

TIBBIYOT SOHASIDA DIFFERENTIAL TENGLAMALARNING QO'LLANISHI

V.G.Maxsudov, E.Ya.Ermetov, U.Q.Safarov,
M.K.Norbutayeva, J.T.Abdurazzoqov

Toshkent tibbiyot akademiyasi, "Biotibbiyot muhandisligi, informatika va
biofizika" kafedrasи

Annotation

Ushbu maqolada shifokorlar tomonidan inson organizmida sodir bo'ladigan jarayonlarni tavsiflash, tibbiy masalalarini hal qilish uchun differential tenglamalarni qo'llash, tabletkalarda modda shakllarining erish qonuni, qattiq dozalash shaklidan eritma muhitiga chiqarilishi kerak bo'lgan faol modda miqdorni aniqlash, inson organizmida preparatning parchalanishi misoli, onkologik kasalliklarni davolashda "Yirtqich-o'lja" modeli qo'llanilishi, yuqumli kasallikning tarqalishi Epidemiya modeli asosida aniqlash haqida ma'lumotlar ketirilgan.

Kalit so'zlari: differential tenglama, "Yirtqich-o'lja" modeli, logarifmning hossasi, integral, sistemaning traektoriyalari, hosila, farmakopeya.

Применение дифференциальных уравнений в медицине
В.Г. Максудов, Э.Я. Эрметов, У.К. Сафаров, М.К. Норбутаева,
Ж.Т. Абдураззоқов

Ташкентская медицинская академия, кафедра «Биомедицинская инженерия, информатика и биофизика».

Abstract

In this article, the processes occurring in the human body are described by doctors, differential equations are used to solve medical problems, the law of dissolution of substances in tablets, determining the amount of active substance, which should be released from the solid pharmaceutical form in the medium of the solution, for example, the dispersion of a drug in the human body, the use of the "Predator-Prey" model in oncological diseases, the spread of infectious diseases based on the epidemic model.

Keywords: differential equation, "Predator-Prey" model, logarithmic property, integral, system trajectories, production, pharmacopoeia.

Application of differential equations in medicine

V.G. Maxsudov, E.Ya.Ermetov, U.Q.Safarov, M.K.Norbutayeva, J.T.Abdurazzoqov
Tashkent Medical Academy, Department of "Biomedical Engineering, Informatics
and Biophysics".

Resume

In this article, doctors describe the processes occurring in the human body, use differential equations to solve medical problems, the law of dissolution of the forms of substances in tablets, determining the amount of the active substance that should be released from the solid dosage form into the solution medium, an example of the breakdown of a drug in the human body, the use of the "Predator-prey" model in the treatment of oncological diseases, the spread of an infectious disease based on the epidemic model.

Keywords: differential equation, predator-prey model, logarithm property, integral, system trajectories, derivative, pharmacopoeia.

Zamonaviy dunyoda sodir bo‘layotgan jarayonlar mutaxassislarning chuqur bilimlari va yuqori sifatni talab qiladi. Hozirgi kunda globallashuv tufayli har yili texnologiya yaxshilanmoqda, tibbiyat sohasida yangi bilim va tadqiqotlar paydo bo‘lmoqda. Texnologiyani yaratish uchun odamlar hisob-kitoblarga muhtoj, bu erda ular differensial tenglamalarsiz to‘liq bo‘lmaydi. Zamonaviy dunyoda faoliyat o‘zgarib bormoqda matematik modellashtirishdan foydalanish bilan bog‘liq tibbiyat xodimlari, statistik ma'lumotlar va amaliyotda qo‘llaniladigan boshqa hodisalar.

Tibbiyotda differensial tenglamalardan foydalanishni misol tariqasida epidemianing eng oddiy matematik modelidan foydalanib ko‘rsatamiz. Differensial tenglamalarning biologiya va kimyoda qo‘llanilishi ham tibbiy ma’noga ega ekanligi, chunki tibbiyotda turli biologik populyatsiyalarni (masalan, patogen bakteriyalar populyatsiyasini) va tanadagi (masalan, fermentativ reaksiyalar) kimyoviy reaksiyalarni o‘rganish muhim rol o‘ynaydi.

Tibbiyotda matematikaning roli diagnostika muolajalarini amalga oshirishda yordam berishdan iborat. Hozirgi vaqtida kasallikkarni davolash va tashxislash usullari sezilarli darajada kengaytirilgan. Tibbiyot markazlarining muhim qismi matematik modellashtirish usullaridan foydalanadi, bu esa aniqlangan tashxislarning katta qismining aniqligini oshiradi. Matematika asoslarini bilish shifokorlar tomonidan inson organizmida sodir bo‘ladigan jarayonlarni tavsiflash uchun ishlataladi. Ko‘pgina oliv o‘quv yurtlarida talabalar asosiy tibbiyat fanlari bilan bir qatorda matematikani ham o‘rganadilar. Amaliy matematikaning asosiy muammozi boshlang‘ich matematik modelni tanlash bo‘lib, bu biologiya va tibbiyotda bo‘lgani kabi hech qanday bilim sohasida sezilmaydi [1,2,3].

“Differensial tenglamalar” bo‘limi zamonaviy matematikaning eng katta bo‘limlardan biri hisoblanadi. U ko‘plab faoliyat sohalari bilan kesishgan. Differensial tenglama – noma’lumni funksiyalar, ularning turli tartibli hosilalari va erkli o‘zgaruvchilar ishtirok etgan tenglamadir. Bir xil differensial tenglamalardan amaliyotda keng foydalaniladi, masalan, kimyoviy reaksiyalar natijasini hisoblash, kompaniyaning asosiy daromadlarini hisoblash, joriy dinamika vaqt o‘tishi bilan ma’lum bir mintaqadagi demografik ko‘rsatkichlar differensial tenglamalar yordamida hisoblab chiqiladi.

Ushbu ishning mavzusi har doim ham dolzarb bo‘lib qoladi, chunki matematik usullar ko‘plab muammolarni hal qilishda, jumladan, tibbiyat sohasida qo‘llaniladi.

Har yili olimlar tobora ko‘proq yangi kasalliklarni kashf etadilar, davolash usullarini topadilar. Va bularning hech biri matematikasiz amalga oshirilmaydi.

Muayyan tibbiy masalalarni hal qilish uchun differensial tenglamalarni qo‘llashni ko‘rib chiqamiz [4,5,6].

1. Tabletkalarda modda shakllarining erish qonuni.

“Eritish” sinovi farmakopeya maqolasida yoki me’yoriy hujjatlarda ko‘rsatilgan sharoitlarda ma’lum vaqt davomida qattiq dozalash shaklidan eritma muhitiga chiqarilishi kerak bo‘lgan faol modda miqdorni aniqlash uchun mo‘ljallangan.

Tabletkadagi moddaning t erish vaqtigacha qolgan miqdorini n bo‘lsin. Unda

$$\frac{dn}{dt} = -kn$$

Bu yerda k –erish tezligi konstantasi. Tenglamadagi minus ishorasi vaqt o‘tishi bilan modda shakllarining soni kamayib borishini anglatadi [7,8,9,10].

Keling, yechimni ko‘rib chiqaylik.

Differensial tenglamada o‘zgaruvchilarni ajratib va keyin uni integrallaymiz:

$$\begin{aligned}\frac{dn}{n} &= -kdt \\ \int \frac{dn}{n} &= - \int kdt\end{aligned}$$

Bu yerdan:

$$\ln|n| = -kt + \ln|C|$$

Logarifmning hossasidan foydalanib, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$|n| = C_1 e^{-kt}$$

bu erda $C_1 = e^c$ ixtiyoriy o‘zgarmas son.

Modulning hossasidan foydalanib, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$n = C_2 e^{-kt}$$

bu yerda $C_2 = \pm C_1$ ixtiyoriy o‘zgarmas son

$t = 0$ da $n = n_0$ da deb faraz qilsak, biz $C_2 = n_0$ ni olamiz, demak:

$$n = n_0 e^{-kt}$$

Formula tabletkalardan moddaning dozalash shakllarining erishi qonunini integral shaklda ifodalaydi. Tenglamadan:

$$n = n_0 e^{-kt}$$

k –erish tezligini topamiz:

$$k = \frac{1}{t} \ln\left(\frac{n_0}{n}\right)$$

Tabletkalarning yarim erish davri $t = \frac{t_1}{2}$, $n = \frac{n_0}{2}$

$$\begin{aligned}\frac{n_0}{2} &= n_0 e^{-kt_1 \frac{1}{2}}, \\ \frac{1}{2} &= e^{-kt_1 \frac{1}{2}}\end{aligned}$$

Tenglamaning ikkala tarafini logarifmlaymiz:

$$\ln \frac{1}{2} = -kt_1 \frac{1}{2}$$

$$t_1 \frac{1}{2} \text{ topamiz, } t_1 \frac{1}{2} = \frac{\ln 2}{k} = \frac{0,693}{k}.$$



2. Inson organizmida preparatning parchalanishi misoli.

Masala: Bemorning organizmiga preparat kiritildi, preparatning qaysi qismi 8 soatdan keyin parchalanadi, agar 4 mg preparat kiritilgandan 4 soat o'tgach, uning massasi ikki baravar kamaygan bo'lsa?

Yechish: Ushbu masalani yechish uchun organizmdagi dorivor moddalar miqdori o'zgarishi vaqtga bog'liqligini aniqlash kerak. Belgilang: $N_0 = 8$ – preparatning dastlabki vaqtdagi miqdori (mg da), $N_2 = 4$ – preparatning ikki soatdan keyingi miqdori, bu erda N – istalgan vaqtda preparatning miqdori. Dori miqdorining o'zgarish tezligi ma'lum bir vaqtda preparat miqdoriga mutanosib:

$$\frac{dN}{dt} = kn$$

Bu differential tenglamaning yechimi istalgan bog'liqlikni tavsiflovchi quyidagi ifoda:

$$N = Ce^{kt}$$

Dastlabki shartlardan foydalanib, C ni aniqlaymiz:

$$\begin{aligned} 8 &= Ce^{k0} \\ e^0 &= 1 \text{ tenglikdan} \\ C &= 8 \end{aligned}$$

Shunday qilib, $N = Ce^{kt}$. Ma'lumki, preparat tanaga kiritilishi bilanoq, 4 soatdan keyin uning massasi ikki baravar oshdi. k ni aniqlaymiz [11,12,13]. Buning uchun biz oxirgi tenglamada $t = 4$, $N = 4$ qiymatlarni qo'yamiz va:

$$\begin{aligned} 4 &= 8e^{k4} \\ 0,5 &= e^{4k} \end{aligned}$$

Tenglamaning ikkala tarafini logarifmlaymiz:

$$\begin{aligned} \ln 0,5 &= \ln e^{4k} \\ \ln 0,5 &= 4k \ln e \end{aligned}$$

$\ln e = 1$ ekanligidan quyidagi tenglikka ega bo'lamiz:

$$k = \frac{\ln 0,5}{4}$$

Tanadagi dori miqdorining vaqtga bog'liqligini quyidagicha yozish mumkin:

$$N = 8e^{\frac{\ln 0,5}{4}t}$$

Endi biz 8 soatdan keyin moddaning miqdorini bilib olishimiz mumkin, buning uchun biz tenglamaga $t = 4$ ni kiritamiz va quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$\begin{aligned} N &= 8e^{\frac{\ln 0,5}{4} \cdot 8} \\ N &= 8e^{\ln(0,5) \cdot 2} \end{aligned}$$

$\ln 0,5 = -0,693$ bo'lgani uchun $\ln(0,5) \cdot 2 = -1,386$.

Natijada:

$$N = 8e^{-1,386} = 8 \cdot 0,25 = 2$$

8 soatdan keyin organizmda 2 mg preparat bo'ladi. Bu vaqt ichida $8 - 2 = 6$ mg parchalanib ketdi. Natijada, 6 mg modda 8 soat ichida parchalangani ma'lum bo'ldi.

Hozirgi vaqtida tibbiyotda "Yirtqich-o'lja" modeli qo'llaniladi. Onkologik kasalliklarni modellashtirishda o'sma hujayralari o'lja deb hisoblanadi, ularni

o'simtani harakanlaniashini susaytirishi mumkin bo'lgan limfotsitlar yirtqichlar bo'ladi. Bu usullar shifokorlar optimal davolash yo'lini aniqlash va ular bilan kurashishning yangi vositalarini yaratishga yordam beradi [14,15,16,17].

3. "Yirtqich-o'lja" modeli.

x – o'simta hujayralari soni,

y – limfotsit hujayralari soni bo'lsin;

Vaqt o'tishi bilan, o'simta hujayralari va limfotsitlar sonida o'zgarishlar bo'lsa, u holda x va y ni t vaqtning uzluksiz funksiyalari deb faraz qilamiz.

x va y ni model holati deb ataymiz.

Modelning holati qanday o'zgarishini ko'rib chiqamiz.

$\frac{dx}{dy}$ – o'simta hujayralari sonining o'zgarish tezligi.

Agar o'simta hujayralari bo'lmasa, u holda limfotsitlar soni kamayadi. Bu bog'liqlik chiziqli hisoblanadi:

$$\frac{dy}{dt} - a_2y$$

Ekotizimda har bir tur sonining o'zgarish tezligi ham uning soniga proporsional hisoblanadi, lekin faqat boshqa turning individlari soniga bog'liq bo'lgan koeffitsient bilan. Shunday qilib, o'simta hujayralari uchun bu koeffitsient limfotsitlar sonining ko'payishi bilan kamayadi va limfotsitlar uchun u o'simta hujayralari sonining ko'payishi bilan ortadi. Bu bog'liqlik ham chiziqli bo'ladi. Shunday qilib, biz differentsial tenglamalar sistemasini olamiz:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a_1x - b_1xy \\ \frac{dy}{dt} = -a_2x - b_2xy \end{cases}$$

Olingan tenglamalar sistemasi Lotka-Volterra modeli deb ataladi.

a_1, a_2, b_1, b_2 – sonli koeffitsientlar (model parametrlari).

Model holatining o'zgarishi xarakteri (x, y) parametrarning qiymatlari bilan belgilanadi. Ushbu tenglamalar sistemاسini yechish orqali salomatlik holati o'zgarish qonuniyatlarini o'rganish mumkin.

Hodisani o'rganishda dastlab bu hodisa bo'ysunadigan asosiy qonunlarni tavsiflaydigan matematik modeli yaratiladi. Bizning misollarimizda bu qonunlar differentsial tenglamalar shaklda ifodalangan. Matematik modellar bashorat qilishni osonlashtiradi, real tizimlarda o'tkazilgan tajriba natijalari o'rganish imkonini beradi.

Epidemiya modeli.

Ushbu model yuqumli kasallikning izolyatsiya qilingan populyatsiyada tarqalishini tasvirlaydi. Aholining individlari uch toifaga bo'linadi. Birinchi sinfi $x(t)$ – o'lchamdagagi infeksiyalangan sinf (t -vaqt dagi) infeksiyalangan bemorlardan iborat bo'lib, bu bemorlar uchun yuqumli kasallikning inkubatsiya davri ahamiyatsiz darajada qisqa deb taxmin qilinadi. Raqamlarning ikkinchi sinfi $y(t)$ -sezgir shaxslar, ya'ni infeksiyalangan bemorlar bilan aloqa qilish orqali yuqishi mumkin bo'lgan shaxslar. Va nihoyat, uchinchi sinf immunitetga ega bemorlardan iborat bo'lib, immunitetga ega bo'lgan yoki kasallik natijasida vafot etganlarga ajratiladi. Uning soni $z(t)$ bilan belgilanadi. Shuningdek, aholining umumiy soni n doimiy ya'ni tug'ilish,

tabiiy o‘lim va migratsiya hisobga olinmaydi deb taxmin qilinadi. Modelga asoslangan ikkita gipoteza mavjud:

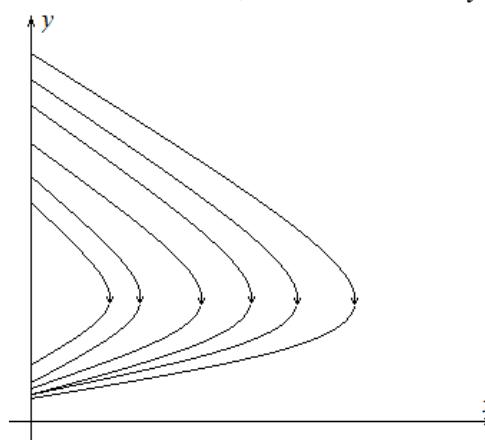
1. Ma’lum bir vaqtdagi (t) insidans $x(t) \cdot y(t)$ – bu gipoteza holatlar soni kasal va kasallikni sezuvchan shaxslar o‘rtasidagi uchrashuvlar soniga mutanosib, bu esa o‘z navbatida x ga proportsional degan asosli taxminga asoslanadi. $x(t) \cdot y(t)$; shunday qilib, x sinfining soni oshadi va y sinf soni $a \cdot x(t) \cdot y(t)$ ($a > 0$) tezlikda kamayadi;

2) immunitetga ega bo‘lgan shaxslar soniga mutanosib ravishda, ya’ni $b \cdot x(t)$ ($b > 0$) tezlikda o‘sadi. Natijada biz quyidagi tenglamalar sistemasini olamiz.

$$\begin{cases} x(t) = a \cdot xy - b \cdot x \\ y(t) = -a \cdot xy \\ z(t) = b \cdot x \end{cases}$$

Topshiriq. $x'(y) = -1 + b/ay$ ni ko‘rsating.

Ushbu muammo tufayli sistemaning traektoriyalari 1-rasmida ko‘rsatilgan shaklga ega ekanligini ko‘rish oson. Bizni faqat o‘zgaruvchilarining ijobiy qiymatlari qiziqtirayotgani uchun tenglama kerak emas, chunki $z = n - x - y$.



1-rasm. Sistemaning traektoriyalari

Taqdim etilgan ishda biz differentsial tenglamalardan foydalanib tibbiyot masalalarini yechishni, masalan, inson organizmida preparatning parchalanishi misoli, onkologik kasalliklarni davolashni modellashtirishni ko‘rib chiqdik. Differentiial tenglamalarni yechish uchun matematik apparati amalda tabiatshunoslik siklining ko‘plab muammolarini hal qilish imkonini beradi. Tibbiyot oliy ta’lim mutaxassislarning o‘z bilimlarini turli tibbiyot sohalarida qo‘llash qobiliyatini nazarda tutadi [18].

Tibbiyotda matematik bilimlarni qo‘llash orqali mutaxassisining kasbiy kompetensiyalarini shakllantirishni ko‘rib chiqamiz.

Tibbiyot bo‘yicha mutaxassisning bilimlarini sog‘liqi saqlash sohasida va tibbiyot qo‘llash tibbiy tashkilotning xo‘jalik faoliyatini amalga oshirishni o‘z ichiga oladi. Iqtisodchining majburiyatlariga quyidagilar kiradi: tibbiy tashkilotning iqtisodiy va moliyaviy loyihalarni tayyorlash uchun dastlabki ma‘lumotlarni tayyorlash, tibbiy xizmatlar narxini hisoblash, zarur materiallarni hisoblash, kapital qo‘yilmalar, moddiy, mehnat va moliyaviy resurslardan samarali foydalanish chora-tadbirlarini ishlab chiqish. Iqtisodchi ham mehnat unumdorligini oshirishga, tibbiy xizmatlar ko‘rsatish

xarajatlarini kamaytirish, yo‘qotishlarni bartaraf etish, mehnat va ishlab chiqarishni tashkil etishning iqtisodiy samaradorligini aniqlash, yangi texnologiyalar va ixtirolarni joriy etish, marketing tadqiqotlarida ishtirok etish va tibbiy tashkilotning rivojlanishini bashorat qilish va boshqalarda o‘z hissasini qo‘shishi kerak.

Adabiyotlar

1. Рубецков, Д. И. Феномен математической модели Лотки-Вольтерры и сходных с ней / Д. И. Рубецков // Известия Вузов. Прикладная нелинейная динамика. – 2011. – № 2. – С. 69–87.
2. Петровский, И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений / И. Г. Петровский. – М., 1984. – 295 с.
3. Махсудов В.Г., Эрметов Э.Я., Базарбаев М.И. Определение коэффициента трения качения с помощью маятника Обербека. – Москва: Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук, №10., -С.48-54. https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=ru&user=GGgl544AAAAJ&citation_for_view=GGgl544AAAAJ:ufrVoPGSRksC
4. Махсудов В.Г. Дидактические возможности маятника Обербека. – Москва: Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук, №11., - С.14-21. https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=ru&user=GGgl544AAAAJ&citation_for_view=GGgl544AAAAJ:ULOm3_A8WrAC
5. Махсудов В.Г., Эрметов Э.Я. Аниқ фанларни ўқитишида масалалар ечиш методларидан фойдаланиш алгоритми. – Тошкент: Фан, талим ва амалиёт интеграцияси, 2022. №2. Б.9-15. https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=ru&user=GGgl544AAAAJ&citation_for_view=GGgl544AAAAJ:2P1L_qKh6hAC
6. Махсудов В.Г. Дидактические возможности маятника Обербека. – Москва: Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук, №11. 27-39 с.
7. Махсудов В.Г. Гармоник тебранишларни инновацион технологиялар асосида ўрганиш («Кейс-стади», «Ассесмент», «Венн диаграммаси» мисолида). – Тошкент, Замонавий таълим. №7., 2017. 11-16 б. https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=ru&user=GGgl544AAAAJ&citation_for_view=GGgl544AAAAJ:L8Ckcad2t8MC
8. Яхшибоев Р., Яхшибоева Д., Эрметов Э., Базарбаев М.. Разработка модели распознавания графических объектов на основе метода «Transfer learning» для диагностики в сфере здравоохранении. – Тошкент: 2023. №3. https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=ru&user=YkyMhGQAAAAJ&citation_for_view=YkyMhGQAAAAJ:SeFeTyx0c_EC
9. Maxsudov V.G. Technology of organization of modern lecture classes in higher education institutions. England: Modern views and research – 2021. 160-166 pp.

https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=ru&user=GGgl544AAAAJ&sortby=pubdate&citation_for_view=GGgl544AAAAJ:IWHjjKOFINEC

10. Maxsudov V.G. Improvement of the methodological basics of training of the section «Mechanical oscillations» in higher educational institutions. Dissertation. – Tashkent: 2018.

https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=ru&user=GGgl544AAAAJ&sortby=pubdate&citation_for_view=GGgl544AAAAJ:aqIVkmm33-oC

11. Maxsudov V.G. Technology of lecture organization in modern education.- Washington, USA, Collations of scientific works. 2021. 160-163 pp.
https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=ru&user=GGgl544AAAAJ&sortby=pubdate&citation_for_view=GGgl544AAAAJ:qUcmZB5y_30C

12. Maxsudov V.G. The use of distance learning technologies in the creation of e-learning courses in higher education by professors and teachers of higher education institutions. Study guide. – Tashkent, 2021. Pp 256.
https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=ru&user=GGgl544AAAAJ&citation_for_view=GGgl544AAAAJ:LPZeul_q3PIC

13. Maxsudov V.G. Improving the methodology of teaching physics-Mechanical Vibrations in higher education. Monograph. – Tashkent: UzSNMU., pp.146.
https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=ru&user=GGgl544AAAAJ&citation_for_view=GGgl544AAAAJ:NaGl4SEjCO4C

14. Maxsudov V.G. Once again about problems in physics. – Austria, Vienna: European journal of education and applied psychology, №2. Pp.17-25.

https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=ru&user=GGgl544AAAAJ&citation_for_view=GGgl544AAAAJ:g5m5HwL7SMYC

15. Maxsudov V.G. Laboratoriya mashg'ulotlarida nazariy va amaliy bilimlar uzbekligi. – Toshkent: Pedagogika, 2016. №6. –B.84-88.

https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=ru&user=GGgl544AAAAJ&citation_for_view=GGgl544AAAAJ:dTyEYWd-f8wC