ISSN 2181-3187

YAQINLASHUVCHI XOSMAS INTEGRALNING SODDA XOSSALARINI TEKSHIRISH

Egamov J.A.
Namangan Davlat Universiteti
egamovj1988@mail.ru
Xursanova O.I.
Namangan Davlat Universiteti
Fizika yo'nalishi talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqolada biz yaqinlashuvchi xosmas integralning sodda xossalarini tekshirishni ko'rib chiqdik.

Kalit so'zlar: funksiya limiti, integral, chegarasi cheksiz xosmas integral

1-ta'rif. Agar $t \to +\infty$ da $F(t)$ funksiyaning limiti mavjud bo'lsa, bu limiti $f(x)$ funksiyaning $[a,+\infty)$ cheksiz oraliq bo'yicha xosmas integrali deyiladi va

$$\int_a^{+\infty} f(x)dx$$

kabi belgilanadi:

$$\int_a^{+\infty} f(x)dx = \lim_{t\to+\infty} F(t) = \lim_{t\to+\infty} \int_a^t f(x)dx. \qquad (1)$$

(1) integralni chegarasi cheksiz xosmas integral ham deb yuritiladi.

2-ta'rif. Agar $t \to +\infty$ da $F(t)$ funksiyaning limiti mavjud va chekli bo'lsa, (1) integral yaqinlashuvchi deyiladi.

Agar $t \to +\infty$ da $F(t)$ funksiyaning limiti cheksiz yoki mavjud bo'lmasa, (1) integral uzoqlashuvchi deyiladi.

Xosmas integralning turli xossalarini $f(x)$ funksiyaning $[a,+\infty)$ oraliq bo`yicha olingan

$$\int_a^{+\infty} f(x)dx$$

integrali uchun bayon etamiz. Bu xossalarni

$$\int_{-\infty}^{a} f(x)dx\,, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$$

integrallar uchun keltirishni o`quvchiga havola etamiz.

1-xossa. Agar $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ integral yaqinlashuvchi bo`lsa, u holda

ISSN 2181-3187

$$\int_b^{+\infty} f(x)dx \quad (a<b)$$

integral ham yaqinlashuvchi bo`ladi va aksincha . Bunda

$$\int_a^{+\infty} f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^{+\infty} f(x)dx \qquad (2)$$

tenglik bajariladi.

◀ Ravshanki,

$$\int_a^t f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^t f(x)dx \ . \quad (a<b<t)$$

Aytaylik, $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ integral yaqinlashuvchi bo`lsin.

Demak,

$$\lim_{t\to+\infty} \int_a^t f(x)dx$$

mavjud va chekli bo`ladi:

$$\lim_{t\to+\infty} \int_a^t f(x)dx = \int_a^{+\infty} f(x)dx,$$

(2) tenglikdan foydalanib, $t \to +\infty$ da

$$\lim_{t\to+\infty} \int_b^t f(x)dx = \int_a^{+\infty} f(x)dx - \int_a^b f(x)dx$$

bo`lishini topamiz. Demak, $\int_b^{+\infty} f(x)dx$ integral yaqinlashuvchi va

$$\int_b^{+\infty} f(x)dx = \int_a^{+\infty} f(x)dx - \int_a^b f(x)dx$$

bo`ladi.

Aytaylik, $\int_b^{+\infty} f(x)dx$ integral yaqinlashuvchi bo`lsin,

Demak,

$$\lim_{t\to+\infty} \int_b^t f(x)dx = \int_b^{+\infty} f(x)dx$$

chekli bo`ladi.

(2) tenglikdan, $t \to +\infty$ da

$$\lim_{t\to+\infty} \int_a^t f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^{+\infty} f(x)dx$$

ISSN 2181-3187

bo`lishi kelib chiqadi. Demak, $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ integral yaqinlashuvchi va

$$\int_a^{+\infty} f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^{+\infty} f(x)dx$$

bo`ladi. ►

2-xossa. Agar $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ integral yaqinlashuvchi bo`lsa, u holda $\int_a^{+\infty} C \cdot f(x)dx$ ham $(C = const)$ yaqinlashuvchi bo`lib,

$$\int_a^{+\infty} C \cdot f(x)dx = C\int_a^{+\infty} f(x)dx$$

bo`ladi.

3-xossa. Agar $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ integral yaqinlashuvchi bo`lib, $\forall x \in [a,+\infty)$ da $f(x) \geq 0$ bo`lsa, u holda

$$\int_a^{+\infty} f(x)dx \geq 0$$

bo`ladi.

4-xossa. Agar $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ va $\int_a^{+\infty} g(x)dx$ integrallar yaqinla-shuvchi bo`lsa, u holda $\int_a^{+\infty} (f(x) \pm g(x))dx$ integral ham yaqinla-shuvchi bo`lib,

$$\int_a^{+\infty} (f(x) \pm g(x))dx = \int_a^{+\infty} f(x)dx \pm \int_a^{+\infty} g(x)dx$$

bo`ladi.

5-xossa. Agar $\forall x \in [a,+\infty)$ da $f(x) \leq g(x)$ bo`lib, $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ va $\int_a^{+\infty} g(x)dx$ integrallar yaqinlashuvchi bo`lsa, u holda

$$\int_a^{+\infty} f(x)dx \leq \int_a^{+\infty} g(x)dx$$

bo`ladi.

2)- 5)- xossalarning isboti xosmas integral va uning yaqinlashuvchiligi ta`riflaridan bevosita kelib chiqadi.

ISSN 2181-3187

Faraz qilaylik, $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalar $[a,+\infty)$ da berilgan bo`lib, $f(x)$ funksiya chegaralangan $(m \le f(x) \le M,\ x \in [a,+\infty))$, $g(x)$ funksiya esa o`z ishorasini o`zgartirmasin $(\forall x \in [a,+\infty)$ da har doim $g(x) \ge 0$ yoki $g(x) \le 0)$.

6-xossa. Agar $\int_a^{+\infty} f(x)\cdot g(x)dx$ va $\int_a^{+\infty} g(x)dx$ integrallar yaqin-lashuvchi bo`lsa, u holda shunday o`zgarmas $\mu (m \le \mu \le M)$ topiladiki,

$$\int_a^{+\infty} f(x)\cdot g(x)dx = \mu \int_a^{+\infty} g(x)dx \qquad (3)$$

bo`ladi.

◄ Aytaylik, $\forall x \in [a,+\infty)$ da $g(x) \ge 0$ bo`lsin. Unda

$$m \cdot g(x) \le f(x)g(x) \le Mg(x)$$

bo`lib,

$$m\int_a^t g(x)dx \le \int_a^t f(x)g(x)dx \le M\int_a^t g(x)dx$$

bo`ladi. Bu tengsizliklardan, $t \to +\infty$ da limitga o`tsak unda

$$m\int_a^{+\infty} g(x)dx \le \int_a^{+\infty} f(x)g(x)dx \le M\int_a^{+\infty} g(x)dx$$

bo`lishi kelib chiqadi.

Ravshanki,

$$\int_a^{+\infty} g(x)dx = 0$$

bo`lganda (3) tenglik bajariladi.

Aytaylik,

$$\int_a^{+\infty} g(x)dx > 0$$

bo`lsin. Bu holda

$$m \le \frac{\int_a^{+\infty} f(x)g(x)dx}{\int_a^{+\infty} g(x)dx} \le M$$

bo`ladi. Agar

$$\mu = \frac{\int_a^{+\infty} f(x)g(x)dx}{\int_a^{+\infty} g(x)dx}$$

deb olinsa, unda $m \leq \mu \leq M$ bo`lib,

$$\int_a^{+\infty} f(x) \cdot g(x) dx = \mu \cdot \int_a^{+\infty} g(x) dx$$

bo`ladi.

$\forall x \in [a, +\infty)$ da $g(x) \leq 0$ bo`lganda (3) tenglikning bajarilishi yuqoridagidek isbotlanadi. ►

Odatda, bu xossa o`rta qiymat haqidagi teorema deyiladi.

Asosiy adabiyotlar

1. Xudayberganov G., Vorisov A. K., Mansurov X. T., Shoimqulov B. A. *Matematik analizdan ma'ruzalar, I, II q.* T. "Voris-nashriyot", 2010.

2. Shoimqulov B. A., Tuychiyev T. T., Djumaboyev D. X. *Matematik analizdan mustaqil ishlar.* T. "O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati", 2008.

3. Alimov Sh, O., Ashurov R.R. *Matematik analiz* 1,2,3 q.T. "Mumtoz so`z", 2018.

Qo'shimcha adabiyotlar

4. Sadullaev A., Mansurov X. T., Xudoyberganov G., Vorisov A. K., Gulomov R. *Matematik analiz kursidan misol va masalalar to'plami, 1, 2, 3 q.* T. "Ўqituvchi", 1995, 1995, 2000.

5. Demidovich B. P. *Sbornik zadach po matematicheskomu analizu.* M. «Nauka», 1997.

6. Azlarov T. A., Mansurov X. T. *Matematik analiz, 1, 2 q.* T. "Ўqituvchi", 1994, 1995.