ISSN 2181-3187

ANIQMAS INTEGRAL VA UNING TATBIQLARI

Ergashov Nurbek
Sharof Rashidov tuman 1-son kasb-hunar maktabi

Kirish: Aniqmas integral matematikaning asosiy bo‘limlaridan biri bo‘lib, funksiyalarni differensiallash jarayoniga teskari bo‘lgan integrallash jarayonini o‘rganadi. Ushbu maqolada aniqmas integralning asosiy tushunchalari, hisoblash usullari va ularning amaliy tatbiqlari haqida batafsil ma'lumot beriladi.

Aniqmas Integralning Ta'rifi

Aniqmas integral (yoki antiderivativ) (F(x)) funksiyasini topish jarayonidir, shundayki (F'(x) = f(x)). Boshqacha qilib aytganda, (F(x)) funksiyasining hosilasi (f(x)) bo‘lsa, u holda (F(x)) funksiyasi (f(x)) funksiyasining aniqmas integrali deyiladi. Aniqmas integral quyidagicha belgilanadi:

$F(x) = \int f(x)\,dx$

Bu yerda (∫)integrallash operatori, (f(x)) integrallanishi kerak bo‘lgan funksiya, va (dx) integrallash o‘zgaruvchisini bildiradi.

Aniqmas Integralning Asosiy Xususiyatlari

Aniqmas integralning quyidagi asosiy xususiyatlari mavjud:

1. Chiziqlilik Xususiyati:

$\int [a\,f(x) + b\,g(x)]dx = a\int f(x)dx + b\int g(x)dx$

2. O‘zgaruvchini Almashirish Usuli:

Agar (u = g(x)) bo‘lsa, unda:

$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(u)du$

3. Bo‘laklarga Ajratish Usuli:

$$\int udv = uv - \int v\,du$$

Aniqmas Integralni Hisoblash Usullari

Aniqmas integralni hisoblash uchun turli xil usullar qo‘llaniladi:

1. Bevosita Integrallash: Ba'zi funksiyalarni aniqmas integrali ularning asosiy formulalaridan foydalanib bevosita hisoblanadi.

2. O‘zgarishlar Kiritish Usuli: Bu usulda integralni soddalashtirish uchun o‘zgaruvchilar almashiriladi.

3. Bo‘laklarga Ajratish Usuli: Bu usul bir funksiyani ikki qismga ajratib, integrallash jarayonini soddalashtirish uchun qo‘llaniladi.

Aniqmas Integralning Amaliy Tatbiqlari

Aniqmas integralning ko‘plab amaliy tatbiqlari mavjud:

ISSN 2181-3187

1. Jismoniy Masalalar: Aniqmas integral jismning yo‘lini, tezligini va boshqa kinematik xususiyatlarini hisoblashda qo‘llaniladi.

2. Iqtisodiyot: Aniqmas integralni yordamida umumiy xarajatlarni, foydani va boshqa iqtisodiy ko‘rsatkichlarni hisoblash mumkin.

3. Biologiya: Populyatsiyalarni o‘sishini model qilishda va boshqa biologik jarayonlarni o‘rganishda qo‘llaniladi.

Ratsional funksiyalarni integrallash murakkabroq hisoblashni talab qiladi. Agar shu tipdagi integral berilgan bo‘lsa o‘zgaruvchini almashtirish usuli va bo‘laklab integrallash formulasini qo‘llaymiz.

$\int \frac{Ax+B}{(x^2+px+q)}dx$ -integralni qo‘yidagicha qo‘shiluvchilarga ajratamiz:

$$\int \frac{Ax+B}{(x^2+px+q)^k}dx = \int \frac{\frac{A}{2}(2x+p)+(B-\frac{Ap}{2})}{(x^2+px+q)^k}dx=\frac{A}{2}\int \frac{2x+p}{(x^2+px+q)^k}dx+(B-\frac{Ap}{2})\int \frac{dx}{(x^2+px+q)^k}$$

Birinchi integralni $x^2+px+q=t, (2x+p)dx=dt$ almashtirish yordamida hisoblaymiz:

$$\int \frac{2x+p}{(x^2+px+q)^k}dx=\int \frac{dt}{t^k}=\int t^{-k}dt=\frac{t^{-k+1}}{1-k}+c=\frac{1}{(1-k)(x^2+px+q)^{k-1}}+c$$

Ikkinchi integralni qo‘yidagicha ko‘rinishda yozib olamiz:

$$I=\int \frac{dx}{(x^2+px+q)^k}=\int \frac{dx}{\{(x+\frac{p}{2})^2+(q-\frac{p^2}{4})\}^k}=\int \frac{dt}{(t^2+m^2)^k}$$

bu yerda

$$x+\frac{p}{2}=t, \quad dx=dt, \quad q-\frac{p^2}{4}=m^2$$

Endi oxirgi integralni qo‘yidagicha qoshiluvchilarga ajratamiz:

$$I=\int \frac{t^2dt}{(t^2+m^2)^k}=\frac{1}{m^2}\int \frac{(t^2+m^2)-t^2}{(t^2+m^2)^k}dt=\frac{1}{m^2}\int \frac{dt}{(t^2+m^2)^{k-1}}-\frac{1}{m^2}\int \frac{t^2}{(t^2+m^2)^k}dt$$

Bu yerda oxirgi integralni bo‘laklab,

$$\int \frac{t^2}{(t^2+m^2)^k}=-\frac{1}{2(k-1)}[t\frac{1}{(t^2+m^2)^{k-1}}-\int \frac{dt}{(t^2+m^2)^{k-1}}]$$

natijaga ega bo‘lamiz. Bu ifodani yuqoridagi tenglikka qo‘ysak,

quyidagi rekurent formulani hosil bo‘ladi:

$$I=\int \frac{dt}{(t^2+m^2)^k}=\frac{1}{m^2}\int \frac{dt}{(t^2+m^2)^{k-1}}+\frac{1}{m^2}\frac{1}{2(k-1)}\left[\frac{t}{(t^2+m^2)^{k-1}}-\int \frac{dt}{(t^2+m^2)^{k-1}}\right]=$$

ISSN 2181-3187

$$=\frac{t}{2m^{2(k-1)}(t^2+m^2)^{k-1}}+\frac{2k-3}{2m^2(k-1)}$$

Shu jarayonni davom ettirib, chekli qadamdan so‘ng ma’lum

Integral

$$I=\int\frac{dt}{(t^2+m^2)}=\frac{1}{m}\tan^{-1}\frac{t}{m}+C$$

ga yetib boramiz. So‘ngra t va m o‘rniga ularning qiymatlarini qo‘yib, integrallarning x va berilgan A,B,p,q sonlar orqali

ifodasiga ega bo‘lamiz.

Xulosa: Aniqmas integral matematikaning muhim qismi bo‘lib, ko‘plab amaliy masalalarda katta rol o‘ynaydi. Uni tushunish va hisoblash usullarini o‘zlashtirish ko‘plab ilmiy va amaliy sohalarda qo‘llanilishi mumkin. Aniqmas integralni chuqur o‘rganish va tatbiq etish kelajakdagi ilmiy va amaliy tadqiqotlar uchun yangi imkoniyatlarni ochib beradi.

Adabiyotlar

1. Ayvazyan, S. A. (2003). «Matematika va Uning Tatbiqlari». Moskva: Fan.
2. Larson, R., Hostetler, R. P., & Edwards, B. H. (2010). «Calculus». Brooks Cole.
3. Stewart, J. (2012). «Calculus: Early Transcendentals». Cengage Learning.