ISSN 2181-3187

FUNKSIYANING NUQTADAGI LIMITINI TEKSHIRISH METODIKASI

Rustamaliyeva Ro'zigul Ibrohim qizi
Namangan Davlat Universiteti Fizika fakulteti 1-kurs talabasi
E-mail: Rustamaliyeva.r@gmail.com
Tel: +998947104255

Annotatsiya: Ushbu maqolada biz sonlar ketma-ketligi va funksiyani nuqtadagi limitini topish metodlarini ko'rib chiqdik.

Kalit so'zlar: sonlar ketma-ketligi, natural sonlar funksiya limiti, qismiy ketma-ketlik, ketma-ketlikning limiti, tengsizlik, haqiqiy sonlar.

Aytaylik, a∊R son hamda ixtiyoriy ε>0 son berilgan bo'lsin:

1-tarif: Ushbu:

$$U_{\varepsilon}(a)=\{x\in R|\ a-\varepsilon<x<a+\varepsilon\}=(a-\varepsilon,\ a+\varepsilon)$$

to'plam a nuqtaning ε atrofi deyiladi.

2-ta'rif: Agar ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son olinganda ham shunday n_0 natural soni mavjud bo'lsaki, n> n_0 tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha natural sonlar uchun

$$|x_n - a| < \varepsilon$$

tengsizlik bajarilsa, (ya'ni

$$\forall\varepsilon>0,\ \exists n_0\in N,\ \forall n>n_0 : |x_n - a| < \varepsilon$$

bo'lsa), a son x_n ketma-ketlikning limiti deyiladi va

$$a=\lim_{n\to\infty} x_n \text{ yoki } n\to\infty \text{ da } x_n\to a$$

kabi belgilanadi.

Ushbu

$$x_n=\frac{1}{n} \qquad (n=1,2,3,....)$$

ketma-ketlikning limiti 0 ga teng bo`lishi isbotlansin:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0.$$

Ravshanki,

$$\left|\frac{1}{n}-0\right|=\frac{1}{n}$$

bo`lib, $\frac{1}{n}<\varepsilon\ (\varepsilon>0)$ tengsizlik barcha $n>\frac{1}{\varepsilon}$ bo`lganda o`rin-li. Bu holda

$$n_0=\left[\frac{1}{\varepsilon}\right]+1$$

deyilsa, ($[a]-a$ sonidan katta bo`lmagan uning butun qismi), unda $\forall n > n_0$ uchun

$$\left|\frac{1}{n}-0\right| < \varepsilon$$

bo`ladi. Ta`rifga binoan

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0.$$

2-misol: Faraz qilaylik $a\epsilon R$, $|a|>1$ bo'lsin u holda $\lim_{n\to\infty}\frac{n^\alpha}{a^n}=0$ tenglikni isbotlaymiz:

Shuday natural k sonni olamizki, k$\geq(1+\alpha)$ bo'lsin, endi $|a|^{\frac{1}{k}}=(1+\beta)$ deymiz ,unda Bernulli tengsizligiga ko'ra: $a^{\frac{1}{k}}=(1+\beta)^n\geq 1+n\beta>n\beta$ bo'lib, $\forall n\epsilon N$ dan $\frac{n^{k-1}}{a^n}<\frac{1}{n\beta^k}$ bo'ladi. Bu holda; $n_0=\left[\frac{1}{\beta^{k-\varepsilon}}\right]+1,(\varepsilon>0)$ deyilsa, $\forall n>n_0$ uchun :

$\left|\frac{n^\alpha}{a^n}\right|=\frac{n^\alpha}{|a^n|}\leq\frac{n^{k-1}}{|a^n|}<\varepsilon$ demak: $\lim_{n\to\infty}\frac{n^\alpha}{a^n}=0.$

Yaqinlashuvchi ketma-etlikning chegaralananligi:

Tengsizliklarda limitga o'tish: $\{x_n\}$ ketma-ketlik berilgan bo'lsin:

3-ta'rif: Agar $\{x_n\}$ ketma-ketlik chekli limitga ega bo'lsa, u yaqinlashuvchi ketma-ketlik deyiladi.

1-teorema: $\{x_n\}$ ketma-ketlik yaqinlashuvchi bo'lsa, u chegaralangan bo'ladi.

Isbot: Aytaylik $\lim_{n\to\infty}x_n=a$, $(a\epsilon R)$ limit ta'rifiga ko'ra: $\forall\varepsilon>0,\exists n_0\epsilon N$, $\forall n>n_0$,

$$|x_n-a|<\varepsilon$$

Demak: n$>n_0$, a-$\varepsilon<x_n<a+\varepsilon$ bo'ladi.

Agar $\max\{|a-\varepsilon|,|a+\varepsilon|,|x_1|,|x_2|,\dots|x_n|\}=M$ desak, u holda $\forall n\epsilon N$ uchun

$|x_n|\leq M$ tengsizlik bajariladi. Bu esa $\{x_n\}$ ketma-ketlikni chegaralangaligini bildiradi.

3-misol: Agar $\{x_n\}\,(n=1,2,3\ldots)$ ketma-ketlik yaqinlashuvchi va ekanligini isbotlaymiz:

Isbot: $\lim x_n=a, bo'lsin$ $\{x_n\}$ ketma-ketlikning biror

Qismiy ketma-ketligini olaylik. Limit ta'rifiga ko'ra $\forall\varepsilon>0$ olinganda ham shunday $n_0\in N$ son mavjudki, barcha $n>n_0$ lar uchun $|x_n-a|<\varepsilon$ bo'ladi, $k\to\infty$ da $P_k\to\infty$ bo'lishidan shunday $m\epsilon N$ son topiladiki, $P_m>n_0$ tengszlik o'rinli bo'ladi. Demak k$>m\ lar\ uchun$ $\left|x_{p_k}-a\right|<\varepsilon$ tengsizlik bajarilad. Bu esa $lim x_{p_k}=a$ limitning o'rinli bo'lishini ifdalaydi. Xuddi shuningdek $\lim x_n=$

ISSN 2181-3187

$+\infty(-\infty)$ $bo'lganda\ ham$ $\{x_n\}$ ning har qanday qismiy ketma-ketligi $+\infty(-\infty)$ $ga\ intishini\ ko'rsatadi.Bulardan\ shuni\ xulosa\ qilish\ kerakki,$ $\{x_n\}$

qismiy ketma-ketligi yaqinlashuvchi bo'lsa, x_n ning o'zi ham yaqinlashuvchi ekanligi kelib chiqadi.

Funsiyaning nuqtadagi limitini ta'rifi:

4-ta'rif: Faraz qilaylik, f(x) funksiya X$\subset R$ to'plamda berilgan bo'lib, $x_0$nuqta X to'plamning limit nuqtasi bo'lsin. x_0 nuqtaga intiluvchi ixtiyoriy $\{x_n\}$:

$$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n, \ldots (x_n \epsilon X, x_n \neq x_0)$$

Ketma-ketlikni olib, funksiya qiymatlaridan iborat $\{f(x_n)\}$;

$$f(x_1), f(x_2), f(x_3), \ldots, f(x_n), \ldots$$

ketma-ketlikni hosil qilamiz.

4-misol: f(x)=$\frac{x^2-16}{x^2-4x}$ funksiyaning $x_0 = 4$ nuqtadagi limitini topsak: $\{x_n\}$

$\lim\limits_{n\to\infty} x_n$=4 $(x_n \neq 4, n = 1,2,3, \ldots)$

Unda … bo'lib n$\to\infty$ da f$(x_n) \to 2$ bo'ladi.

Demak: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{x^2-16}{x^2-4x} = 2.$

Eslatma: Agar n$\to\infty$ da $x_n \to x_0$ $(x_n \epsilon X;\ x_n \neq x_0)$ va $y_n \to x_0$ $(y_n \epsilon X, y_n \neq x_0)$ bo'ladigan turli $\{x_n\}, \{y_n\}$ ketma-ketlklar uchun n$\to\infty$ da f$(x_n) \to b_1, f(y_n) \to b_2$ bo'lib $b_1 \neq b_2$ bo'lsa, f(x) funksiya x$\to x_0$ da limitga ega emas deyiladi.

5-ta'rif: Agar $\forall\varepsilon > 0$ son olinganda ham shunday $\beta > 0$ son topilsaki, $\forall x \epsilon X, x > \beta$ uchun $|f(x) - b| < \varepsilon$ bajarilsa, β soni f(x) funksiyaning $x_0 = +\infty$ dagi limiti deyiladi va $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$=b kabi belgilanadi.

5-misol: X=(0:+∞)$, x_0 = +\infty,\ f(x) = \frac{1}{x}$ bo'lsin. U holda $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x}$=0.

Xaqiqatan ham, $\forall\varepsilon > 0$ son olsak $\forall x > 0$ uchun $\left|\frac{1}{x}\right| = \frac{1}{x} < \varepsilon \Leftrightarrow x > \frac{1}{\varepsilon}$

Demak: $\beta = \frac{1}{\varepsilon}$ desak, $\forall x > \beta$ uchun $\left|\frac{1}{x}\right|$=$\frac{1}{x} < \frac{1}{\beta} = \varepsilon.$

6-misol: $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt[x]{\cos\sqrt{x}}$ nuqtadagi limitini hisoblaymiz:

$$\lim_{x\to0} \sqrt[x]{\cos\sqrt{x}} = \lim_{x\to\infty}\left[\cos\sqrt{x}\right]^{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to\infty}\left[1-(\sin\sqrt{x})^2\right]^{\frac{1}{2x}} = \lim_{x\to\infty}\left[1-(\sin\sqrt{x})^2\right]^{\left[-\frac{1}{\sin\sqrt{x}}\right]^2\frac{(\sin\sqrt{x})^2}{2x}} = \lim_{x\to\infty} e^{-\frac{(\sin\sqrt{x})^2}{2x}} = \frac{1}{\sqrt{e^1}}$$

Xulosa: Biz sonlar ketma-ketligining nuqtadagi limitini funksiyani nuqtadagi limitini topish metodlarini ko'rib chiqdik. Bularni nuqtadagi limitini topishni biz keltirib o'tmagan bir necha xil usullari mavjud. Biz faqat keta-ketlikni va funksiyaning nuqtadagi limitini topishni qisqacha keltirib o'tdik xolos.

ISSN 2181-3187

Asosiy adabiyotlar

1. Xudayberganov G., Vorisov A. K., Mansurov X. T., Shoimqulov B. A. *Matematik analizdan ma'ruzalar, I, II q.* T. “Voris-nashriyot”, 2010.
2. Shoimqulov B. A., Tuychiyev T. T., Djumaboyev D. X. *Matematik analizdan mustaqil ishlar*. T. “O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati”, 2008.
3. Alimov Sh, O., Ashurov R.R. *Matematik analiz* 1,2,3 q.T. “Mumtoz so`z”, 2018.

Qo'shimcha adabiyotlar

4. Sadullaev A., Mansurov X. T., Xudoyberganov G., Vorisov A. K., Gulomov R. *Matematik analiz kursidan misol va masalalar to'plami, 1, 2, 3 q.* T. “Ўqituvchi”, 1995, 1995, 2000.
5. Demidovich B. P. *Sbornik zadach po matematicheskomu analizu.* M. «Nauka», 1997.
6. Azlarov T. A., Mansurov X. T. *Matematik analiz, 1, 2 q.* T. “Ўqituvchi”, 1994, 1995.