

NOCHIZIQLI TENGLAMA ODDIY ILDIZLARINI TOPISHNING TAQRIBIY USULLARI

Muhammadedinov Alijon Azizjon o'g'li
Andijon davlat universiteti talabasi

Annotatsiya: Quyida $f(x)=0$ tenglamaning faqat oddiy ildizlarini topish masalasi qaraladi. Buning uchun masala umumiy holda quyidagi shartlar bilan qo'yiladi. Chekli $[a,b]$ kesmada aniqlangan, uzluksiz, ikki marta differensiyallanuvchan, ya'ni birinchi va ikkinchi tartibli hosilalari shu kesmada mavjud va unda bu hosilalari o'z ishorasini saqlaydigan (birinchi hosilasi nolga aylanmaydigan) $f(x)$ funksiya uchun $f(x)=0$ tenglama $[a,b]$ kesmada yagona yechimga ega bo'lsin va bu yechimni berilgan $\varepsilon > 0$ aniqlikda taqribiy hisob usullari yordamida topish talab qilinadi.

Kalit so'zlar: skanirlash usuli, nochiziqli tenglama,

Masalaning qo'yilishi. Chekli $[a,b]$ kesmada aniqlangan, uzluksiz, ikki marta differensiyallanuvchan, ya'ni birinchi va ikkinchi tartibli hosilalari shu kesmada mavjud va unda bu hosilalari o'z ishorasini saqlaydigan (birinchi hosilasi nolga aylanmaydigan) $f(x)$ funksiya uchun $f(x)=0$ tenglama $[a,b]$ kesmada yagona yechimga ega bo'lsin va bu yechimni berilgan $\varepsilon > 0$ aniqlikda taqribiy hisob usullari yordamida topish talab qilinadi.

Skanirlash usuli

Berilgan $f(x)=0$ tenglamaning $[a,b]$ kesmadagi ildizi ajratilgan bo'lsin. $[a,b]$ kesma berilgan yetarlicha kichik ε uzunlikdagi kesmalarga bo'linadi va hosil bo'lgan kesmalarning oxirlarida $y=f(x)$ funksiyaning qiymatlari hisoblanadi. Bu qiymatlarni tahlil qilish bilan qaysi oraliqda funksiya o'z ishorasini almashtirayotganligini (yoki qiymati aniq nolga teng ekanligini (bu juda kamdan kam holda kuzatiladi)) aniqlash mumkin (1.11-rasm).

Teorema: $f(x)$ funksiya (a,b) oraliqning chetki nuqtalarida har xil ishorali qiymatlarni qabul qilsa, u vaqtda tenglamani a va b nuqtalar orasida yotadigan ildizlar soni toqdir. Agar $f(x)$ funksiya oraliqning chetki nuqtalarida bir xil ishorali qiymatlarni qabul qilsa, u vaqtda tenglama ildizi oraliqda mavjud emas yoki ularning soni juftdir. Ildizlarni ajratishning turli usullari mavjud. Amalda analitik, grafik va algoritmik usullardan keng foydalaniladi. Ularni qisqacha tavsiflaymiz:

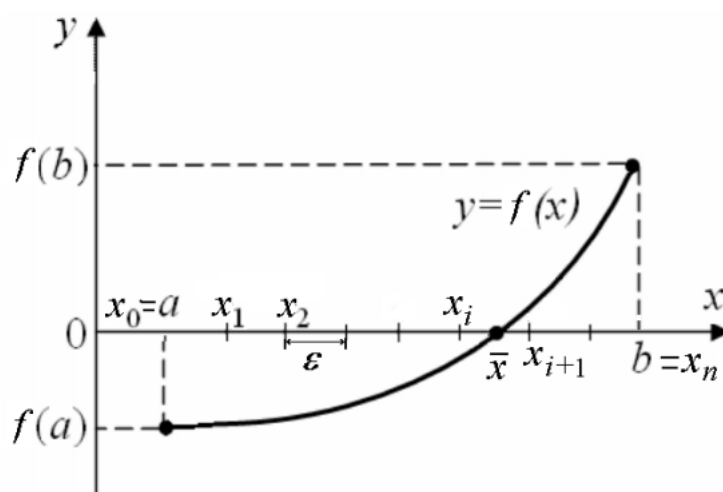
1) **Analitik usul**- bunda $f(x)$ funksiyaning ishorasi o'zgaradigan oraliqlari topiladi. Albatta, $f'(x) = 0$ tenglama yordamida. Bu oraliqlarda tenglamaning yagona ildizlari yotadi.

2) **Algoritmik usul**- bunda ildiz aniqlanadigan kesma uzunligi $[a, b]$ iloji boricha kattaroq qilib tanlab olinadi. Oraliqqa tegishli har bir kichik $[x_i, x_{i+1}]$ kesmalarda funksiya ishoralari o'zgaradigan oraliqlar va ularning soni aniqlanadi. Har safar $f(x_i) * f(x_{i+1}) < 0$ sharti tekshiriladi. Agar shart bajarilmasa, navbatdagi kesma tekshirib borilaveradi. Bu jarayon kesmalar $[a, b]$ oraliqni to'liq qoplab olmaganicha davom ettiriladi. Bunda topilgan oraliqlarda ildizning yagonaligiga ham, ba'zi bir ildizlarni aniqlanmay qolishligiga ham asos bor. Chunki, $[a, b]$ yetarlicha katta

bo'lganda funksiya ishoralari har xil bo'lgan oraliqda u absissa o'qini bir necha marta kesib o'tgan ham, aslida ishora o'zgarganu, lekin oraliq chetlarida bir xil ishorali bo'lib qolgan va ildizi yo'qotilgan bo'lishi mumkin. Shuning uchun, olingan natijalarni tekshirish maqsadida ularni $[a, b]$ ning har xil qiymatlarida olib ko'rish maqsadga muvofiqdir. Agar natijalar barcha holda takrorlansa ularni haqiqatga yaqin deb hisoblash mumkin.

3) Grafik usul-bu usul haqiqiy ildizni ajratishda katta yordam beradi. Buning uchun, $y = f(x)$ funksiyaning grafigini taqribiy ravishda chizib olamiz. Grafikning OX o'qi bilan kesishgan nuqtalarining absissalari ildizning taqribiy qiymatlari deb olinadi. Agar $f(x)$ ning ko'rinishi murakkab bo'lib, uning grafigini chizish qiyin bo'lsa, u vaqtda grafik usulni boshqacha tarzda qo'llash kerak. Buning uchun, $f(x) = 0$ tenglamani unga teng kuchli bo'lgan $f_1(x) = f_2(x)$ ko'rinishda tasvirlanadi. Keyin $f_1(x)$ va $f_2(x)$ funksiyalarning grafiklari alohidaalohida chizilib, ikkala grafikning kesishish nuqtalari topiladi. Bu nuqtalarning absissalari ildizlarning taqribiy qiymatlari deb qabul qilinadi. Shunday qilib, taqribiy yagona ildiz yotgan $[a, b]$ kesmani haqiqatda to'g'ri olinganligini analitik yo'l bilan tekshirib ko'rish mumkin. Buning uchun, yana ildizning mavjudlik sharti safar $f(a) * f(b) < 0$ dan foydalanamiz. Agar shart bajarilsa oraliq to'g'ri tanlangan bo'ladi. (1.11-rasm)

(1.1) tenglamaning yechimi sifatida tanlangan kesmaning chegaralaridagi xoxlagan x_i -chap yoki x_{i+1} - o'ng uchi nuqtasini, yanada aniqroq bo'lishi uchun esa, kesmaning o'rtasidagi $x = (x_i + x_{i+1})/2$ nuqtani olish mumkin. Bu bilan biz talab qilingan ε aniqlikdagi yechimga erishgan bo'lamiz. Amaliyotda bu usul qo'llanilganda ko'pincha $[a, b]$ kesma 2ε yoki $\varepsilon/2$ uzunlikdagi kesmalarga bo'linishi ham mumkin, bu asosiy natijaga deyarli ta'sir qilmaydi.

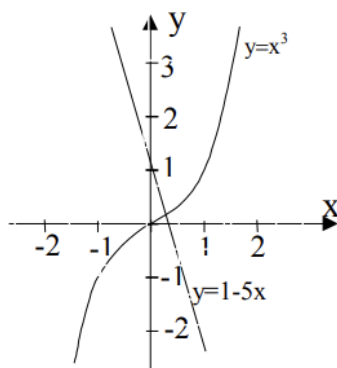


1.11-rasm. Skanirlash usulining sxematik tasviri.

Usulning samaradorligini oshirish maqsadida aniqlashtirishni bir necha bosqichda bajarish ham mumkin. Dastlabki bosqichda $[a, b]$ kesma ε ning kattaroq qiymatlarida bo'laklarga bo'linadi, ya'ni qo'pol yechim topiladi. Keyingi bosqichda esa shu topilgan oxirgi kesma bo'lagi yana bo'laklarga bo'linadi va yanada aniqroq yechimga erishiladi. Bu jarayon bir necha marotaba takrorlanishi ham mumkin. Bu bilan kamroq qadamlar bilan berilgan xatolikdagi yechimga erishish mumkin.

Misol Ushbu $y=x^3+5x-1$ tenglamaning taqribiy ildizi yotgan oraliqni ajrating.

Yechish. Buning uchun $f_1(x) = x^3$ va $f_2(x) = 1 - 5x$ funksiyalarning grafigini chizib olamiz



Grafikdan ko‘rinib turibdiki, chiziqsiz tenglama faqat bitta ildizga ega va u $[0,1]$ oraliqda bo‘lishi mumkin. Chunki $x=0$ va $x=1$ nuqtalarda $f(x)$ funksiya har xil ishorali qiymatlarga ega: $f(0)=-1<0$, $f(1)=5>0$. Demak, ildiz $[0,1]$ kesmada yotadi. Oraliq aniqlangach, turli usullardan birini ishlatib, kerakli aniqlikdagi yechimni olish mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Shavkat Mirziyoyev “Inson Manfaatlari va Mustaqillik - Kelajakni Boshqarishning Asosiy Yo‘nalishlari” 2018-yil 236 b.
2. Isroilov M. “Hisoblash metodlari”, T., "O‘zbekiston", 2003
3. Shoxamidov Sh.Sh. “Amaliy matematika unsurlari”, T., “O‘zbekiston”, 1997
4. Boyzoqov A., Qayumov Sh. “Hisoblash matematikasi asoslari”, O‘quv qo‘llanma. Toshkent 2000.
5. Abduqodirov A.A. “Hisoblash matematikasi va programmalash”, Toshkent. “O‘qituvchi” 1989.
6. Vorob`eva G.N. i dr. “Praktikum po vychislitel’noy matematike” M. VSh. 1990.
7. Abduhamidov A., Xudoynazarov S. “Hisoblash usullaridan mashqlar va laboratoriya ishlari”, T.1995.
8. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad, Matlab, Maple (Самоучитель). – М.: НТ Пресс, 2006. – 496 с.
9. Амосов А. А., Дубинский Ю. А., Копченова Н. В. Вычислительные методы. - М.: Издательский дом МЭИ, 2008. - 672 с.