

HOSILANING GEOMETRIK VA MEKANIK MA'NOSI

*Hasanov J.Sh.
Quljonov J.X.
O'ng'arov Sh.N.
Yunusov H.A.*

*O'zMU Jizzax filiali, Amaliy matematika fakulteti talabalari
Sharipova Sadoqat Fazliddinova
Ilmiy rahbar, O'zMU Jizzax filiali katta o'qituvchisi*

Annotasiya: Hayotdagi har bir harakatdagi jism boshqa bir jismga nisbatan moddiy nuqtadir. Ushbu jismlarning harakatini grafik va hosila yordamida tahlil qilib, harakat funksiyasini tuzamiz, uning tezligini, tevlanishini, ma'lum bir vaqt o'tgandan keyin jismning vaziyati qay tarzda bo'lishini aniqlaymiz.

Tayanch iboralar: *harakat tezligi masalasi, funksiya orttirmasi, argument orttirmasi, hosila, hosilaning geometrik va mexanik ma'nosi.*

Hosila tusunchasiga olib keladigan masalalar: Hosila tushunchasiga olib keladigan masalalar jumlasiga qattiq jismning tog'ri chiziqli harakatini, yuqoriga otlangan jismning harakatini yoki dvigatel slindridagi porshen harakatini tekshirish kabi masalalarni kiritish mumkin. Bunday harakatlarni tekshirganda jismning konkret o'lchamlarini va shaklini e'tiborga olmay, uni harakat qiluvchi moddiy nuqta shaklida tasavvur qilamiz. Biz bitta masalani olib qaraymiz.

Harakat tezligi masalasi. Aytaylik, M moddiy nuqtaning to'g'ri chiziqli harakat qonuniga ko'ra uning $t=t_0$ paytdagi oniy tezligini topish talab qilinsin. Nuqtaning t_0 va $t_0+\Delta t$ ($\Delta t \neq 0$) vaqtlar orasidagi bosib o'tilgan yo'li $\Delta S = f(t_0+\Delta t) - f(t_0)$ bo'ladi. Uning shu vaqtdagi o'rtacha tezligi $\Delta S/\Delta t = (f(t_0+\Delta t) - f(t_0))/\Delta t$ ga teng.

Ma'lumki, Δt qanchalik kichik bo'lsa, $\Delta S/\Delta t$ o'rtacha tezlik nuqtaning t_0 paytdagi tezligiga shunchalik yaqin bo'ladi. Shuning uchun nuqtaning t_0 paytdagi tezligi quyidagi limitdan iborat:

$$V(t_0) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Funksiya hosilasi. $y=f(x)$ funksiya (a,b) intervalda aniqlangan bo'lsin, (a,b) intervalga tegishli x_0 va $x_0+\Delta x$ nuqtalarni olamiz.

Argument biror (musbat yoki manfiy) Δx orttirmasini olsin, u vaqtda y funksiya biror Δy orttirma oladi. Shunday qilib argumentning x_0 qiymatida $y_0=f(x_0)$ ga, argumentning $x_0+\Delta x$ iymatda $y_0+\Delta y=f(x_0+\Delta x)$ ga ega bo'lamiz. Funksiya orttirmasi Δy ni topamiz.

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

Функция orttirmasini argument orttirmasiga nisbatini tuzamiz.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

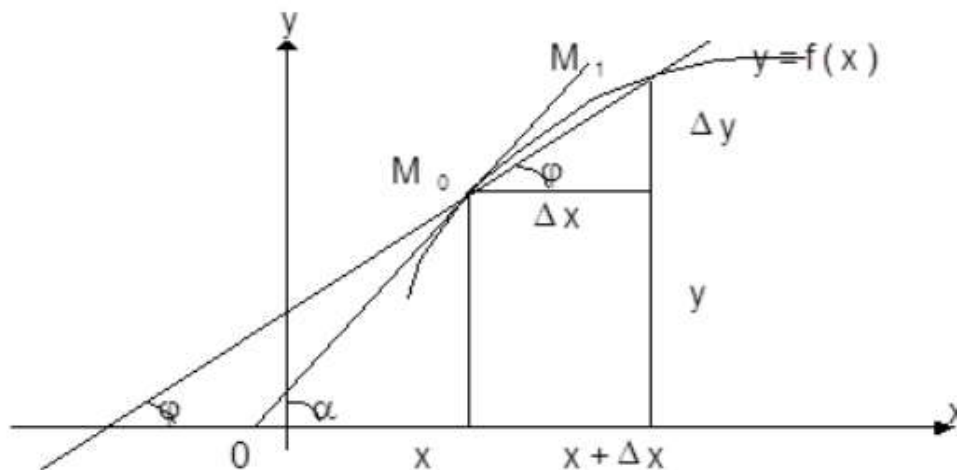
Bu nisbatning $\Delta x \rightarrow 0$ dagi limitini topamiz.

Agar bu limit mavjud bo`lsa, u berilgan $f(x)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasi deyiladi va $f'(x_0)$ bilan belgilanadi. Shunday qilib,

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \text{yoki} \quad f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Hosilaning geometrik va mexanik ma'nosi. Harakat qiluvchi jismning tezligini tekshirish natijasida, ya'ni mexanik tasavvurlardan chiqib borib, hosila tushunchasiga keldik. Endi hosilaning *geometrik ma'nosini* beramiz.

Bizga berilgan $y=f(x)$ funksiya x nuqta va uning atrofida aniqlangan bo`lsin. Argument x ning biror qiymatida $y=f(x)$ funksiya aniq qiymatga ega bo`ladi, biz uni $M_0(x_0; y_0)$ deb belgilaylik. Argumentga Δx orttirma beramiz va natija funksiyaning $y+\Delta y=f(x+\Delta x)$ orttirilgan qiymati to`g`ri keladi. Bu nuqtani $M_1(x+\Delta x, y+\Delta y)$ deb belgilaymiz va M_0 kesuvchi o`tkazib uning Ox o`qining musbat yo`nalishi bilan tashkil etgan burchagini α bilan belgilaymiz.



Endi $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nisbatni qaraymiz. Rasmdan ko`rinadiki, $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \varphi$ ga teng.

Agar $\Delta x \rightarrow 0$ ga, u holda M_1 nuqta egri chiziq bo`yicha harakatlanib, M_0 nuqtaga yaqinlasha boradi. M_0M_1 kesuvchi ham $\Delta x \rightarrow 0$ da o`z holatini o`zgartira boradi, xususan φ burchak ham o`zgaradi va natijada φ burchak α burchakka intiladi. M_0M_1 kesuvchi esa M_0 nuqtadan o`tuvchi urinma holatiga intiladi. Urinmaning burchak koeffitsienti quyidagicha topiladi.

$$\operatorname{tg} \alpha = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \operatorname{tg} \varphi = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x)$$

Demak, $f'(x) = \operatorname{tg} \alpha$, ya'ni argument x ning berilgan qiymatida $f'(x)$ hosilaning qiymati $f(x)$ funksiyaning grafigiga uning $M_0(x_0; y_0)$ nuqtasidagi

urinmaning OX o'qining musbat yo'nalishi bilan hosil qilgan burchak tangensiga, ya'ni burchak koeffitsiyentiga teng.

Hosilaning mexanik ma'nosi tezlikni bildiradi, ya'ni moddiy nuqtaning t vaqt ichida S masofani bosish uchun harakatdagi tezligini topishdan iborat.

Misollar:

1-misol. $f(x)=x$, $x_0 \in R$ bo'lsin. Bu funksiya uchun

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{x - x_0}{x - x_0} = 1$$

bo'lib,

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

bo'ladi. Demak, $f'(x) = (x)' = 1$

2-misol. $f(x)=|x|$, $x_0 \in R$ bo'lsin.

Agar $x > 0$ bo'lsa, u holda $f(x)=x$ bo'lib, $f'(x)=1$ bo'ladi.

Agar $x < 0$ bo'lsa, u holda $f(x)=-x$ bo'lib, $f'(x)=-1$ bo'ladi.

Agar $x_0=0$ bo'lsa, un holda $\frac{f(x)-0}{x-0} = \frac{|x|}{x}$ bo'lib, $x \rightarrow 0$ da bu nisbatlarning limiti mavjud bo'lmaydi. Demak, berilgan funksiya $x_0=0$ nuqtada hosilaga ega bo'lmaydi.

3-misol. $f(x)=x|x|$, $x \in R$, $x_0 \in R$ bo'lsin.

1. $x_0 > 0$, $x > 0$, $x \neq x_0$ uchun

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{x|x| - x_0|x_0|}{x - x_0} = \frac{x*x - x_0*x_0}{x - x_0} = x + x_0$$

bo'lib,

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = 2x_0 = 2|x_0|$$

bo'ladi.

2. $x_0 < 0$, $x < 0$, $x \neq x_0$ uchun

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{-x * x + x_0 * x_0}{x - x_0} = -x - x_0$$

bo'lib,

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = -2x_0 = 2|x_0|$$

bo'ladi.

3. $x_0=0$, $x \neq x_0$ uchun

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - 0} = \frac{x|x|}{x} = |x|$$

bo'lib,

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - 0} = 0$$

bo'ladi. Demak, $\forall x \in R$ da $f'(x) = (x|x|)' = 2|x|$

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Fazliddinovich S. X., Fazliddinova S. S. МАТЕМАТИКА DARSLARIDA VIZUALIZATSIYALASHTIRISH USULLARIDAN FOYDALANISH //International Journal of Contemporary Scientific and Technical Research. – 2022. – С. 289-292.
2. Шарипов Хуршид Фазлиддинович, & Шарипова Садокат Фазлиддиновна. (2022). РЕАЛИЗАЦИЯ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ПРИ ДОКАЗАТЕЛЬСТВЕ ТЕОРЕМЫ ЭЙЛЕРА В ПЛАНИМЕТРИИ И ЕЕ АНАЛОГ. International Journal of Contemporary Scientific and Technical Research, 1(2), 373–377. Retrieved from <https://journal.jbnuu.uz/index.php/ijcstr/article/view/207>.
3. Шарипова С. Ф., Олтмишев А. СОВРЕМЕННЫЕ ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ. – 2022.