ISSN 2181-3187

KOSHI INTEGRAL FORMULASI ANALOGI.

Asrorova Charos Baxtiyor qizi.

"TIQXMMI" Milliy tadqiqotlar universitetining Qarshi irrigatsiya va agrotexnologiyalar insituti, ''Matematika,jismoniy tarbiya va sport" kafedrasi stajyor-o'qituvchi.

Annotatsiya. Ushbu maqolada ochiq chegaralangan to'plamlar uchun Banax-Shteynxaus teoremasi,Koshining integral formulasi analogi,korrekt aniqlangan operatorlar keltirilgan.

Kalit so'zlar. Ochiq chegaralangan to'plam,Stoks formulasi,X to'plam,korrekt aniqlangan operator,Koshi integral formulasi analogi,Banax-Shteynxaus teoremasi.

Ω −tekislikdagi ochiq chegaralangan to'plam bo'lsin, uning chegarasi $\partial\Omega$ - chekli sondagi silliq Jordan egri chiziqlaridan iborat bo'lsin.

Quyidagi differinsial formani qaraymiz:

$$\varphi = u(z)dz + Au(z)d\overline{z} = (dz + Ad\overline{z})u$$

Bu yerda $u \in \mathbb{C}^{/}\left(\overline{\Omega}, X^m\right)$.

$d\varphi = \overline{\partial}_A u d\overline{z} \wedge dz$ bo'lgani uchun Stoks formulasi $\int_{\partial\Omega} \varphi = \int_{\Omega} d\varphi$ quyidagi ayniyatga keladi: $\int_{\partial\Omega}(dz + Ad\overline{z})u(z) = \int_{\Omega} \overline{\partial}_A u d\overline{z} \wedge dz$ (1)

Bu formuladan quyidagi toerema kelib chiqadi.

2.3.1-teorema. *$u \in \mathbb{C}^{/}\left(\overline{\Omega}, X^m\right) \cap A(\Omega, X^m)$ bo'lsin. U holda*

$$\int_{\partial\Omega}(dz + Ad\overline{z})u(z) = 0 \qquad [17]$$

$\Omega_e = \{z: z \in \Omega, |z - \xi| > \varepsilon\}$ ni (bu yerda $0 < e < \rho$, $\rho - \xi \in \Omega$ nuqtadan $\mathbb{C}\backslash\Omega$ gacha masofa) qo'yamiz.

(1) formulani $v(z) = B(z - \xi)u(z)$ funksiyaga qo'llaymiz, bunda B operator $(*)$ formula orqali aniqlangan 2-namunaviy misoldan kelib chiqib, $u \in \mathbb{C}^{/}\left(\overline{\Omega}, X^{m+2}\right)$ bo'lganda $v_{\overline{z}} - Av_z = B(z - \xi)\left(u_{\overline{z}} - Au(z)\right)$ (2) bo'ladi, bundan tashqari X^{m+2} ning X^{m+1} da zichligidan bu formula uzluksizlik bo'yicha $\forall u \in \mathbb{C}^{/}\left(\overline{\Omega}, X^{m+1}\right)$ funksiya uchun o'rinli bo'ladi, u holda $u \in \mathbb{C}^{/}\left(\overline{\Omega}, X^m\right)$.

(2) va Ω_e ko'ra $\int_{\Omega_e}(v_{\overline{z}} - Av_z)\, d\overline{z} \wedge dz = \int_{\Omega_e} B(z - \xi)\left(u_{\overline{z}} - Au(z)\right) d\overline{z} \wedge dz = \int_{\partial\Omega_e}(dz + Ad\overline{z})\, B(z - \xi)u(z) =$

$= \int_{\partial\Omega}(dz + Ad\overline{z})\, B(z - \xi)u(z) - \int_{|z-\xi|=e}(dz + Ad\overline{z})\, B(z - \xi)u(z)$ (3). [17]

Oxirgi integralni I_e deb belgilaymiz, uni hisoblash uchun $z = \xi + эe^{i\theta}, \theta \in [0,2\pi]$ belgilash kiritamiz.

ISSN 2181-3187

U holda $dz = i\text{э}e^{i\theta}d\theta, d\overline{z} = -i\text{э}e^{i\theta}d\theta$,

$$B(z-\xi)|_{|z-\xi|=\text{э}} = \text{э}^{-1}\left(e^{i\theta} + e^{-i\theta}A\right)^{-1},$$

va bundan

$$I_\text{э} = i\int_0^{2\pi}\left(e^{i\theta} - e^{-i\theta}A\right)\left(e^{i\theta} + e^{-i\theta}A\right)^{-1}u\left(\xi + \text{э}e^{i\theta}\right)d\theta$$

$$= i\int_0^{2\pi}\left(e^{i\theta} - e^{-i\theta}A\right)\left(e^{i\theta} + e^{-i\theta}A\right)^{-1}u(\xi)d\theta +$$

$$+i\int_0^{2\pi}\left(e^{i\theta} - e^{-i\theta}A\right)\left(e^{i\theta} + e^{-i\theta}A\right)^{-1}\left[u\left(\xi + \text{э}e^{i\theta}\right) - u(\xi)\right]d\theta = I_1 + I_2$$

Ravshanki ,

$$\|I_2\|_m \leq C\left(1 + \|A\|_{Z(X^m)}\right)\int_0^{2\pi}\left\|u\left(\xi + \text{э}e^{i\theta}\right) - u(\xi)\right\|_{m+1} d\theta \to 0$$

$c \to 0$ da $u \in \mathbb{C}^{/}\left(\overline{\Omega}, X^{m+1}\right)$. bu yerda quyidagi faktdan foydalandik.

$R(\lambda) \in L(X^{m+1}, X^m)$, $|\lambda| = 1$ operatorlarning λ bo‘yicha kuchli uzluksizlikka ega ekanligidan Banax-Shteynxaus teoremasiga ko‘ra $\exists C = C_m$ konstanta mavjudki,

$$\|R(\lambda)u\|_m \leq C_m\|u\|_{m+1}, \forall u \in X^{m+1}.$$

I_1 ni hisoblash uchun, e’tibor bersak

$$\int_0^{2\pi}\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}\lambda}{e^{i\theta}+e^{-i\theta}\lambda}d\theta = 2\pi, \lambda \in \mathbb{C}, |\lambda| < 1$$

Demak, agar $\varphi_r(\lambda,\theta) = \frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}r}{e^{i\theta}+e^{-i\theta}r}, 0 \leq r \leq 1$ (4) [17]

desak $\varphi_r(A,\theta) \in L(X)$ operator Xda korrekt aniqlangani kelib chiqadi, shu bilan birga

$\psi_r(A) = \int_0^{2\pi}\varphi_r(A,\theta)d\theta$ operator (4)ga ko‘ra $2\pi E$ ga teng.

Demak , biz ko‘rsatdikki

$\psi_r(A)u = 2\pi u, \forall u \in X$ (5). $\Rightarrow r \to 1$ da X da kuchli limit mavjud:

$\psi(A)u = lim\,\psi_r\,(A)u$,va (5) ga ko‘ra $\psi(A)u = 2\pi u$ bo‘ladi.

Shunday qilib, ko‘rsatdikki

$$I_1 = 2\pi i u(\xi) \qquad (6) \qquad [17]$$

(3)formulada $\varepsilon \to 0$ga limitga o‘tib va (6) ni hisobga olgan holda quyidagi teoremani keltiramiz.

***2.3.2-teorema.**. Biror $m \geq 0$ uchun $u \in \mathbb{C}^{/}\left(\overline{\Omega}, X^{m+1}\right)$ bo‘lsin. U holda $\forall\xi \in \Omega$ uchun*

$$u(\xi) = (2\pi i)^{-1}\left\{\int_{\partial\Omega}(dz + Ad\overline{z})\,B(z-\xi)u(z) + \int_\Omega B(z-\xi)\overline{\partial}_A u d\overline{z} \wedge dz\right\}.$$

Bundan Koshi integralining analogi hosil bo‘ladi.

***2.3.3-teorema.**. $u \in \mathbb{C}^{/}\left(\overline{\Omega}, X^{m+1}\right) \cap A(\Omega, X^m)$ va $\xi \in \Omega$ bo‘lsin. U holda*

$$u(\xi) = (2\pi i)^{-1}\int_{\partial\Omega}(dz + Ad\overline{z})\,B(z-\xi)u(z).\ \ [17]$$

ISSN 2181-3187

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati

1. Садуллаев А. “Теория плюрипотенциала. Применения”, часть 1,часть 2, “Palmarium Academic Publishing” 2012г.
2. Xudoyberganov G., Varisov A., Mansurov H. Kompleks analiz, T. “Universitet”, 1998y.
3. Жабборов Н.М., Имомназаров Х.Х. Некоторые начально-краевые задачи механики двухскоростных сред, Т. “Университет”, 2012 г.
4. Жабборов Н.М., Отабоев Т.У. Теорема Коши для $A(z)$-аналитических функций. Узбекский математический журнал, 2014 г.
5. Жабборов Н.М., Отабоев Т.У.,Аналог интегральной формулы Коши для А-аналитических функций,Узбекский математический журнал, (нашрда).
6. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ,часть 1, М., “Наука”, 1985г.
7. W.K. Hayman and P.B. Kennedy,“Subharmonic functions”, Academik Press, 1976y.
8. Maciej Klimek. “Pluripotential theory”, Oxford science publications, 1991y.
9. Секефальви-Надь Б, Фояш Ч. Гармонический анализ операторов в гильбертовом пространстве. М.: Мир, 1970.
10. Лаврентьев М.М, Савельев Л.Я. “Линейные операторы и некорректные задачи”, М.Наука,1992г.
11. Arbuzov E.V., Bukhgeim A.L. “Carleman’s formulas for A-analytic functions in a half-plane”, J.Inv.III-Posed Problems, 1997.

Koshi integral formulasi analogi.

Asrorova Charos Baxtiyor qizi.

“TIQXMMI” Milliy tadqiqotlar universitetining Qarshi irrigatsiya va agrotexnologiyalar insituti, ‘‘Matematika,jismoniy tarbiya va sport” kafedrasi stajyor-o‘qituvchi.

Annotatsiya. Ushbu maqolada ochiq chegaralangan to‘plamlar uchun Banax-Shteynxaus teoremasi,Koshining integral formulasi analogi,korrekt aniqlangan operatorlar keltirilgan.

Kalit so‘zlar. Ochiq chegaralangan to‘plam,Stoks formulasi,X to‘plam,korrekt aniqlangan operator,Koshi integral formulasi analogi,Banax-Shteynxaus teoremasi.

Ω −tekislikdagi ochiq chegaralangan to‘plam bo‘lsin, uning chegarasi $\partial\Omega$ - chekli sondagi silliq Jordan egri chiziqlaridan iborat bo‘lsin.

Quyidagi differinsial formani qaraymiz:

$$\varphi = u(z)dz + Au(z)d\bar{z} = (dz + Ad\bar{z})u$$

ISSN 2181-3187

Bu yerda $u \in \mathbb{C}^{/}\left(\overline{\Omega}, X^{m}\right)$.

$d\varphi = \overline{\partial}_A u d\overline{z} \wedge dz$ bo‘lgani uchun Stoks formulasi $\int_{\partial\Omega} \varphi = \int_{\Omega} d\varphi$ quyidagi ayniyatga keladi: $\int_{\partial\Omega}(dz + Ad\overline{z})u(z) = \int_{\Omega} \overline{\partial}_A u d\overline{z} \wedge dz$ (1)

Bu formuladan quyidagi toerema kelib chiqadi.

2.3.1-teorema. $u \in \mathbb{C}^{/}\left(\overline{\Omega}, X^{m}\right) \cap A(\Omega, X^{m})$ *bo‘lsin. U holda*

$\int_{\partial\Omega}(dz + Ad\overline{z})u(z) = 0$ *[17]*

$\Omega_e = \{z: z \in \Omega, |z - \xi| > \varepsilon\}$ *ni (bu yerda* $0 < e < \rho$, $\rho - \xi \in \Omega$ *nuqtadan* $\mathbb{C}\backslash\Omega$ *gacha masofa) qo‘yamiz.*

(1) formulani $v(z) = B(z-\xi)u(z)$ funksiyaga qo‘llaymiz, bunda B operator $(*)$ formula orqali aniqlangan 2-namunaviy misoldan kelib chiqib, $u \in \mathbb{C}^{/}\left(\overline{\Omega}, X^{m+2}\right)$ bo‘lganda $v_{\overline{z}} - Av_z = B(z-\xi)\left(u_{\overline{z}} - Au(z)\right)$ (2) bo‘ladi, bundan tashqari X^{m+2} ning X^{m+1} da zichligidan bu formula uzluksizlik bo‘yicha $\forall u \in \mathbb{C}^{/}\left(\overline{\Omega}, X^{m+1}\right)$ funksiya uchun o‘rinli bo‘ladi, u holda $u \in \mathbb{C}^{/}\left(\overline{\Omega}, X^{m}\right)$.

(2) va Ω_e ko‘ra $\int_{\Omega_e}(v_{\overline{z}} - Av_z)\, d\overline{z} \wedge dz = \int_{\Omega_e} B(z-\xi)\left(u_{\overline{z}} - Au(z)\right) d\overline{z} \wedge dz = \int_{\partial\Omega_e}(dz + Ad\overline{z})\, B(z-\xi)u(z) =$

$= \int_{\partial\Omega}(dz + Ad\overline{z})\, B(z-\xi)u(z) - \int_{|z-\xi|=e}(dz + Ad\overline{z})\, B(z-\xi)u(z)$ (3). [17]

Oxirgi integralni I_e deb belgilaymiz, uni hisoblash uchun $z = \xi + эe^{i\theta}, \theta \in [0,2\pi]$ belgilash kiritamiz.

U holda $dz = iэe^{i\theta}d\theta$, $d\overline{z} = -iэe^{i\theta}d\theta$,

$$B(z-\xi)|_{|z-\xi|=э} = э^{-1}\left(e^{i\theta} + e^{-i\theta}A\right)^{-1},$$

va bundan

$$I_э = i\int_0^{2\pi}\left(e^{i\theta} - e^{-i\theta}A\right)\left(e^{i\theta} + e^{-i\theta}A\right)^{-1} u\left(\xi + эe^{i\theta}\right)d\theta$$

$$= i\int_0^{2\pi}\left(e^{i\theta} - e^{-i\theta}A\right)\left(e^{i\theta} + e^{-i\theta}A\right)^{-1} u(\xi)d\theta +$$

$$+i\int_0^{2\pi}\left(e^{i\theta} - e^{-i\theta}A\right)\left(e^{i\theta} + e^{-i\theta}A\right)^{-1}\left[u\left(\xi + эe^{i\theta}\right) - u(\xi)\right]d\theta = I_1 + I_2$$

Ravshanki ,

$$\|I_2\|_m \le C\left(1 + \|A\|_{Z(X^m)}\right)\int_0^{2\pi}\left\|u\left(\xi + эe^{i\theta}\right) - u(\xi)\right\|_{m+1} d\theta \to 0$$

$c \to 0$ da $u \in \mathbb{C}^{/}\left(\overline{\Omega}, X^{m+1}\right)$. bu yerda quyidagi faktdan foydalandik.

$R(\lambda) \in L(X^{m+1}, X^m)$, $|\lambda| = 1$ operatorlarning λ bo‘yicha kuchli uzluksizlikka ega ekanligidan Banax-Shteynxaus teoremasiga ko‘ra $\exists C = C_m$ konstanta mavjudki,

$$\|R(\lambda)u\|_m \le C_m\|u\|_{m+1}, \forall u \in X^{m+1}.$$

I_1 ni hisoblash uchun, e’tibor bersak

ISSN 2181-3187

$$\int_0^{2\pi} \frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}\lambda}{e^{i\theta}+e^{-i\theta}\lambda} d\theta = 2\pi, \lambda \in \mathbb{C}, |\lambda| < 1$$

Demak, agar $\varphi_r(\lambda,\theta) = \frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}r}{e^{i\theta}+e^{-i\theta}r}, 0 \le r \le 1$ (4) [17]

desak $\varphi_r(A,\theta) \in L(X)$ operator Xda korrekt aniqlangani kelib chiqadi, shu bilan birga

$\psi_r(A) = \int_0^{2\pi} \varphi_r(A,\theta)d\theta$ operator (4)ga ko‘ra $2\pi E$ ga teng.

Demak , biz ko‘rsatdikki

$\psi_r(A)u = 2\pi u, \forall u \in X$ (5). $\Rightarrow r \to 1$ da X da kuchli limit mavjud:

$\psi(A)u = lim\, \psi_r\,(A)u$,va (5) ga ko‘ra $\psi(A)u = 2\pi u$ bo‘ladi.

Shunday qilib, ko‘rsatdikki

$I_1 = 2\pi i u(\xi)$ (6) [17]

(3)formulada $\varepsilon \to 0$ga limitga o‘tib va (6) ni hisobga olgan holda quyidagi teoremani keltiramiz.

***2.3.2-teorema.**. Biror $m \ge 0$ uchun $u \in \mathbb{C}^{/}(\overline{\Omega}, X^{m+1})$ bo‘lsin. U holda $\forall \xi \in \Omega$ uchun*

$$u(\xi) = (2\pi i)^{-1}\{\int_{\partial\Omega}(dz + Ad\overline{z})\, B(z-\xi)u(z) + \int_{\Omega} B(z-\xi)\overline{\partial}_A u d\overline{z} \wedge dz\}.$$

Bundan Koshi integralining analogi hosil bo‘ladi.

***2.3.3-teorema.**. $u \in \mathbb{C}^{/}(\overline{\Omega}, X^{m+1}) \cap A(\Omega, X^m)$ va $\xi \in \Omega$ bo‘lsin. U holda*

$$u(\xi) = (2\pi i)^{-1} \int_{\partial\Omega}(dz + Ad\overline{z})\, B(z-\xi)u(z).\ \ [17]$$

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati

1. Садуллаев А. “Теория плюрипотенциала. Применения”, часть 1,часть 2, “Palmarium Academic Publishing” 2012г.
2. Xudoyberganov G., Varisov A., Mansurov H. Kompleks analiz, T. “Universitet”, 1998y.
3. Жабборов Н.М., Имомназаров Х.Х. Некоторые начально-краевые задачи механики двухскоростных сред, Т. “Университет”, 2012 г.
4. Жабборов Н.М., Отабоев Т.У. Теорема Коши для $A(z)$-аналитических функций. Узбекский математический журнал, 2014 г.
5. Жабборов Н.М., Отабоев Т.У.,Аналог интегральной формулы Коши для A-аналитических функций,Узбекский математический журнал, (нашрда).
6. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ,часть 1, М., “Наука”, 1985г.
7. W.K. Hayman and P.B. Kennedy,“Subharmonic functions”, Academik Press, 1976y.
8. Maciej Klimek. “Pluripotential theory”, Oxford science publications, 1991y.
9. Секефальви-Надь Б, Фояш Ч. Гармонический анализ операторов в гильбертовом пространстве. М.: Мир, 1970.

10. Лаврентьев М.М, Савельев Л.Я. “Линейные операторы и некорректные задачи”, М.Наука,1992г.
11. Arbuzov E.V., Bukhgeim A.L. “Carleman’s formulas for A-analytic functions in a half-plane”, J.Inv.III-Posed Problems, 1997.