ISSN 2181-3187

KVADRATIK FORMANI KANONIK KO'RINISHGA KELTIRISHNING LAGRANJ VA YAKOBI USULI

Rajabboyeva Munisa Umarbek qizi
Shamsiddinov Ozodbek Utkir o'g'li
Suvanqulova Muxlisa Sherzod qizi
Tangirqulova Marxabo Asror qizi
Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti
Jizzax filiali talabalari

Annotatsiya. Har qanday kvadratik forma biror xosmas chiziqli almashtirish orqali kanonik ko'rinishga keltirilishi mumkin. Bu teoremani matematik induksiya metodi yordamida isbotlash mumkin. Demak, matematik induksiya metodi yordamida kvadratik formani kanonik ko'rinishga keltirish mumkin. Berilgan kvadratik forma keltiriladigan kanonik ko'rinish bir qiymatli aniqlangan emas, ya'ni har qanday kvadratik forma turli usullar bilan turli ko'rinishdagi kanonik ko'rinishga keltirilishi mumkin. Agarda kvadratik formada o'zgaruvchining kvadrati ishtirok etmasa, u holda chiziqli almashtirish yordamida uni hech bo'lmaganda bitta o'zgaruvchining kvadrati qatnashgan kvadratik formaga keltirish mumkin. Kvadratik formalarni o'rganishda ularning kanonik ko'rinishlarini klassifikatsiyaga ajratib o'rganish kerak bo'ladi. Biz quyida ularning bir necha turlarini keltirib o'tamiz.

Kalit so'zlar: kvadratik formalar, kanonik ko'rinish, intersiya qonuni, orthogonal almashtirish, Lagranj, Yakubi usullari.

Kvadratik formani aynimagan chiziqli almashtirish bilan quydagi ko'rinishdagi kanonik ko'rinishga keltirish mumkin

$$f(y_1,y_2,\dots,y_n)=b_1y_1^2+b_2y_2^2+\dots+b_ny_n^n$$

bu yerda $y_1,y_2,\dots,y_n$ yani o'zgaruvchilar, $b_1,b_2,\dots,b_n$ koeffitsiyentlarning ayrimlari 0-ga teng bo'lishi mumkin.

Bu kvadratik formaning 0-dan farqli koeffitsiyentlar soni $f(x_1,x_2,\dots,x_n)$ kvadratik formaning rangiga teng bo'lishini isbotlash mumkin.

Faraz qilaylik kvadratik formaning matritsasi quydagi ko'rinishga ega bo'lsin

$$\begin{pmatrix} b_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & b_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & b_n \end{pmatrix}$$

va talab qilaylikki bu matrisaning rangi r ga teng bo'lib, bosh diognalda r=n ta 0-dan farqli elemintga ega bo'lsin.

ISSN 2181-3187

Teorema: Har qanday kavadratik formani aynimagan chiziqli almashtirishlar yordamida kanonik formaga keltirish mumkin. Agar haqiqiy kvadratik forma o'rganiladigan bo'lsa, u vaqtda qo'llanladigan chiziqli almashtirishlarning koeffitsenntlari ham haqiqiy hisoblanadi.

Kvadratik formani kanonik ko'rinishga keltirish uchun harakteristik sonini va chiziqli almashtirib maxsus vektorlarni topish zarur.

Faraz qilaylikki R n o'lchamli fazoda berilgan nolga teng bo'lmagan vector x∈ R ga chiziqli almashtirilgan Ax=λx maxsus vektor deyiladi. λ-songa esa x maxsus vektorga mos bo'lgan A chiziqli almashtirishning harakteristik son deyiladi.

Agar $a_{12}=a_{12}$ bo'lganda

$$A_{11}x_1^2+a_{12}x_1x_2+a_{21}x_1x_2+a_{21}x_1x_2+a_{22}x_2^2=a_{11}x_1^2+2a_{12}x_1x_2+a_{22}x_2^2$$

-ga kvadratik forma deyiladi.

Agar chiziqli almashtirishlarda $A\overrightarrow{l_1}\overrightarrow{l_2}$ bazisda A matretsa biln berilgan bo'lsa:$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ u vaqtda A chiziqli almashtirishni harakteristik soni

$$\begin{vmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} \\ a_{21} & a_{22}-\lambda \end{vmatrix}=0$$

tenglamaning λ_1 va λ_2 haqiqiy ildizlarga aytiladi.

Bu yerda λ_1 va λ_2 bir xil ishoraga ega bo'lsa, kvadratik formaga elliptis tip deyiladi.

Agar λ_1 va λ_2 har xil ishoraga ega bo'lsa, kvadratik formaga giperbolik tip deyiladi. Agar λ_1 va λ_2 nolga teng bo'lsa, kvadratik formaga parabolik tip deyiladi.

Maxsus vektorlarni tarkibiy qisimlarni toppish uchun ikkita sistemani yechamiz:

$$\begin{cases}(a_{11}-\lambda_1)m_1+a_{12}n_1=o \\ a_{12}+(a_{22}-\lambda_1)n_1=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}(a_{11}-\lambda_2)m_2+a_{12}n_2=o \\ a_{12}m_2+(a_{22}-\lambda_2)n_2=0\end{cases}$$

Endi vektorlarni koordinatalarini yangi

$\bar{l}_1$ va $\bar{l}_2$ bazisga nisbatan topamiz, buning uchun maxsus vektorlarni uzunligini quydagi formula bilan topamiz.

$$|\bar{u}_1|=\sqrt{m_1^2+n_1{}^2}; \quad |\bar{u}_2|=\sqrt{m_2^2+n_2{}^2}$$

Bu yerda u_1, u_2-maxsus vektorlar bo'lib,

$\bar{l}_1=\left(\frac{m_1}{|\bar{u}_1|};\frac{n_1}{|\bar{u}_1|}\right)$; $\bar{l}_2=\left(\frac{m_1}{|\bar{u}_2|};\frac{n_2}{|\bar{u}_2|}\right)$ ga teng.

Shunday qilib ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi hosil bo'ladi:

ISSN 2181-3187

$$\lambda_1 {x'_1}^2 + \lambda_2 {x'_2}^2 = c, \rightarrow \frac{\lambda_1}{c^2} + \frac{\lambda_2}{c^2} = 1$$

Shuni uchun ham bu yerda muhim teoremalarni e'tiborga olish kerak.

1-teorema. Chiziqli almashtirishning harakteristik ko'phadi bazasini tanlashga bog'liq emas.

2-teorema. Agar chiziqli almashtirishni A matritsa simmetrik bo'lsa , u vaqtda harakteristik tenglamani $|A - \lambda E|$=0 hamma ildizlari haqiqiy bo'lib , E- esa aynan birga teng bo'lgan operatordir.

Misol: Kvadratik forma berilgan:

$$Q(x_1,x_2,x_3)=x_1^2-2x_2^2+x_3^2+4x_1x_2-8x_1x_3-4x_2x_3$$

Uni kanonik shaklga keltiring.

Yechish. Kvadratik forma matrisasi

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{-4} \\ \boldsymbol{Q} & \mathbf{-2} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{-4} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Uning xarakteristik tenglamasini yozamiz:

$$\Delta(\lambda) = |A - \lambda E| = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 & -4 \\ 2 & -2-\lambda & -2 \\ -4 & -2 & 1-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

Hisoblaymiz: $\Delta|\lambda| = -\lambda^3 + 27\lambda + 54 = -(-\lambda - 6)(\lambda + 3)^2$. Demak, xarakteristik tenglama $(\lambda - 6)(\lambda + 3)^2 = 0$ ko'rinishga keladi. Uning $\lambda_1 = 6, \lambda_2 = \lambda_2 = -3$ ildizlari A matritsaning xarakteristik sonlaridir.

Berilgan kvadratik formaning kanonik shakli

$Q(y_1,y_2,y_3)=6y_1^2-3y_2^2-3y_3^2$ bo'ladi.

Xulosa

Xulosa qilib aytish mumkinki, Har qanday kavadratik formani aynimagan chiziqli almashtirishlaryordamida kanonik formaga keltirish mumkin. Agar haqiqiy kvadratik forma o'rganiladigan bo'lsa, u vaqtda qo'llanladigan chiziqli almashtirishlarning koeffitsentlari ham haqiqiy hisoblanadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Poskuryakov I.L. Chiziqli algebradan masalalar to'plami. «Nauka», 2005 y.
2. Sh.A.Ayupov, B.A.Omirov, A.X.Xudoyberdiyev, F.H.Haydarov ALGEBRA VA SONLAR NAZARIYASI
3. Dixon M.R., Kurdachenko L.A., Subbotin I.Ya., Algeba and Number theory. 2010. – 523 p.
4. Everest G., Ward T. An Introduction to Number Theory. 2006. – 297 p.
5. .James J.T. Elementry number thory in nine chapters. 1999. – 417 p.
6. . Kuttler K. Elementary linear algebra. 2012. – 433 p. 5.
7. Strang G. Introduction to Linear algebra. 2016. – 584 p.

ISSN 2181-3187

8. Fazliddinovich S. X., Fazliddinova S. S. MATEMATIKA DARSLARIDA VIZUALIZATSIYALASHTIRISH USULLARIDAN FOYDALANISH //International Journal of Contemporary Scientific and Technical Research. – 2022. – С. 289-292.
9. Шарипов Хуршид Фазлиддинович, & Шарипова Садокат Фазлиддиновна. (2022). РЕАЛИЗАЦИЯ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ПРИ ДОКАЗАТЕЛЬСТВЕ ТЕОРЕМЫ ЭЙЛЕРА В ПЛАНИМЕТРИИ И ЕЕ АНАЛОГ. International Journal of Contemporary Scientific and Technical Research, 1(2), 373–377. Retrieved from https://journal.jbnuu.uz/index.php/ijcstr/article/view/207.
10. Шарипова С. Ф., Олтмишев А. СОВРЕМЕННЫЕ ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ. – 2022.