

## PLASTINKA UCHUN IKKI O'LCHOVLI ISSIQLIK O'TKAZUVCHANLIK TENGLAMASINI SONLI YECHISH

*Nuraliyev To'lqin Alimardanovich*

*O'zbekiston Milliy universiteti Jizzax filiali o'qituvchisi*

*Nurbekov Nodirjon Abduqodirovich*

*O'zbekiston Milliy universiteti Jizzax filiali talabasi*

**Annotatsiya.** Plastinkaning bir chetida bug'lanish, ikkinchisida issiqlik uzatish jarayoni va issiqlik tarqalishi jarayoni, yuqori aniqlikdagi chekli ayirmalar usuli bilan sonli yechildi; tadbiq uchun mexanikaga oid aniq amaliy masalalar sonli yechildi, hisob algoritmi yaratildi, hisob dasturiy vositasi yuqori bosqichli algoritmik tilda tuzildi, natijalar taqqoslandi va tegishli xulosalar chiqarildi hamda amaliy tadbiq uchun tavsiyalar berildi.

**Kalit so'zlar:** plastinka, chekli ayirma.

Tabiiy jarayonlarni tadqiq qilishda ularning matematik modellarini tuzish ko'p hollarda xususiy hosilali differensial tenglamalarni yechishga olib kelinadi. Bunday masalalarni analitik usulda yechishning imkoniyati hamma vaqt ham mavjud emas. Shu bilan birga tadqiqot masalani yechish jarayonining qiyinchiliklari sohasining murakkabligidan va birjinslimaslik xossasidan ham bog'liq. Bunday masalalarning yechimini kompyuter yordamida sonli topish va natijalarni yaxshi vizuallashtirish orqali tahlil qilish mumkin.

Tadqiqot sohasini ifodalovchi matematik-fizika tenglamalarning turi turlicha bo'lishi mumkin. Masalan, muhitda issiqlik tarqalishi jarayonlarini ushbu

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \frac{q}{\rho C}, \quad (1)$$

issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi tavsiflaydi, bu yerda ;  $\rho$  va  $C$  – moddaning jichligi va issiqlik sig'imi;  $k$  – issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsiyenti;  $q$  – issiqlik manbalari zichligi;  $u = u(x, y, z, t)$  – temperatira;  $x, y, z$  – fazoviy koordinatalar;  $t$  – vaqt.

Agar jarayonni statsionar holda, yani vaqtdan bog'liq bo'lmagan holda, masalan, statik issiqlik, elektr, magnit maydonlari yoki statik yuklanishda deformatsiyalar, tahlil qilish zarur bo'lsa,  $u$  holda bu jarayon ushbu

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = f(x, y, z), \quad (2)$$

Puasson tenglamasiga olib kelinadi, bu yerda  $u(x, y, z)$  – statik maydonni ifodalovchi funksiya;  $f(x, y, z)$  – taqsimlangan manbalar. Agar (1.2) da  $f(x, y, z) = 0$  bo'lsa,  $u$  holda  $u$  soddalashadi va ushbu

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0, \quad (3)$$

Laplas tenglamasi ga olib kelinadi.

Xususiyl hosilali differensial tenglamalarni qo'shimcha shartlar bilan to'ldirish orqali chegaraviy masalalar tuziladi. Bu qo'shimcha shartlar: giperbolik va parabolik tipdagi tenglamalar uchun erkli o'zgaruvchi  $t$  vaqtga nisbatan muhit yoki sistemaning boshlang'ich holatini ifodalovchi boshlang'ich shartlar,  $x, y, z$  koordinatalar bo'yicha esa chegaraviy shartlar kiritiladi. Termodinamik jarayonlari masalalarida, masalan ular muhit tadqiqot sohasidagi chegaralardagi temperatura taqsimotini tavsiflaydi. Elliptik tenglamali masalalarda  $t$  vaqt qatnashmaydi, unda faqat  $x, y, z$  koordinatalar bo'yicha chegaraviy shartlar kiritiladi.

Agar chegaraviy shart  $u$  funksiyaning chegaradagi taqsimotini ifodalasa, ya'ni  $u|_S = \varphi$ ,  $u$  holda bu shart Dirixle sharti deb ataladi. Hisob sohasining chegarasida hosila bilan yozilsa, ya'ni  $|_S = \psi$ ,  $u$  holda bu shart Neyman sharti deb ataladi. Agar chegaraviy shart yuqoridagi ikkala chegaraviy shartlar kombinatsiyasidan tuzilgan bo'lsa, ya'ni  $(\alpha u + \beta)|_S = \Phi$   $u$  holda bu aralash chegaraviy shart deb ataladi.

Bunday chegaraviy masalalarni ko'pgina analitik va taqribiy usullar bilan yechish mumkin, masalan, analitik usullardan xarakteristikalar usuli (Damber usuli), o'zgaruvchilarni ajratish usuli (Furje usuli), manbalar usuli (Grin funksiyasi usuli). Taqribiy hisob usullaridan chekli ayirmalar usuli, chekli elementlar usuli, chegaraviy elementlar usuli, chekli hajmlar usuli, chekli avtomatlar usuli va hokazo. Ana shu taqribiy usullardan biri chekli ayirmalar usulidan foydalanib bir necha chegaraviy masalalar ushbu ishda yechilgan.

Xususiyl hosilali differensial tenglamalarni taqribiy yechish usullaridan biri to'rlar usulidan foydalanib chegaraviy masalani yechish bilan tanishamiz. Bu usulning g'oyasiga ko'ra, masalan, soddalik uchun ikki o'zgaruvchili funksiya uchun o'lchami bir birlikli kvadrat sohada chegaraviy masalaning yechimini topish haqida tushunchalar kiritamiz. Aslida  $x$  va  $y$  koordinatalar bo'yicha to'r qadamlari har xil bo'lishi ham mumkin. Ta'rifga ko'ra birinchi tartibli xususiyl hosila quyidagicha yoziladi:

$$\frac{\partial u(x, y)}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u(x + \Delta x, y) - u(x, y)}{\Delta x} \approx \frac{u(x + \Delta x, y) - u(x, y)}{\Delta x} \quad (4)$$

Agar  $u(x, y)$  funksiyani tadqiqot sohasi to'rining tugunlaridagina qarasaq,  $u$  holda birinchi tartibli xususiyl hosilani ushbu

$$\frac{\partial u(x, y)}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1, j} - u_{i, j}}{h} \quad (5)$$

o'ng chekli ayirma deb ataluvchi formula bilan yozishimiz mumkin, bu yerda (i,j) – tadqiqot sohasining (x,y) nuqtasiga mos keluvchi tugun. Bu formulaning bunday atalishiga sabab unda funksiyaning tadqiqot nuqtasi va undan o'ngdagi nuqtalardagi qiymatlaridan foydalanilganligida. Xuddi shunday tadqiqot nuqtasi va undan chapdagi nuqtadagi fuksiya qiymatlaridan foydalansak, u holda ushbu

$$\frac{\partial u(x, y)}{\partial x} \approx \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{h} \quad (6)$$

chap chekli ayirma deb ataluvchi formulaga kelamiz. Xuddi shunday, ikkinchi tartibli xususiy hosila uchun ushbu

$$\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} \approx \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h^2} \quad (7)$$

markaziy chekli ayirma formulasini hosil qilamiz.

### ADABIYOTLAR

1. Alimardanovich N. T., Xolmirza o'g'li X. Y. GIPERBOLIK TIPDAGI TENGLAMA UCHUN TO'RLAR USULI. – 2022.
2. Xolmirza o'g'li X. Y., Alimardanovich N. T. IKKINCHI TARTIBLI CHIZIQLI ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI YECHISHNING PROGONKA USULI VA UNING TADBIQI. – 2022.
3. Alimardanovich N. T. CHIZIQSIZ TENGLAMALARNI TAQRIBIY YECHISH //International Journal of Contemporary Scientific and Technical Research. – 2022. – C. 323-327.
4. Xandamov, Y., & Nuraliyev, T. (2022). Teng qadamlar uchun nyutonning 1-interpolyatsion formulasi uchun algoritm va dasturiy ta'minot yaratish. Zamonaviy innovatsion tadqiqotlarning dolzarb muammolari va rivojlanish tendensiyalari: yechimlar va istiqbollar, 1(1), 364-367.
5. Nuraliyev, T., & Xandamov, Y. (2022). Oddiy differensial tenglamalarni sonli yechish. Zamonaviy innovatsion tadqiqotlarning dolzarb muammolari va rivojlanish tendensiyalari: yechimlar va istiqbollar, 1(1), 347-349.