ISSN 2181-3187

DIFFERENSIAL TENGLAMALAR NAZARIYASINING IQTISODIYOTDAGI TATBIQI: ISHLAB CHIQARISHNING TABIIY O‘SISH MODELI

Tuychiyeva Sayyora Taxirovna
Toshkent davlat transport universiteti
Oliy matematika kafedrasi dotsent v.b.
fizika-matematika fanlari PhD.

Annotatsiya: Ushbu maqola differensial tenglamalar nazariyasining iqtisodiyotdagi tatbiqiga bag‘ishlangan bo‘lib, ishlab chiqarishning tabiiy o‘sish modellari ko‘rsatilgan.

Kalit so‘zlar: Investitsiya, investitsiya normasi, daromad, sarf, akselator, talab va taklif funksiyalari.

Matematika fani fundamental fan bo‘lib, deyarli barcha fanlar bilan bog‘liqdir. Iqtisodiy fanlarni chuqur o‘rganishda ham matematik bilimlar asos bo‘lib xizmat qiladi. Shunday ekan, quyida differensial tenglamalarning iqtisodiyotdagi tatbiqini ko‘rishimiz mumkin.

Faraz qilaylik, qandaydir mahsulot p narx bilan sotiladi, $Q(t)$ funksiya t vaqt mobaynida ishlab chiqarilgan mahsulot miqdori o‘zgarishini bildiradi desak, u holda t vaqt davomida $pQ(t)$ga teng daromad olinadi. Aytaylik olingan daromadning bir qismi mahsulot ishlab chiqarish investitsiyasiga sarf bo‘lsin, ya’ni

$$I(t) = mpQ(t) \tag{1}$$

$m-$ investitsiya normasi, o‘zgarmas son va $0 < m < 1$.

Agar bozor yetarlicha ta’minlangan va ishlab chiqarilgan mahsulot to‘la sotilgan degan tasavvurdan kelib chiqilsa, ishlab chiqarish tezligining yana oshishiga (akselatorga) olib keladi [1]. Ishlab chiqarish tezligi esa investitsiyaning o‘sishiga proporsional, ya’ni

$$Q' = lI(t) \tag{2}$$

bu yerda $1/l-$ akselator(o‘sish) normasi. (1) formulani (2) ga qo‘yib

$$Q' = kQ, \ k = lmp \tag{3}$$

ISSN 2181-3187

differensial tenglamani olamiz. (3) o‘zgaruvchilari ajraladigan differensial tenglamadir. Bu tenglama umumiy yechimining ko‘rinishi $Q = Ce^{kt}$, bunda $C -$ ixtiyoriy o‘zgarmas son.

Faraz qilaylik, boshlang‘ich $t = t_0$ momentda mahsulot ishlab chiqarish hajmi Q_0 ma’lum bo‘lsin. U holda bu shartdan C o‘zgarmasni aniqlash mumkin:

$$Q_0 = Ce^{kt_0}$$

bundan $C = Q_0 e^{-kt_0}$. Natijada (3) tenglama uchun Koshi masalasining yechimini topamiz:

$$Q = Q_0 e^{k(t-t_0)} \tag{4}$$

Shunga e’tibor berish kerakki, matematik modellar umumiylik xossasiga ega. Aholining o‘sishi dinamikasini, bakteriyalarning ko‘payish jarayoni, radioaktiv parchalanish jarayonlari ham (4) formula bilan ifodalanadigan qonuniyatga bo‘ysunadi.

Masalan:

1. Agar $Q' = kQ$ tenglamadagi proporsionallik koeffisiyenti $0{,}1$ga teng bo‘lsa, realizasiya qilingan mahsulot miqdori boshlang‘ich vaqtdagi bilan solishtirilganda, qancha vaqt o‘tgandan keyin ikki marta ko‘payadi?

Realizasiya qilingan mahsulot miqdorini ikkilanishiga ketadigan vaqtni 20% ga qisqartirish uchun investitsiya normasini qancha foizga oshirish kerak?

Mahsulot miqdori boshlang‘ich vaqtdagi bilan solishtirilganda ikki marta ko‘payadigan vaqtni aniqlash uchun (4) bog‘lanishda $t_0 = 0,\ k = 0{,}1,\ Q = 2Q_0$ deb olish yetarli. U holda $2Q_0 = Q_0 e^{0.1t}$ tenglikka kelamiz, bundan $t = 10\ln 2 \approx 6{,}93$ vaqt birligi zarur bo‘ladi.

Endi realizasiya qilingan mahsulot miqdorini ikkilanishiga ketadigan vaqtni 20% ga qisqartirish uchun investitsiya normasini hisoblaymiz.

$$t_1 = 0{,}8t,\ \ k_1 = \frac{k}{0{,}8} = 1{,}25k$$

ya’ni investitsiya normasini 25% ga oshirish kerak.

2. Talab va taklif funksiyalari mos ravishda

$$y = 25 - 2p + 3\frac{dp}{dt},\ \ x = 15 - p + 4\frac{dp}{dt}.$$

ISSN 2181-3187

Agar boshlang‘ich momentida $p = 9$ bo‘lsa, muvozanat narxining vaqtga bog‘liqligini topaylik.

Talab va taklifning tengligidan

$$25 - 2p + 3\frac{dp}{dt} = 15 - p + 4\frac{dp}{dt}.$$

Bundan

$$\frac{dp}{dt} = 10 - p,$$

ya’ni o‘zgaruvchilari ajraladigan tenglamani hosil qilamiz. Bu tenglamani yechib, $p = 10 - Ce^{-t}$ bog‘lanishni hosil qilamiz. $p(0) = 9$ shartdan, $C = 1$ kelib chiqadi, nihoyat $p = 10 - e^{-t}$ va $\lim_{t\to\infty} p = \lim_{t\to\infty}(10 - e^{-t}) = 10$ bo‘lib, narx turg‘unlikka ega bo‘ladi.

3. $k-$ doimiy elastiklikka ega funksiya topilaylik.

Elastiklik ta’rifi va masala shartidan quyidagiga egamiz:

$$\frac{p}{Q}Q' = k \text{ ya'ni } \frac{p}{Q}\cdot\frac{dQ}{dp} = k.$$

$p \neq 0$ shartda $\frac{dQ}{Q} = k\cdot\frac{dp}{p}$ munosabatni hosil qilamiz. Bu tenglikni integrallab,

$$\ln|Q| = k\ln|p| + \ln C$$

bundan esa $Q = C\cdot p^k$ yechimni hosil qilamiz.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Mike Rosser. Basic Mathematics for Economists. - London and New York, Taylor & Francis Group, 2003. -535 p.

2. Knut Sydsæter and Peter Hammond, EssentialMathematics for Economic Analysis. London EC1N 8TS. Pearson Education Limited. 2012, -745 p.

3. Sharaxmetov Sh., Asraqulova D.C, Qurbonov J.J., Iqtisodchilar uchun oliy matematikadan masalalar to‘plami. “Iqtisodiyot”. -T.: TDIU. 2012.- 246 b.