ISSN 2181-3187

TEKISLIKDA AYRIM DINAMIK SISTEMALAR LIMIT SIKLINI TAQRIBIY HISOBLASHNING XE USULI

Toshkent davlat transport universiteti
Oliy matematika kafedra assistenti
Samsoqov Parviz Rustambek o'g'li
samsoqovparviz97@gmail.com

Annotation

In the theory of smooth dynamical systems, finding the periodic trajectory of a system is one of the important issues, and Gilbert's problem 16 is also precisely about evaluating the number of limit cycles from above in polynomial dynamical systems. This article explores the issue of calculating the limit cycle of certain quadratic dynamical systems at high resolution using the variation method of he. This problem corresponds to the intersection of algebraic geometry and the field of differential equations.

The main purpose of the article is to study the variational method from a mathematical point of view and extend the field of application of this method by applying it to several dynamical systems.

Аннотация

В теории гладких динамических систем нахождение периодической траектории системы является одним из важных вопросов, и проблема 16 Гилберта также касается оценки количества предельных циклов в полиномиальных динамических системах сверху. В данной статье рассматривается вопрос о вычислении предельного цикла некоторых квадратичных динамических систем с высокой точностью с помощью вариационного метода Хе. Эта задача сводится к пересечению алгебраической геометрии и области дифференциальных уравнений.

Основная цель статьи-изучение вариационного метода с точки зрения математики и его поддержка нескольких динамических систем, чтобы расширить область применения этого метода.

ANNOTATSIYASI

Silliq dinamik sistemalar nazariyasida sistemaning davriy traektoriyasini topish muhim masalalardan biri hisoblanadi va Gilbertning 16-muammosi ham aynan polinomial dinamik sistemalarda limit sikllari sonini yuqoridan baholashni haqidadir. Ushbu maqolada ayrim kvadratik dinamik sistemalarning limit siklini Xening variatsion usulidan foydalanib yuqori aniqlikda hisoblash masalasi o`rganiladi. Ushbu masala algebraik geometriya va differensial tenglamalar sohasi kesishgan qismiga to`g`ri keladi.

Maqolaning asosiy maqsadi variatsion usulni matematika nuqtai nazaridan o`rganish va uni bir nechda dinamik sistemalarga qo‘llab bu usulning qo`llanilish sohasini kengaytirishdir.

Nochiziqli model sistemaga misol sifatida bitta kvadrat hadli ushbu:

$$\dot{\bar{x}} = c\bar{x} + d\bar{y} + e\bar{x}^2, \qquad \dot{\bar{y}} = f\,\bar{x} + g\bar{y}, \qquad (1)$$

differensial tenglamalar sistemasi qaralgan. Shuni alohida ta'kidlash kerakki, (1) sistema sodda ko'rinishga ega bo'lganiga qaramay simmetriyaga ega emas va oshkor ko'rinishda integrallanmaydi.

(1) sistemada o'zgaruvchilarni affin almashtirish orqali quyidagi

$$\dot{x} = ax + y + x^2, \quad \dot{y} = bx + y, \qquad (2)$$

kanonik shaklga keltirish mumkin, bu yerda, $a = c/g$, $b = fd/g^2$.

Shuning uchun (2) sistema maqola ishining tadqiqot ob'yekti qilib olingan.

Sistema $a = b$ bo'lganda faqat bitta maxsus nuqtaga ega va uning fazaviy portretini o'rganish dinamik sistemalarning ma'lum usullari bilan sodda amalga oshiriladi, hattoki maxsus nuqtaning xarakteristik sektorlari tipigacha aniqlash qiyin emas. $a \neq b$ bo'lgan holda esa (2) sistema ikkita $O = (0,0)$ va $P = (b-a,\ b(a-b))$ maxsus nuqtaga ega bo'ladi. Bunda $a = b$ to'g'ri chiziq parametrlar tekisligini ikkita qismlarga ajratadiю. $a > b$ va $a < b$ bu qismlar fazaviy portret nuqtai nazaridan o'zaro izomorf bo'ladi, yani o'zgaruvchilarni affin almashtirish yordamida biryarim tekislikni ikkinchisiga almashtirish mumkin. Bunda yana sistema (2) ko'rinishga ega bo'ladi. Shu bois $a > b$ bo'lgan holni qarash kifoya. U holda egar tipidagi maxsus nuqta, maxsus nuqta $O = (0,0)$ esa antiegar (yani tugun yoki fokus) bo'ladi. Bundan tashqari $a = -1,\ b < -1$ nur Puankarye-Andronov-Xopf limit sikli chizig'i bo'ladi: (a, b) nuqta bu nurdan o'ng tomonda va unga juda yaqin joylashsa, (2) sistema limit siklga ega bo'ladi.

Aytaylik

$$\dot{x} = f(x, y, \mu), \quad \dot{y} = g(x, y, \mu) \qquad (3)$$

sistema berilgan bo'lsin, bu yerda f, g funksiyalar $(0,0,0)$ nuqtaning biror atrofida uzluksiz-differensiallanuvchi funksiyalar bo'lib, $f(0,0,0) = 0$, $g(0,0,0) = 0$ o'rinli, μ – kichik parametr bo'lsin. Faraz qilaylik

$$f(x, y, \mu) = 0, \quad g(x, y, \mu) = 0$$

tenglamalar sistemasi $|\mu| < \varepsilon,$ bo'lganda uzluksiz-differensiallanuvchi $x = x(\mu)$, $y = y(\mu)$ yechimga ega bo'lsin, u holda bu egri chiziqning har bir nuqtasi

(x, y) tekisligida (3) dinamik sistema uchun μ masalaning har bir qiymatida $(x(\mu), y(\mu))$ maxsus nuqtaga ega bo'ladi.

ISSN 2181-3187

Ta'rif. Ushbu:

$$\dot{z} = f(z)$$

dinamik sistemaning $z(t)$ trayektoriyasi maxsus nuqta va yopiq trayektoriyadan farq qilsin.

Agar istalgan musbat ε va T uchun shunday $t_1,\ t_2$ mavjud bo'lib, $t_1 - t_2 > T$; $|z(t_1) - z(t_2)| < \varepsilon$ shartlar o'rinli bo'lsa, $z(t)$ gomoklinik trayektoriya deb ataladi.

Boshqa so'z bilan aytganda gomoklinik trayektoriya yetarlicha katta vaqtda o'z-o'ziga istalgancha kichik yaqinlashardi.

Gomoklinik trayektoriyalarning eng sodda turi – bu gomoklinik sikllardir. Bunday trayektoriyalar uchun quyidagi munosabat o'rinli

$$\lim_{t\to-\infty} z(t) = \lim_{t\to+\infty} z(t) = z_0,$$ bu

yerda z_0 – maxsus nuqta.

Uchinchi bobning birinchi paragrafida (2) sistema haqiqatdan ham gomoklinik sikl limit siklisiga ega ekanligi isbotlangan.

1-Teorema Har bir $b \in (-\infty, -1)$ uchun $a_*(b) \in (-1,\ -1+\varepsilon)$ mavjud bo'lib, $a = a_*(b)$ bo'lganda (1) sistema egar tipidagi gomoklinik sirtmoqqa ega bo'ladi.

Bu yerda ham tabiiy ravishda $a_*(b)$ qiymatni baholash masalasi o'rtaga chiqadi. Bu masala §3.2 da qaralgan bo'lib, limit siklni taqribiy hisoblashning Xe usuli yordamida parametrlarning $a = -0.74, b = -2.005$ bo'lganda, ya'ni

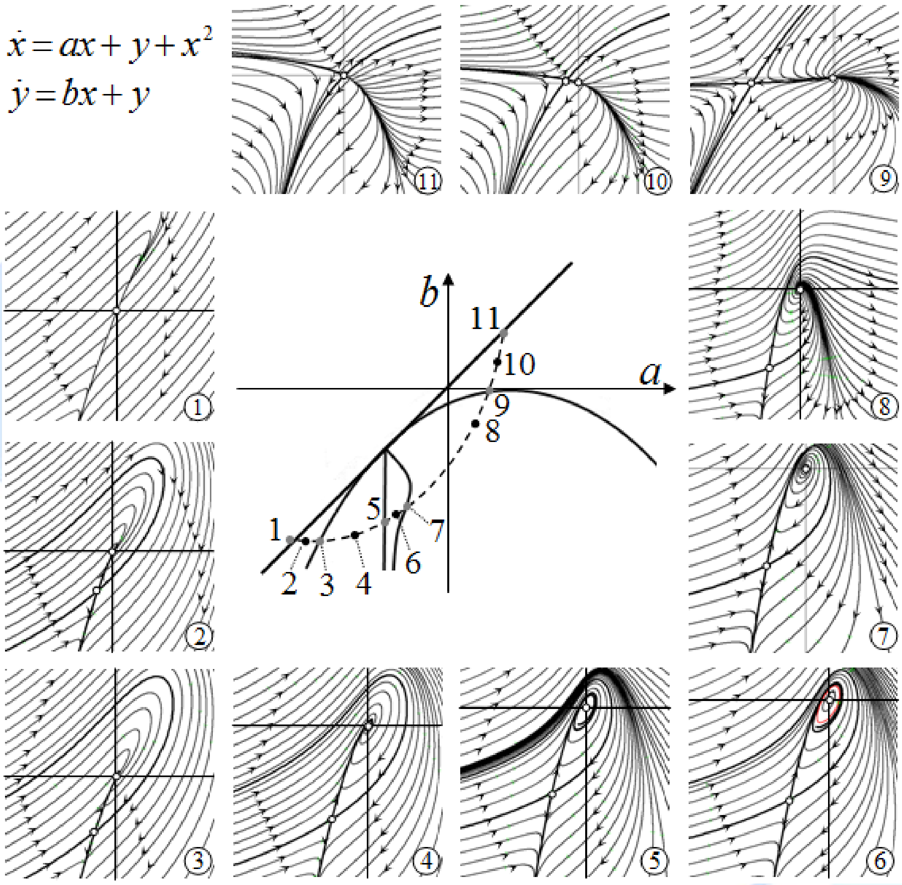
$$\begin{cases} \dot{x} = -0.74x + y + x^2, \\ \dot{y} = -2.005x + y. \end{cases} \tag{4}$$

sistemaning yopiq trayektoriyasi haqida masala qaralgan.

Parametrlarning qaralayotgan qiymatlarida (4) sistemaning chiziqli qismi $\lambda_{\pm} = 0.13 \pm i\sqrt{1.2481}$ xos qiymatlarga ega bo'ladi, shuning uchun muvozanat holati noturg'un fokus bo'ladi.

.

ISSN 2181-3187



1-shakl

1 $O = P$ – egar tugun ($a = -2$);
2 O – turg'un tugun ($a = -1,94$);
3 O –turg'un ktitik tugun $\left(a = -\left(5 + 2\sqrt{15}\right)/7\right)$;
4 O – turg'un focus ($a = -1,4$);
5 Andronov Xopf buferkatsiyasi ($a = -1$);
6 Noturg'un fokus atrofida turg'un sikl ($a = -0,92$);
7 Gomoklinik sirtmoq buferktsiyasi ($a = -0,825$);
8 Fokusga o'raluvchi seperatrisa ($a = 0$);
9 O -no turg'un tugun $\left(a = \dfrac{-5 + 2\sqrt{15}}{7}\right)$;
10 O – noturg'un tugun ($a = 0,7$);
11 $O = P$ – egar tugun ($a = 1$).

Quyidagi dinamik Sistema limit siklini Xe usuli orqali hisoblaymiz.

$$\dot{x} = -0,9x + y + x^2 \quad (5)$$

$$\dot{y} = -2,005x + y \quad (6)$$

Bu sistemaning limit siklining mavjudligi isbotlangan.

ISSN 2181-3187

Masalan yechimni quyidagi ko'rinishda qidiramiz.

$$x = a + b\sin(\omega t) + c\cos(\omega t), \qquad (7)$$

bu yerda a, b, c, ω hozircha noma'lum konstantalar. Quyidagi (6) dan (8) kelamiz

$$y = \dot{x} + 0.9x - x^2 = (0.9b - c\omega - 2ab)\sin(\omega t) +$$
$$+(b\omega + 0.9c - 2ac)\cos(\omega t) - bc\sin(2\omega t) +$$
$$+\frac{b^2 - c^2}{2}\cos(\omega t) - a^2 + 0.9a - (\frac{b^2 + c^2}{2}), \qquad (9)$$

(9) ifodadan hosila olamiz:

$$\dot{y} = (2ac\omega - b\omega^2 - 0.9c\omega)\sin(\omega t) +$$
$$+(0.9b\omega - c\omega^2 - 2ab\omega)\cos(\omega t) -$$
$$-2bc\omega\cos(2\omega t) - \frac{b^2 - c^2}{2}\omega\sin(2\omega t),$$

(3)va (4)ifodani (4)ga oborib qo'yib R ni topamiz:

$$R = y' + 2.005x + y = (2ac\omega - b\omega^2 - 0.9c\omega +$$
$$2.005b + 2ab + c\omega - 0.9b)\sin(\omega t) + (-2ab\omega - c\omega^2 + 0.9b\omega +$$
$$+2.005c + 2ac - b\omega - 0.9c)\cos(\omega t) + (2bc\omega + \frac{c^2 - b^2}{2}) +$$
$$+\cos(2\omega t) + (bc + \frac{c^2 - b^2}{2}\omega)\sin(2\omega t + a^2 + 0.9a + \frac{b^2 + c^2}{2} + 2.005. \qquad (10)$$

a, b,c va ω noma'lum konstantalar quyidagi sistemadan topiladi. (ortoganallik sharti):

$$\int_0^T R dt = 0,$$
$$\int_0^T R\sin(\omega t)dt = 0,$$
$$\int_0^T R\cos(\omega t)dt = 0, \qquad (11)$$
$$\int_0^T R\sin(2\omega t)dt = 0,$$
$$\int_0^T R\cos(2\omega t)dt = 0,$$

ISSN 2181-3187

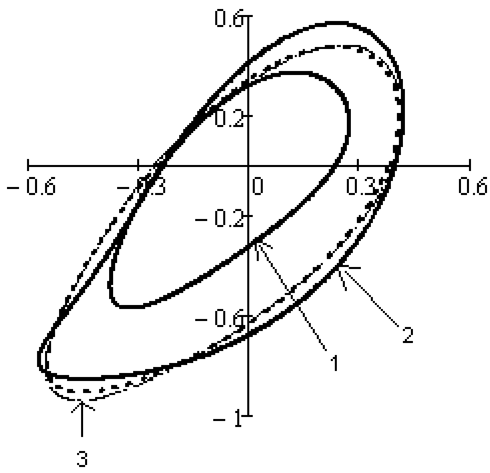
Bu yerda $T = \frac{2\pi}{\omega}$ – sikl davri.

Sikl davrini quyidagilardan foydalanib topamiz:

$$b = \pm\sqrt{0.1055},\ a = -0.05,\ c = \pm\sqrt{1.2131},\ \omega = \pm\sqrt{1.005}.$$

Bu qiymatlar bir xil taxminiy chegara davrini.

belgilaydi. Bundan foydalanib sikl davrini quyidagiga teng bo'ladi $T = \frac{2\pi}{\omega} \approx 6.3$.



2-chizma. 3ta sikl yaqinlashishi

Xulosa

Mazkur maqola tekislikda ayrim dinamik sistemalar limit siklini hisoblashning Xe usuli tadqiq qilingan. Silliq dinamik sistemalar nazariyasida sistemaning davriy tayektoriyasini topish muhim masalalalardan biri edi. Biz mazkur dissertatsiyada variatsion usulni matematik nuqtai nazaridan o'rgandik va uni bir nechta dinamik sistemalarga qo'llab bu usulni qo'llanish sohasini kengaytirdik. Bunda limit sikli davri uchun to'rtinchi yaqinlashish yetarlicha aniq natija berdi .

Model kvadratik dinamik sistema uchun limit siklini hisoblashning Xe usulini qo'lladik va parametrlarning tayin qiymatlarida yopiq trayektoriyasi mavjudligini isbotladik va Mapple dasturida kartinasini chizishga muvaffaq bo'ldik.

Tadqiqotning asosiy natijalari quyidagilardan iborat.

1. Dinamik sistemaning limit siklini Xe usulida hisoblashda uchinchi yaqinlashish yetarlicha aniq natija berdi.

2. Model kvadratik dinamik sistemaning limit sikli xossalari o'rganildi va kompyuter dasturida limit sikli yaqinlashish chiziqlari chizildi.

Maqola tadqiqot natijalari tekislikda dinamik sistema limit siklini aniqroq hisoblashga yordam beradi va shu sohadagi ilmiy tadqiqot ishlarini rivojlantirishga yordam beradi.

Adabiyotlar

1. A'zamov.A.A. Tilavov.A.M Limit sikli eng sodda nochiziqli sistema uchun Уз.Мат.Журнал, 2009, №2.с.35-41.
2. N.Dilmurodov ,X.Mamayusupov Eng sodda nochiziqli dinamik sistema uchun limit siklini taribiy hisoblashning Variatsion Xe usuli «Управление и оптимизация динамических систем–С
3. ODS-2009» Ташкент, 28-30 сентября 2009 г. с.35.
4. Yu. Ilyashenko, Centennial history of Hilbert's 16th problem, Bull. Amer.Math. Soc. (N.S.) 39 (2002), 301–354.

ISSN 2181-3187

5. Азамов А.А. Метод DN-слежения для доказательства существования предельных циклов // В "Дифференциальные уравнения и топология». Тезисы докладов международной конференции, посвященной 100-летию со дня рождения Л.С.Понтрягина", – М., 17-22 июня 2008 г., – С. 87-88.
6. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1982. – 331 с.
7. Черкас Л.А., Гринь А.А. Сплайн-аппроксимации в задаче оценки числа предельных циклов автономных систем на плоскости // Дифференциальные уравнения, 2006. – Т. 42. – № 2. – С. 213-220.14. Понтрягин Л.С. Избранные труды. – М.: Наука, 1988. – Т. 2. – 576 с.