

## KVADRAT TENGLAMA VA ULARNI YECHISH USULLARI

*Tashmatova Xadicha O'ktamovna**Toshkent viloyati O'rta Chirchiq tumani**38-umumiy o'rta ta'lim maktabining matematika fani o'qituvchisi**Tel: 909853454*

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada Kvadrat tenglamalarni yechishni bir necha usullari haqida ma'lumotlar berilgan.

**Kalit so'zlar:** Kvadrat tenglama, diskriminant, ozod had, yechim, tenglama.

$ax^2+bx+c=0$ ,  $a \neq 0$  ko'rinishdagi tenglama, bir noma'lumli kvadrat tenglama deyiladi.  $a$  - birinchi,  $b$  - ikkinchi koeffitsiyent,  $c$  - ozod had. Kvadrat tenglama ildizlari formulasi:

$D=b^2-4ac$  ifoda diskriminant deyiladi.[4]

1) Agar  $D < 0$  bo'lsa, tenglama yechimga ega bo'lmaydi.

2) Agar  $D = 0$  bo'lsa, tenglama bitta yechimga ega.

3) Agar  $D > 0$  bo'lsa, tenglama ikkita yechimga ega:

Misol. 1)  $2x^2-10x+12=0$  kvadrat tenglamada  $a=2$ ,  $b=-10$ ,  $c=12$ .  $D=(-10)^2-4 \cdot 2 \cdot 12=100-96=4$ .

$D > 0$  demak, tenglama 2 ta yechimga ega:

Javob:  $x_1=3$ ,  $x_2=2$ .

2)  $3x^2+2x+4=0$  kvadrat tenglamada  $a=3$ ,  $b=2$ ,  $c=4$ .  $D=2^2-4 \cdot 3 \cdot 4=4-48=-44$ .  $D < 0$  demak, tenglama yechimga ega emas.[3]

3)  $x^2+2x+1=0$  kvadrat tenglamada  $a=1$ ,  $b=2$ ,  $c=1$ .  $D=2^2-4 \cdot 1 \cdot 1=4-4=0$ .  $D=0$  demak, tenglama bitta yechimga ega:  $x=-2/2=-1$ .

II. Agar kvadrat tenglamada  $b$  yoki  $c$  nolga teng bo'lsa, tenglama chala kvadrat tenglama deyiladi.  $ax^2+c=0$  bo'lsa,  $x^2=-c/a$ . Bunda  $-c/a < 0$  bo'lganda yechimga ega.  $ax^2+bx=0$  bo'lsa,  $x(ax+b)=0$ .  $x_1=0$ ,  $x_2=-b/a$  yechimga ega.

Misol. 1)  $2x^2-8=0$  tenglamadan  $x^2=8/2=4$ . bundan  $x_1=2$ ,  $x_2=-2$ .

2)  $x^2+9=0$  tenglamadan  $x^2=-9$  tenglama yechimga ega emas.

3)  $3x^2+6x=0$  tenglamani  $x(3x+6)=0$  ko'rinishga keltirsak,  $x_1=0$ ,  $x_2=-6/3=-2$  yechimlarini topamiz.

III. Kvadrat tenglamada birinchi koeffitsiyent birga teng bo'lsa  $x^2+px+q=0$  bo'ladi. Unga keltirilgan kvadrat tenglama deyiladi. Keltirilgan kvadrat tenglama ildizlari formulasi:

Masalan,  $x^2+3x-4=0$ . [2]

IV. Viyet teoremasi. Agar keltirilgan kvadrat tenglama haqiqiy ildizlarga ega bo'lsa, ularning yig'indisi  $-p$  ga, ko'paytmasi  $q$  ga teng bo'ladi, ya'ni

Kvadrat tenglamalarni yechishni bir necha usullarini ko'ramiz.

1. METOD : Tenglamaning chap tomonini faktorizatsiya qilish.

Keling, tenglamani yechamiz.[3]

$$X^2 + 10x - 24 = 0.$$

Keling, chap tomonni faktorlarga ajratamiz:

$$X^2 + 10x - 24 = x^2 + 12x - 2x - 24 = x(x + 12) - 2(x + 12) = (x + 12)(x - 2).$$

Shunday qilib, tenglamani quyidagicha qayta yozish mumkin:

$$(x + 12)(x - 2) = 0$$

Mahsulot nolga teng bo'lganligi sababli, uning omillaridan kamida bittasi nolga teng. Shuning uchun tenglamaning chap tomoni yo'qoladi  $x = 2$ , shuningdek at  $x = -12$ . Bu raqam degan ma'noni anglatadi 2 Va  $-12$  tenglamaning ildizlaridir  $X^2 + 10x - 24 = 0$ .

2. METOD : To'liq kvadrat tanlash usuli.

Keling, tenglamani yechamiz  $X^2 + 6x - 7 = 0$ .

Keling, chap tomonda to'liq kvadratni tanlaymiz. Buning uchun  $x^2 + 6x$  ifodasini quyidagi shaklda yozamiz:

$$X^2 + 6x = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 - 3^2$$

Hosil bo'lgan ifodada birinchi a'zo  $x$  sonining kvadrati, ikkinchisi esa  $x$  ning 3 ga qo'sh ko'paytmasidir. Shuning uchun to'liq kvadratni olish uchun  $3^2$  ni qo'shish kerak, chunki

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = (x + 3)^2$$

Endi biz tenglamaning chap tomonini o'zgartiramiz

$$X^2 + 6x - 7 = 0, \text{ unga qo'shish va ayirish } 3^2$$

$$X^2 + 6x - 7 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 - 3^2 - 7 = (x + 3)^2 - 9 - 7 = (x + 3)^2 - 16.$$

Shunday qilib, bu tenglamani quyidagicha yozish mumkin:

$$(x + 3)^2 - 16 = 0, (x + 3)^2 = 16.$$

Binobarin,  $x + 3 - 4 = 0$ ,  $x + 3 = 4$  yoki  $x + 3 = -4$ ,  $x = 1$  yoki  $x = -7$ .

3. METOD : Kvadrat tenglamalarni formula bo'yicha yechish.

Tenglamaning ikkala tomonini ko'paytiring

$ax^2 + bx + c = 0$ , shundaymi?  $0 < 4a$  va ketma-ket bizda:

$$4a^2 X^2 + 4abx + 4ac = 0,$$

$$((2ah)^2 + 2ax \cdot b + b^2) - b^2 + 4ac = 0,$$

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac, [4]$$

$$2ax + b = \pm \sqrt{b^2 - 4ac},$$

$$2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac},$$

Misollar.

Keling, tenglamani yechamiz:  $4x^2 + 7x + 3 = 0$ .

$$a = 4, b = 7, c = 3, D = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 49 - 48 = 1,$$

$D > 0$ , ikki xil ildiz;

Shunday qilib, ijobiy diskriminant holatida, ya'ni. da

$b^2 - 4ac > 0$ , tenglama  $ax^2 + bx + c = 0$  ikki xil ildizga ega.

b) Keling, tenglamani yechamiz:  $4x^2 - 4x + 1 = 0$ ,

$a = 4, b = -4, c = 1, D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 * 4 * 1 = 16 - 16 = 0$ ,

$D = 0$ , bitta ildiz;

Demak, diskriminant nolga teng bo'lsa, ya'ni.  $b^2 - 4ac = 0$ , keyin tenglama

$ax^2 + bx + c = 0$  bitta ildizga ega

ichida) Keling, tenglamani yechamiz:  $2x^2 + 3x + 4 = 0$ ,

$a = 2, b = 3, c = 4, D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 * 2 * 4 = 9 - 32 = -13, D < 0$ .

Bu tenglamaning ildizlari yo'q.

Shunday qilib, agar diskriminant salbiy bo'lsa, ya'ni.  $b^2 - 4ac < 0$ , tenglama  $ax^2 + bx + c = 0$  ildizlari yo'q.

Kvadrat tenglama ildizlarining formulasi (1).  $ax^2 + bx + c = 0$  ildizlarini topish imkonini beradi har qanday kvadrat tenglama (agar mavjud bo'lsa), shu jumladan qisqartirilgan va to'liq bo'lmagan. Formula (1) og'zaki ravishda quyidagicha ifodalanadi: kvadrat tenglamaning ildizlari qarama-qarshi belgi bilan olingan ikkinchi koeffitsientga teng bo'lgan kasrga teng, plyus bu koeffitsient kvadratining kvadrat ildizini birinchi koeffitsientning erkin davrga to'rt baravar ko'paytirmagan holda, va maxraj birinchi koeffitsientdan ikki barobar.

4. USUL: Tenglamalarni Vyeta teoremasi yordamida yechish.

Ma'lumki, berilgan kvadrat tenglama ko'rinishga ega

$X^2 + px + c = 0$ . (1)

Uning ildizlari Vyeta teoremasini qanoatlantiradi, qaysi, qachon  $a = 1$  shaklga ega:

$x_1 + x_2 = q$ ,

$x_1 * x_2 = -p$

Bundan quyidagi xulosalar chiqarishimiz mumkin (ildiz belgilarini  $p$  va  $q$  koeffitsientlaridan bashorat qilish mumkin).

a) Xulosa muddati bo'lsa  $q$  qisqartirilgan tenglamaning (1) musbat ( $q > 0$ ), keyin tenglama bir xil belgining ikkita ildiziga ega va bu ikkinchi koeffitsientning hasadi  $p$ . Agar  $R < 0$ , keyin ikkala ildiz manfiy bo'lsa  $R < 0$ , keyin ikkala ildiz ham ijobiy bo'ladi.

Misol uchun,

$x^2 - 3x + 2 = 0$ ;  $x_1 = 2$  Va  $x_2 = 1$ , chunki  $q = 2 > 0$  Va  $p = -3 < 0$ ;

$x^2 + 8x + 7 = 0$ ;  $x_1 = -7$  Va  $x_2 = -1$ , chunki  $q = 7 > 0$  Va  $p = 8 > 0$ .

b) Agar bepul a'zo bo'lsa  $q$  qisqartirilgan tenglamaning (1) manfiy ( $q < 0$ ), u holda tenglama turli xil ishorali ikkita ildizga ega bo'ladi va mutlaq qiymatdagi kattaroq ildiz musbat bo'ladi  $p < 0$ , yoki salbiy bo'lsa  $p > 0$ .

Misol uchun,

$x^2 + 4x - 5 = 0$ ;  $x_1 = -5$  Va  $x_2 = 1$ , chunki  $q = -5 < 0$  Va  $p = 4 > 0$ ;

$$x^2 - 8x - 9 = 0; x_1 = 9 \text{ Va } x_2 = -1, \text{ chunki } q = -9 < 0 \text{ Va } p = -8 < 0.$$

5. USUL: Tenglamalarni «o'tkazish» usuli yordamida yechish.

Kvadrat tenglamani ko'rib chiqing

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ qayerda lekin? } 0.$$

Uning ikkala qismini a ga ko'paytirib, tenglamani olamiz

$$\text{lekin } 2 \ X^2 + abx + ac = 0.$$

Bo'lsin  $ah = y$ , qayerda  $x = y/a$ ; keyin tenglamaga kelamiz

da  $2 + \text{ tomonidan} + ac = 0$ , bunga teng. uning ildizlari da 1 Va da 2 ni Viet teoremasi yordamida topish mumkin.

Nihoyat, olamiz  $X_1 = y_1 / \text{lekin Va } X_1 = y_2 / \text{lekin}.$

Ushbu usul bilan koeffitsient lekin erkin atama bilan ko'paytiriladi, go'yo unga "tashlangan", shuning uchun u deyiladi uzatish usuli. Bu usul Vyeta teoremasi yordamida tenglamaning ildizlarini topish oson bo'lganda va eng muhimi, diskriminant aniq kvadrat bo'lganda qo'llaniladi.

Misol.

Keling, tenglamani yechamiz  $2x^2 - 11x + 15 = 0.$

Yechim. Keling, 2 koeffitsientini erkin muddatga "o'tkazamiz", natijada biz tenglamani olamizda  $2 - 11y + 30 = 0.$

Vyeta teoremasiga ko'ra

$$1 = 5 \ X_1 = 5/2 \ x_1 = 2,5$$

$$2 = 6 \ x_2 = 6/2 \ x_2 = 3.$$

Javob: 2,5; 3.

6. USUL: Kvadrat tenglama koeffitsientlarining xossalari. LEKIN. Kvadrat tenglama bo'lsin  $ax^2 + bx + c = 0$ , qayerda lekin? 0.

1) Agar,  $a+b+c = 0$  (ya'ni koeffitsientlar yig'indisi nolga teng), keyin  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = -c/a$ .

Isbot. Tenglamaning ikkala tomonini a ga bo'ling? 0, biz qisqartirilgan kvadrat tenglamani olamiz

$$x^2 + b/a * x + c/a = 0.$$

Vyeta teoremasiga ko'ra

$$x_1 + x_2 = -b/a,$$

$$x_1 x_2 = 1 * c/a.$$

Shart bo'yicha lekin  $-b + c = 0$ , qayerda  $b = a + c$ . Shunday qilib,

$$x_1 + x_2 = - \text{lekin} + b/a \ \u003d -1 - c/a,$$

$$x_1 x_2 = -1 * (-c/a),$$

bular.  $x_1 = -1 \ \text{Va } x_2 = c/a$ , buni isbotlashimiz kerak edi.

Misollar.

1) Tenglamani yeching  $345x^2 - 137x - 208 = 0.$

Yechim. Chunki  $a + b + c = 0$  ( $345 - 137 - 208 = 0$ ), keyin

$$X_1 = 1, X_2 = c/a = -208/345.$$

Javob: 1; -208/345.

$$2) \text{ tenglamani yeching } 132x^2 - 247x + 115 = 0.$$

Yechim. Chunki  $a + b + c = 0$  ( $132 - 247 + 115 = 0$ ), keyin

$$X_1 = 1, X_2 = c/a = 115/132.$$

Javob: 1; 115/132.

B. Agar ikkinchi koeffitsient bo'lsa  $b = 2k$  juft son, keyin ildizlarning formulasi Misol.

$$\text{Keling, tenglamani yechamiz } 3x^2 - 14x + 16 = 0.$$

Yechim. Bizda ... bor:  $a = 3, b = -14, c = 16, k = -7$ ;

$$D = k^2 - ac = (-7)^2 - 3 \cdot 16 = 49 - 48 = 1, D > 0, \text{ ikki xil ildiz;}$$

Javob: 2; 8/3

Qisqartirilgan tenglama.

$X^2 + px + q = 0$  umumiy tenglama bilan mos keladi, unda  $a = 1, b = p, c = q$ .

Shuning uchun, qisqartirilgan kvadrat tenglama uchun, ildizlar uchun formula shaklni oladi: Formula (3) qachon foydalanish uchun ayniqsa qulay  $R = 2k$  juft son.

Misol. Keling, tenglamani yechamiz  $X^2 - 14x - 15 = 0$ .

Yechim. Bizda ... bor:  $X_{1,2} = 7 \pm$

Javob:  $x_1 = 15; x_2 = -1$ .

### Xulosa:

Kvadrat tenglamalarni va Bikvadrat tenglamalarni yechish va uning yordamida masalalar yechish VIII sinf algebra kursida puxta o'rganilsa, albatta keying matematika bo'lim va boblarini o'rganishga muhim kalit bo'ladi.

### Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Sh.Xurramov Oliy matematika 1-qism Toshkent-2015[1]
2. Sh.Xurramov Oliy matematika 2-qism Toshkent-2015[2]
3. Sh.Aliyev "Algebra" 8-sinf darsligi.Toshkent-2022[3]
4. www.ziyounet.uz[4]