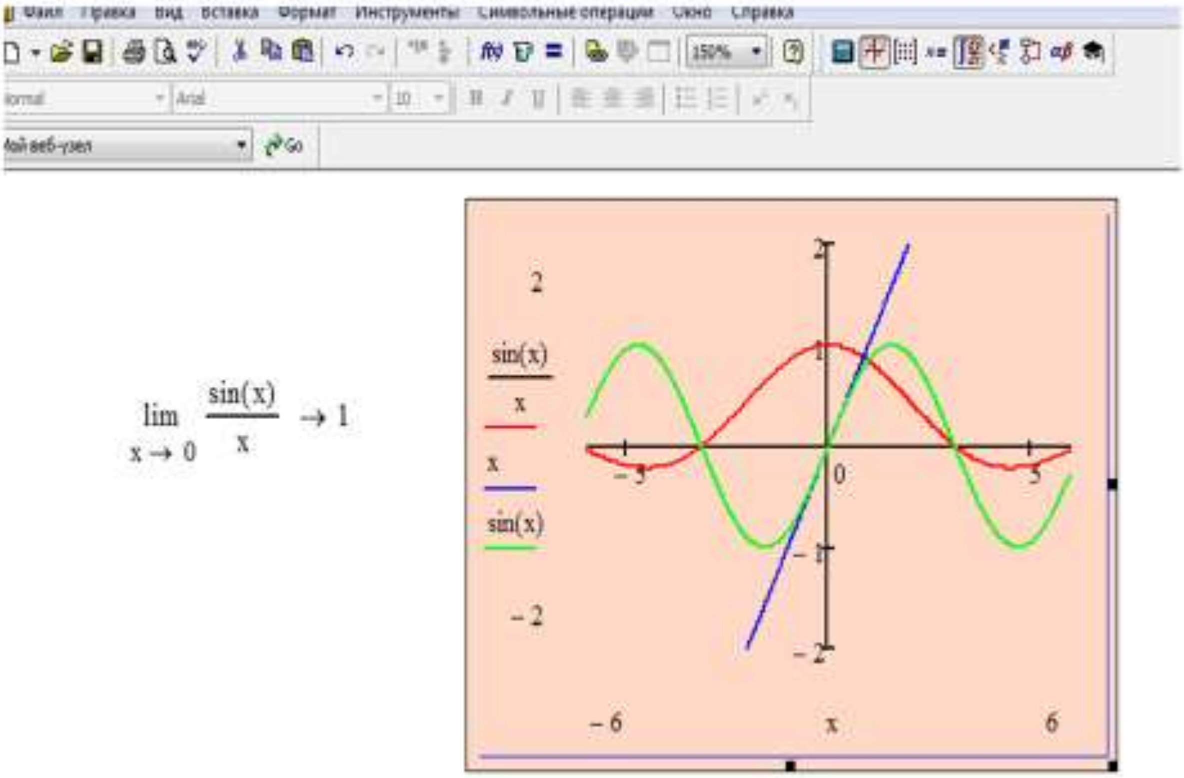
$$\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=\lim_{t\to+\infty}\left(1-\frac{1}{t+1}\right)^{-(t+1)}=\lim_{t\to+\infty}\left(\frac{t}{t+1}\right)^{-(t+1)}=$$

$$=\lim_{t\to+\infty}\left(\frac{t+1}{t}\right)^{t+1}=\lim_{t\to+\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{t+1}=\lim_{t\to+\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{t}\left(1+\frac{1}{t}\right)=e\cdot 1=e$$

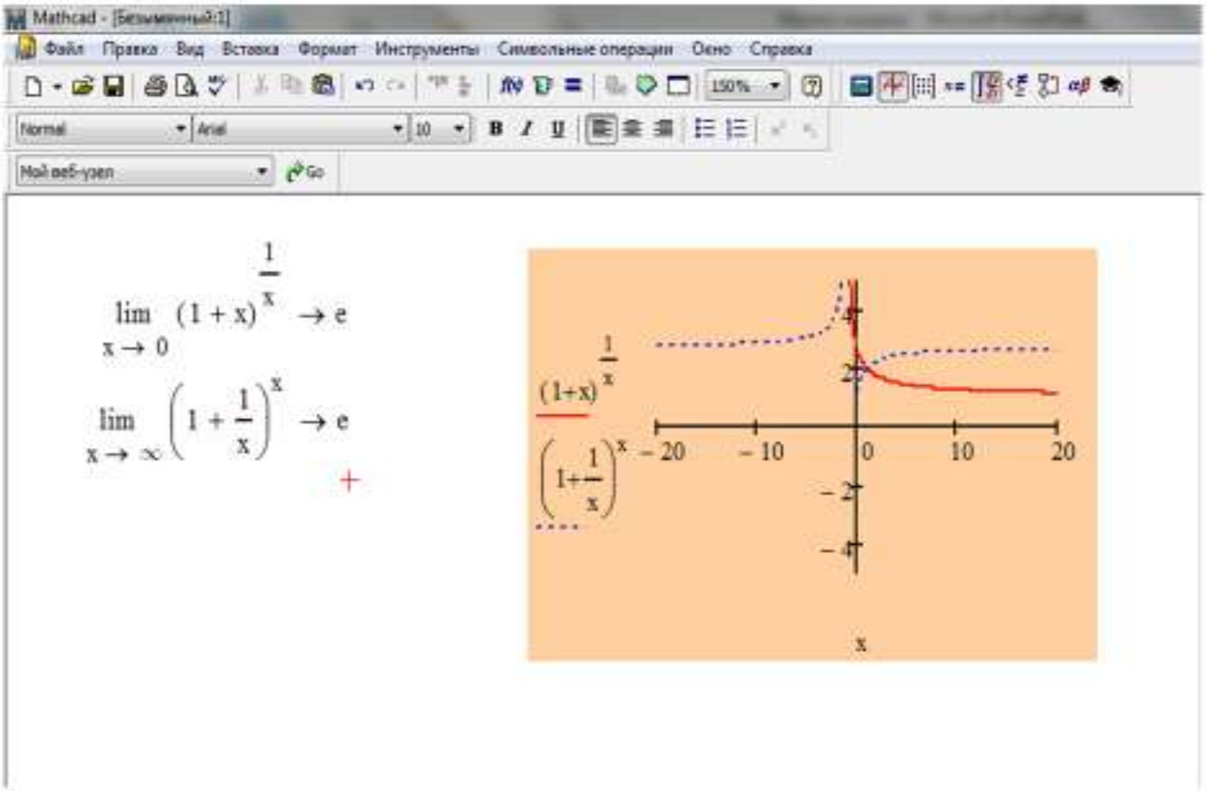
Matematik masalalarni Maple, Mathcad kabi kompyuter dasturlari yordamida yechish ham mumkin. Bu dasturlarning qulayligi funsiya grafiklarini ham aniq chizish mumkin. Quyida MATHCAD dasturi yordamida topilgan funksiya limitlari keltirilgan.

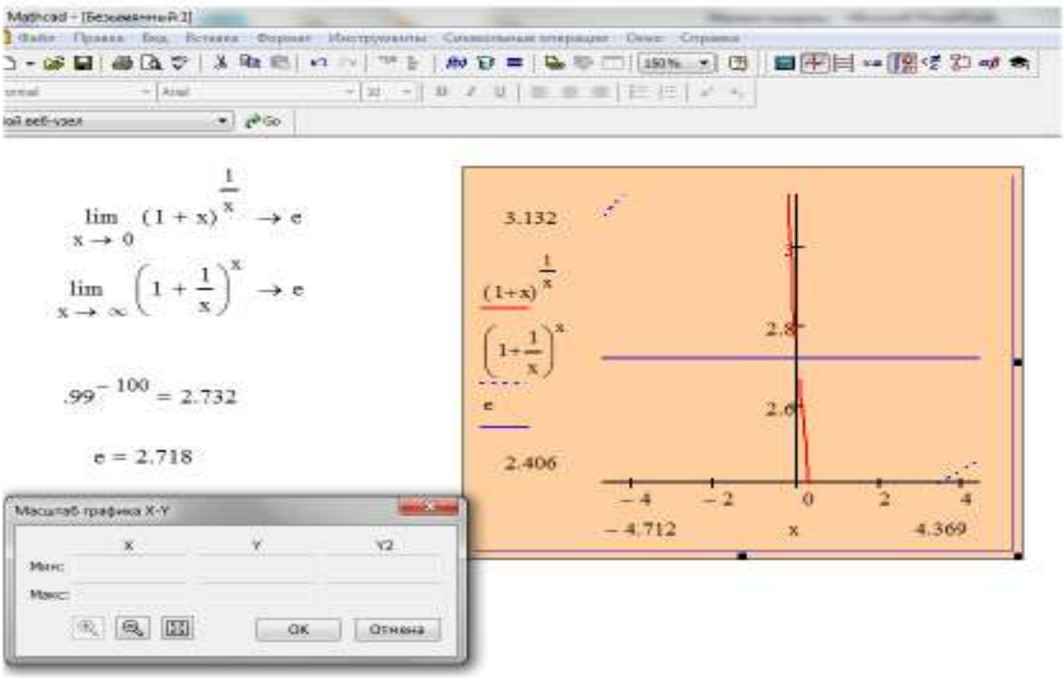
ISSN 2181-3187





ISSN 2181-3187





FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Azlarov T. A., Mansurov H. Matematik analiz. –T., 2006.
2. Yo‘ldoshev J.G‘., Usmonov S.A. Pedagogik texnologiyalar asoslari . Qo‘llanma. – T.: O‘qituvchi, 2004.
3. Соатов Ё.У. Олий математика. Тошкент. 1993.
4. Begimqulov U.SH. Pedagogik ta’limda zamonaviy texnologiyalar. // Pedagogik ta’lim. – T., 2005. – №6. – 15-17 b.

ISSN 2181-3187

5. Yunusova D. Bo‘lajak matematika o‘qituvchisini innovatsion faoliyatga tayyorlash nazariyasi va amaliyoti. Diss. dok. ped. nauk. – T., 2012. – 292 b.
6. Ziyomuhammadov B., Tojiyev M. Pedagogik texnologiya – zamonaviy o‘zbek milliy modeli. – T.: Lider Press, 2009
7. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. ”Олий математика мисол ва масалаларда»1-қисм. Т.2007.
8. Jo’raev T.J., Xudoyberganov R.X., Vorisov A.K., Mansurov X. Oliy matematika asoslari. Darslik. – T.: O’zbekiston, 1999. – 290b.