

ELLIPS VA UNING KANONIK TENGLAMALARI

Ashurboyev Shohruh; Xolmuminov Dovud;
Iskandarov Azizbek

O'zbekiston Milliy universiteti Jizzax filiali
"Amaliy matematika" fakulteti talabalari

Ilmiy raxbar: Sharipova Sadoqat Fazliddinovna
O'zbekiston Milliy universiteti Jizzax filiali katta o'qituvchisi

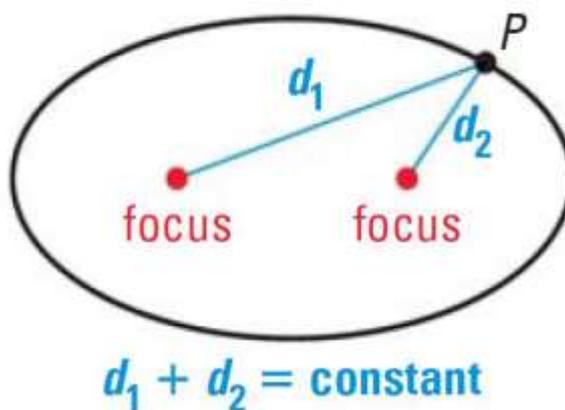
Annotatsiya: Ellips haqida tushuncha. Ellips shaklidan hayotimiz mobaynida juda ko'p foydalanamiz. Ellips shaklidan qayerlarda foydalanishimizni kursatib o'tamiz.

Kalit so'zlar: Ellips, fokus, ekstsentrisitet, kanonik tenglama, fokal radius, katta yarim o'q, kichik yarim o'q.

ASOSIY QISM:

Ellipsning kanonik tenglamasi va asosiy elementlari

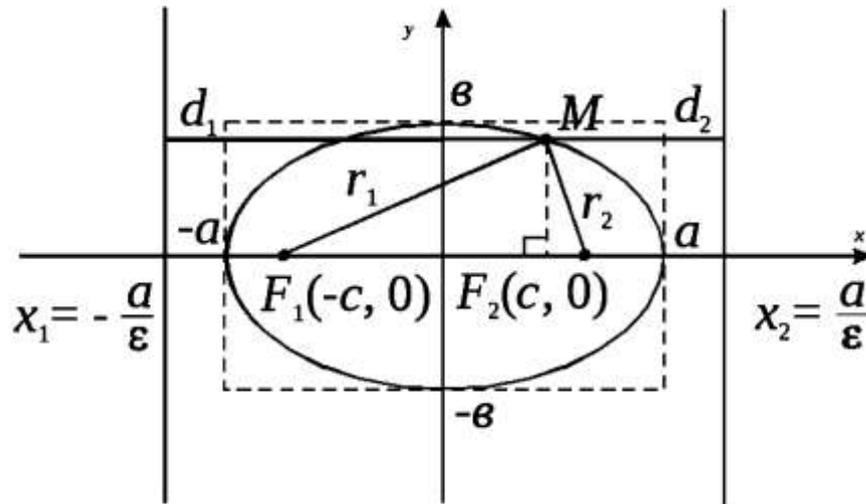
Ellips deb tekislikdagishundaynuqtalarto'plamigaaytiladiki, bu nuqtalarning har biridan shu tekislikning *fokuslar* deb ataluvchi ikki nuqtasigacha bo'lganmasofalar yig'indisi o'zgarmas miqdordir.



Fokuslari Ox o'qda koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik yotuvchi ellipsning kanonik tenglamasi ushbu ko'rinishga ega:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b)$$

Bunda a va b ellipsning katta va kichik yarim o'qlari uzunliklari



Фокуслар орасидagi масofani $2c$ десак, $c^2 = a^2 - b^2$ munosabato'rinli.

Ellipsning eksentrisiteti deb

$$\varepsilon = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} < 1$$

Tenglikka aytiladi.

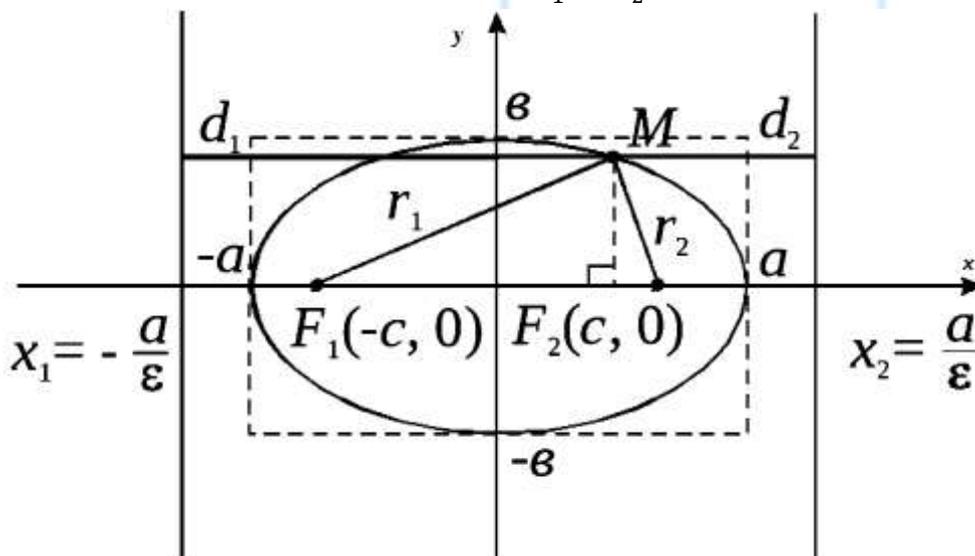
Ellipsning $M(x; y)$ nuqtasidan fokuslarigacha bo'lgan masofalar (r_1 va r_2) va bilan belgilanadi uning **fokal radiuslari** deyiladi.

Tenglamalari

$$x_{\pm} = \frac{a}{\varepsilon} = \pm \frac{a^2}{c}, (a > b)$$

dan iborat ikkita to'g'ri chiziq ellipsning direktrisalari deyiladi va ular ushbu

$$\text{hossaga ega: } \frac{r_1}{d_1} = \frac{r_2}{d_2} = \varepsilon$$



Agar $a < b$ bo'lsa, u holda ellipsning fokuslari Oy o'qda yotadi, $2b$ uning katta o'qi, eksentrisiteti esa $\varepsilon = c/b$ bo'ladi, bunda $c^2 = a^2 - b^2$. Direktrisalari tenglamalari

$$y = \pm \frac{b}{\varepsilon} = \pm \frac{b}{c}$$

Agar $a = b$ bo'lsa, ellips radiusia, markazi koordinatalar boshida bo'lgan, $x^2 + y^2 = a^2$. aylanadan iborat bo'ladi.

Misol.

1. Koordinata o'qlariga nisbatan simmetrik bo'lgan va $A\left(3; -\frac{16}{5}\right)$ va $B\left(-4; -\frac{12}{5}\right)$ nuqtalardan o'tuvchi ellips tenglamasini tuzing.
2. A nuqtadan fokuslarga chabo'lgan masofalarni toping.
3. Ellipsning eksentrisitetini toping.
4. Ellipsning direktrisa tenglamalarini tuzing.
5. Grafigini yasang.

YECHISH:

A va B nuqtalarning koordinatalarini $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ellips tenglamasiga qo'yib, a va b parametrlarni topamiz:

$$\begin{cases} \frac{3^2}{a^2} + \frac{\left(-\frac{16}{5}\right)^2}{b^2} = 1 \\ \frac{4^2}{a^2} + \frac{\left(-\frac{12}{5}\right)^2}{b^2} = 1 \end{cases} \quad \text{yoki} \quad \begin{cases} \frac{9}{a^2} + \frac{256}{25b^2} = 1 \\ \frac{16}{a^2} + \frac{144}{25b^2} = 1 \end{cases}$$

Birinchi tenglamani 16 ga, ikkinchisini 9 gako'paytirib, hosil bo'lgan natijalarni qo'shgandanso'ng quyidagiga ega bo'lamiz:

$$175b^2 = 2800.$$

$b > 0$ ekanligini hisobga olib $b = 4$, vaundan kelib chiqadigan $a = 5$ ga ega bo'lamiz.

Ellipsning kanonik tenglamasini topdik:

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

2. Fokus masofasi: $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$

3. Ekssentrisitet $\varepsilon = \frac{3}{5} = 0,6$ gateng.

4. A nuqtadan fokuslargacha bo'lgan masofalar:

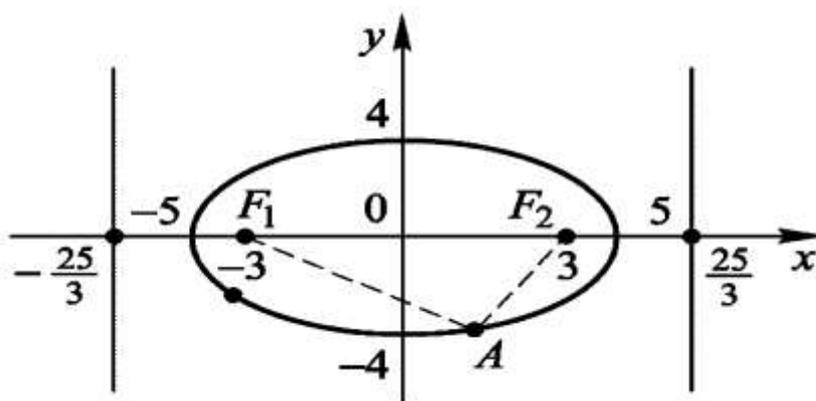
$$r_1 = 5 + 0,6 * 3 = 6.8$$

$$r_2 = 5 - 0,6 * 3 = 3.2$$

5. Direktrissatenglamalari: $x = -\frac{5}{0.6}$ yani $x = -\frac{25}{3}$ (chap); $x = -\frac{25}{3}$ (o'ng)

Yechish.

Ellipsniyasaymiz:



Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Ф.Ражабов ва бошқ. “Олий математика”, Тошкент “Ўзбекистон” 2007 йил. 400 б.
2. П.Е.Данко ва бошқалар. “Олий математика мисол ва масалаларда” Тошкент, “Ўқитувчи” 2007 йил. 136 б.
3. 07 Б.А.Худаяров Сборник индивидуальных заданий по математики. Ташкент. “Ўқитувчи” 2018 г. 168 с