ISSN 2181-3187

CHIZIQLI FAZODA VEKTORLARNING CHIZIQLI ERKLILIGI VA CHIZIQLI BOG`LANGANLIGI

Abdumo'minov O'ktam
Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti
Jizzax filiali talabalari
Ilmiy rahbar: ***Sharipova Sadoqat Fazliddinovna***
O'zMU Jizzax filiali katta o'qituvchisi

Annotatsiya. Ushbu ishda chiziqli fazoda vektorlarning chiziqli bog'langanligi va chiziqli erkliligi tushunchalari o'rganilgan.

Kalit so'zlar: Kommunitativlik , assosiativlik , distributivlik , chiziqli kombinatsiyalar , bog`langan vector ,bog`lanmagan vector.

$M-$ elementlarini qo'shish va haqiqiy songa ko'paytirish mumkin bo'lgan qandaydir to'plam bo'lsin.

$\alpha_1 \cdot m_1 + \alpha_2 \cdot m_2 + \cdots + \alpha_k \cdot m_k$ (bu yerda $m_1, m_2, \dots, m_k \in M$, $\alpha_1,\ \alpha_2, \dots, \alpha_k -$ qandaydir haqiqiy sonlar) ifodaga $m_1, m_2, \dots, m_k$ elementlarning $\alpha_1,\ \alpha_2, \dots, \alpha_k$ koeffisientlar orqali **chiziqli kombinasiyasi** deyiladi.

Agar $m \in M$ bo'lib, u $m_1, m_2, \dots, m_k$ elementlarning chiziqli kombinasiyasi bo'lsa, ya'ni

$$m = \alpha_1 \cdot m_1 + \alpha_2 \cdot m_2 + \cdots + \alpha_k \cdot m_k,$$

u holda m element $m_1, m_2, \dots, m_k$ elementlar orqali **chiziqli ifodalangan** yoki $m_1, m_2, \dots, m_k$ elementlar orqali **yoyilgan** deyiladi.

L –chiziqli fazo, $a_1, a_2, \dots, a_n \in L$ bo'lsin.

$a_1, a_2, \dots, a_k$ vektorlar uchun bir vaqtda nolga teng bo'lmagan shunday $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ sonlar mavjud bo'lib, $\alpha_1 \cdot a_1 + \alpha_2 \cdot a_2 + \cdots + \alpha_k \cdot a_k$ chiziqli kombinatsiya L chiziqli fazoning θ elementiga teng bo'lsa, $a_1, a_2, \dots, a_k$ vektorlar **chiziqli bog'langan** deyiladi.

Agar $\alpha_1 \cdot a_1 + \alpha_2 \cdot a_2 + \cdots + \alpha_k \cdot a_k = \theta$ tenglik faqatgina $\alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_k = 0$ bo'lgandagina o'rinli bo'lsa, $a_1, a_2, \dots, a_k$ vektorlar **chiziqli erkli (chiziqli bog'lanmagan)** vektorlar deyiladi

Lemma 1. $a_1, a_2, \dots, a_k$ vektorlar chiziqli bog'langan bo'lishi uchun ularning kamida biri qolganlari orqali chiziqli ifodalanishi zarur va yetarlidir.

Isbot.

Zaruriyligi. $a_1, a_2, \dots, a_k$ vektorlar chiziqli bog'langan bo'lsin. U holda ta'rifga ko'ra bir vaqtda nolga teng bo'lmagan $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ sonlar mavjud bo'lib,

$$\alpha_1 \cdot a_1 + \alpha_2 \cdot a_2 + \cdots + \alpha_k \cdot a_k = \theta$$

ISSN 2181-3187

tenglik o‘rinli bo‘ladi. Masalan, $\alpha_1 \neq 0$ bo‘lsin. U holda

$$\alpha_1 \cdot a_1 = -\alpha_2 \cdot a_2 - \cdots - \alpha_k \cdot a_k \Rightarrow$$

$$a_1 = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot a_2 - \cdots - \frac{\alpha_k}{\alpha_1} \cdot a_k,$$

ya’ni a_1 vektor $a_2, \dots, a_k$ vektorlar orqali chiziqli ifodalanadi.

Yetarliligi. $a_1, a_2, \dots, a_k$ vektorlardan biri qolganlari orqali chiziqli ifodalansin. Masalan,

$$a_1 = \alpha_2 \cdot a_2 + \alpha_3 \cdot a_3 + \cdots + \alpha_k \cdot a_k \Rightarrow$$

$$a_1 - \alpha_2 \cdot a_2 - \alpha_3 \cdot a_3 - \cdots - \alpha_k \cdot a_k = \theta.$$

a_1 element oldidagi koeffisient -1 ga teng, ya’ni noldan farqli. Demak, $a_1, a_2, \dots, a_k -$ chiziqli bog‘langan vektorlar bo‘ladi.

Lemma isbotlandi.

Chiziqli bog‘langan va chiziqli erkli vektorlarga doir misollar qaraymiz.

Misol 1. $E_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $E_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $E_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $E_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ matrisalarni qaraymiz.

E_1, E_2, E_3, E_4 vektorlar chiziqli erkli, chunki

$$\alpha_1 E_1 + \alpha_2 E_2 + \alpha_3 E_3 + \alpha_4 E_4 = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \alpha_3 & \alpha_4 \end{pmatrix},$$

va demak, agar $\alpha_1 E_1 + \alpha_2 E_2 + \alpha_3 E_3 + \alpha_4 E_4 = O$, u holda

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \alpha_3 & \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

bundan $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0, \alpha_3 = 0, \alpha_4 = 0$.

Misol 2. $g_1(x) = 1, g_2(x) = x, g_3(x) = x^3, g_4(x) = (1+x)^2$ ko‘phadlarni qaraymiz.

$$(1+x)^2 = 1 + 2x + x^2,$$

u holda $g_4(x)$ ko‘phad $g_1(x), g_2(x), g_3(x)$ ko‘phadlarning chiziqli kombinasiyasi bo‘ladi:

$$g_4(x) = g_1(x) + 2g_2(x) + g_3(x).$$

Lemma 1 ga ko‘ra $g_1(x), g_2(x), g_3(x), g_4(x)$ ko‘phadlar chiziqli bog‘langan.

Misol 3. $a_1 = (2, -3, 1), a_2 = (3, -1, 5), a_3 = (1, -4, 3)$ ketma-ketlikni qaraymiz.

$$\alpha_1 \cdot a_1 + \alpha_2 \cdot a_2 + \alpha_3 \cdot a_3 = \theta$$

bo‘lsin. U holda

$$\alpha_1 \cdot a_1 + \alpha_2 \cdot a_2 + \alpha_3 \cdot a_3 = (2\alpha_1, -3\alpha_1, \alpha_1) + (3\alpha_2, -\alpha_2, 5\alpha_2) + (\alpha_3, -4\alpha_3, 3\alpha_3) = (2\alpha_1 + 3\alpha_2 + \alpha_3, -3\alpha_1 - \alpha_2 - 4\alpha_3, \alpha_1 + 5\alpha_2 + 3\alpha_3) = (0, 0, 0) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2\alpha_1 + 3\alpha_2 + \alpha_3 = 0, \\ -3\alpha_1 - \alpha_2 - 4\alpha_3 = 0, \\ \alpha_1 + 5\alpha_2 + 3\alpha_3 = 0. \end{cases}$$

ISSN 2181-3187

Shunday qilib, agar $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ –ushbu sistemaning yagona yechimi bo‘lsa, ya’ni $r(A) = n$ (bu yerda A-sistemaning asosiy matritsasi, n –noma’lumlar soni) bo‘lsa, a_1, a_2, a_3 vektorlar chiziqli erkli bo‘ladi.

Bu holda esa $|A| = 35 \neq 0$, ya’ni sistema yagona $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ yechimga ega. Demak, a_1, a_2, a_3 – vektorlar chiziqli erkli.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. **1.** A.Y. Narmanov. “Analitik geomertiya”.
2. A.R.Artikov. Analitik geomertiya. Uslubiy qo’llanma. Samarqand 2006.
3. M.Komolov.Analitik geometriya.-“O‘qituvchi” , Toshkent, 1972.
4. Fazliddinovich S. X., Fazliddinova S. S. MATEMATIKA DARSLARIDA VIZUALIZATSIYALASHTIRISH USULLARIDAN FOYDALANISH //International Journal of Contemporary Scientific and Technical Research. – 2022. – С. 289-292.
5. Шарипов Хуршид Фазлиддинович, & Шарипова Садокат Фазлиддиновна. (2022). РЕАЛИЗАЦИЯ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ПРИ ДОКАЗАТЕЛЬСТВЕ ТЕОРЕМЫ ЭЙЛЕРА В ПЛАНИМЕТРИИ И ЕЕ АНАЛОГ. International Journal of Contemporary Scientific and Technical Research, 1(2), 373–377. Retrieved from https://journal.jbnuu.uz/index.php/ijcstr/article/view/207.
6. Шарипова С. Ф., Олтмишев А. СОВРЕМЕННЫЕ ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ. – 2022.