ISSN 2181-3187

NOCHIZIQLI TENGLAMA ODDIY ILDIZLARINI TOPISHNING TAQRIBIY USULLARI

Muhammademinov Alijon Azizjon o'g'li
Andijon davlat universiteti talabasi

Annotatsiya: Chekli [a,b] kesmada aniqlangan, uzluksiz, ikki marta differensiyallanuvchan, ya'ni birinchi va ikkinchi tartibli hosilalari shu kesmada mavjud va unda bu hosilalari o'z ishorasini saqlaydigan (birinchi hosilasi nolga aylanmaydigan) f(x) funksiya uchun f(x)=0 tenglama [a,b] kesmada yagona yechimga ega bo'lsin va bu yechimni berilgan ε > 0 aniqlikda taqribiy hisob usullari yordamida topish talab qilinadi.Quyida $f(x)=0$ tenglamaning faqat oddiy ildizlarini topish masalasi qaraladi. Buning uchun masala umumiy holda quyidagi shartlar bilan qo'yiladi.

Kalit so'zlar: taqribiy hisoblash, skanirlash usuli, transindent tenglama, algebraik tenglama, grafik usul, analitik usul.

Masalaning qo'yilishi. Chekli [a,b] kesmada aniqlangan, uzluksiz, ikki marta differensiyallanuvchan, ya'ni birinchi va ikkinchi tartibli hosilalari shu kesmada mavjud va unda bu hosilalari o'z ishorasini saqlaydigan (birinchi hosilasi nolga aylanmaydigan) f(x) funksiya uchun f(x)=0 tenglama [a,b] kesmada yagona yechimga ega bo'lsin va bu yechimni berilgan ε > 0 aniqlikda taqribiy hisob usullari yordamida topish talab qilinadi.

Skanirlash usuli

Berilgan f(x)=0 tenglamaning [a,b] kesmadagi ildizi ajratilgan bo'lsin. [a,b] kesma berilgan yetarlicha kichik ε uzunlikdagi kesmalarga bo'linadi va hosil bo'lgan kesmalarning oxirlarida y=f(x) funksiyaning qiymatlari hisoblanadi. Bu qiymatlarni tahlil qilish bilan qaysi oraliqda funksiya o'z ishorasini almashtirayotganligini (yoki qiymati aniq nolga teng ekanligini (bu juda kamdan kam holda kuzatiladi)) aniqlash mumkin (1.11-rasm).

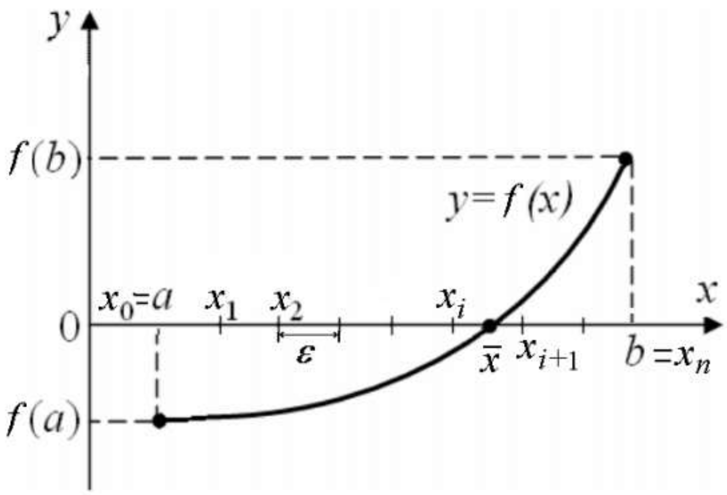
Teorema: f (x) funksiya (a,b) oraliqning chetki nuqtalarida har xil ishorali qiymatlarni qabul qilsa, u vaqtda tenglamani a va b nuqtalar orasida yotadigan ildizlar soni toqdir. Agar f (x) funksiya oraliqning chetki nuqtalarida bir xil ishorali qiymatlarni qabul qilsa, u vaqtda tenglama ildizi oraliqda mavjud emas yoki ularning soni juftdir. Ildizlarni ajratishning turli usullari mavjud. Amalda analitik, grafik va algoritmik usullardan keng foydalaniladi. Ularni qisqacha tavsiflaymiz:

1) Analitik usul- bunda f (x) funksiyaning ishorasi o'zgaradigan oraliqlari topiladi. Albatta, $f'(x) = 0$ tenglama yordamida. Bu oraliqlarda tenglamaning yagona ildizlari yotadi.

2) Algoritmik usul- bunda ildiz aniqlanadigan kesma uzunligi [a, b] iloji boricha kattaroq qilib tanlab olinadi. Oraliqqa tegishli har bir kichik [x_i , x_{i+1}] kesmalarda funksiya ishoralari oʻzgaradigan oraliqlar va ularning soni aniqlanadi. Har safar $f(x_i) * f(x_{i+1}) < 0$ sharti tekshiriladi. Agar shart bajarilmasa, navbatdagi kesma tekshirib borilaveradi. Bu jarayon kes-malar [a, b] oraliqni toʻliq qoplab olmagunicha davom ettiriladi. Bunda topilgan oraliqlarda ildizning yagonaligiga ham, ba`zi bir ildizlarni aniqlanmay qolishligiga ham asos bor. Chunki, [a, b] yetarlicha katta boʻlganda funksiya ishoralari har xil boʻlgan oraliqda u abssissa oʻqini bir necha marta kesib oʻtgan ham, aslida ishora oʻzgarganu, lekin oraliq chetlarida bir xil ishorali boʻlib qolgan va ildizi yoʻqotilgan boʻlishi mumkin. Shuning uchun, olingan natijalarni tekshirish maqsadida ularni [a, b]ning har xil qiymatlarida olib koʻrish maqsadga muvofiqdir. Agar natijalar barcha holda takrorlansa ularni haqiqatga yaqin deb hisoblash mumkin.

3) Grafik usul-bu usul haqiqiy ildizni ajratishda katta yordam beradi. Buning uchun, y = f (x) funksiyaning grafigini taqribiy ravishda chizib olamiz. Grafikning OX oʻqi bilan kesishgan nuqtalarining absissalari ildizning taqribiy qiymatlari deb olinadi. Agar f (x) ning koʻrinishi murakkab boʻlib, uning grafigini chizish qiyin boʻlsa, u vaqtda grafik usulni boshqacha tarzda qoʻllash kerak. Buning uchun, f (x) = 0 tenglamani unga teng kuchli boʻlgan $f_1(x) = f_2(x)$koʻrinishda tasvirlanadi. Keyin $f_1(x)$ va $f_2(x)$ funksiyalarning grafiklari alohidaalohida chizilib, ikkala grafikning kesishish nuqtalari topiladi. Bu nuqtalarning abssissalari ildizlarning taqribiy qiymatlari deb qabul qilinadi. Shunday qilib, taqribiy yagona ildiz yotgan [a, b] kesmani haqiqatda toʻgʼri olinganligini analitik yoʻl bilan tekshirib koʻrish mumkin. Buning uchun, yana ildizning mavjudlik sharti safar $f(a) * f(b) < 0$ dan foydalanamiz. Agar shart bajarilsa oraliq toʻgʼri tanlangan boʻladi. (1.11-rasm)

(1.1) tenglamaning yechimi sifatida tanlangan kesmaning chegaralaridagi xoxlagan x_i -chap yoki x_{i+1}– oʻng uchi nuqtasini, yanada aniqroq boʻlishi uchun esa, kesmaning oʻrtasidagi x =(x_i+x_{i+1})/2 nuqtani olish mumkin. Bu bilan biz talab qilingan ε aniqlikdagi yechimga erishgan boʻlamiz. Amaliyotda bu usul qoʻllanilganda koʻpincha [a,b] kesma 2ε yoki ε/2 uzunlikdagi kesmalarga boʻlinishi ham mumkin, bu asosiy natijaga deyarli tasir qilmaydi.

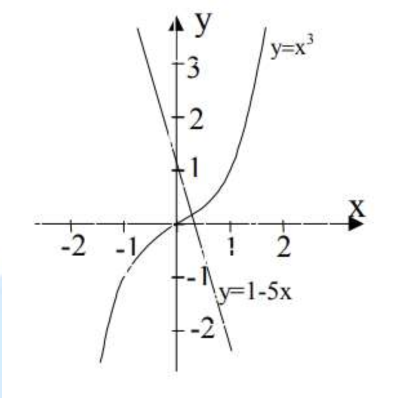


1.11-rasm. Skanirlash usulining sxematik tasviri.

Usulning samaradorligini oshirish maqsadida aniqlashtirishni bir necha bosqichda bajarish ham mumkin. Dastlabki bosqichda [a,b] kesma ε ning kattaroq qiymatlarida bo‘laklarga bo‘linadi, ya’ni qo‘pol yechim topiladi. Keyingi bosqichda esa shu topilgan oxirgi kesma bo‘lagi yana bo‘laklarga bo‘linadi va yanada aniqroq yechimga erishiladi. Bu jarayon bir necha marotaba takrorlanishi ham mumkin. Bu bilan kamroq qadamlar bilan berilgan xatolikdagi yechimga erishish mumkin.

Misol Ushbu y=x^3+5x-1 tenglamaning taqribiy ildizi yotgan oraliqni ajrating.

Yechish. Buning uchun $f_1(x) = x^3$ va $f_2(x) = 1 - 5x$ funksiyalarning grafigini chizib olamiz



Grafikdan ko‘rinib turibdiki, chiziqsiz tenglama faqat bitta ildizga ega va u [0,1] oraliqda bo‘lishi mumkin. Chunki x=0 va x=1 nuqtalarda f (x) funksiya har xil ishorali qiymatlarga ega: f (0)=-1<0 , f (1)=5>0. Demak, ildiz [0,1] kesmada yotadi. Oraliq aniqlangach, turli usullardan birini ishlatib, kerakli aniqlikdagi yechimni olish mumkin.

ISSN 2181-3187

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Isroilov M. “Hisoblash metodlari”, T., "O`zbekiston", 2003
2. Shoxamidov Sh.Sh. “Amaliy matematika unsurlari”, T., “O`zbekiston”, 1997
3. Boyzoqov A., Qayumov Sh. “Hisoblash matematikasi asoslari”, O`quv qo`llanma. Toshkent 2000.
4. Abduqodirov A.A. “Hisoblash matematikasi va programmalash”, Toshkent. “O`qituvchi” 1989.
5. Vorob`eva G.N. i dr. “Praktikum po vichislitel’noy matematike” M. VSh. 1990.
6. Abduhamidov A., Xudoynazarov S. “Hisoblash usullaridan mashqlar va laboratoriya ishlari”, T.1995.
7. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad, Mathlab, Maple (Самоучитель). – М.: НТ Пресс, 2006. – 496 с.