

MATRISALAR. MATRISALARNING IQTISODIYOTDAGI TATBIQLARI.

Tuychiyeva Sayyora Taxirovna
Toshkent davlat transport universiteti
Oliy matematika kafedrası dotsent v.b.
fizika-matematika fanlari PhD.

Annotatsiya: Ushbu maqola matrisalarning iqtisodiyotdagi tatbiqiga bag'ishlangan bo'lib, neftga bo'lgan talab masalalari matrisalar yordamida yechib ko'rsatilgan.

Kalit so'zlar: matrisa, transponirlangan matrisa, kofaktor matrisa, biriktirilgan matrisa, o'rtacha daromad, neftga bo'lgan talab modeli.

Matematika fani fundamental fan bo'lib, deyarli barcha fanlar bilan uzviy bog'liqdir. Ko'pgina iqtisodiy masalalarni yechishda ham matematik bilimlar asos bo'lib xizmat qiladi. Shunday ekan, quyida matrisalar va ularning iqtisodiyotdagi tatbiqini ko'rishimiz mumkin.

Transponirlangan matrisa

Matrisa mos satrlarini uning mos ustunlariga almashtirishdan hosil bo'lgan matrisaga transponirlangan matrisa deyiladi. A matrisaning transponirlanganini A^T kabi belgilanadi.

$$\text{Masalan, } A = \begin{bmatrix} 5 & 20 \\ 16 & 9 \\ 12 & 6 \end{bmatrix} \text{ uchun transponirlangan matrisa } A^T = \begin{bmatrix} 5 & 16 & 12 \\ 20 & 9 & 6 \end{bmatrix}.$$

Kofaktor matrisa

Matrisa har bir elementini uning algebraik to'ldiruvchisi bilan almashtirishdan hosil bo'lgan matrisa kofaktor matrisa deyiladi va u C bilan belgilanadi.

$$\text{Masalan, } A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 0 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ uchun } C = \begin{bmatrix} 25 & -15 & -12 \\ -14 & -2 & 12 \\ -15 & 9 & -2 \end{bmatrix}.$$

Bu matrisa elementlari qanday hisoblanganini o'rganaylik. A matrisa $|C_{ij}|$ algebraik to'ldiruvchisini hisoblash uchun shu element joylashgan i -sitr va j -ustun o'chirilib, hosil bo'lgan determinant $(-1)^{i+j}$ ishora aniqligida olinadi.

C matrisa elementlari quyidagicha hisoblangan

$$c_{11} = |C_{11}| = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = (-1)^2 \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 25 - 0 = 25,$$

$$c_{21} = |C_{21}| = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = (-1)^3 \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = -(20 - 6) = -14,$$

$$c_{31} = |C_{31}| = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 15 = -15$$

va h.k. qolgan elementlar ham shu tartibda topiladi. C matrisa qolgan elementlarni o'zingiz tekshiring.

Biriktirilgan matrisa

Kofaktor matrisaning transponirlangan matrisasiga biriktirilgan matrisa deyiladi va A matrisaning biriktirilgan matrisasi $AdjA$ kabi belgilanadi.

$$\text{Masalan, } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \text{ matrisa uchun } AdjA = \begin{bmatrix} |C_{11}| & |C_{21}| & |C_{31}| \\ |C_{12}| & |C_{22}| & |C_{32}| \\ |C_{13}| & |C_{23}| & |C_{33}| \end{bmatrix}$$

$$\text{Yuqoridagi misoldagi } A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 0 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ matrisa uchun kofaktor matrisa}$$

$$C = \begin{bmatrix} 25 & -15 & -12 \\ -14 & -2 & 12 \\ -15 & 9 & -2 \end{bmatrix} \text{ va biriktirilgan}$$

$$\text{matrisa } AdjA = C^T = \begin{bmatrix} 25 & -14 & -15 \\ -15 & -2 & 9 \\ -12 & 12 & -2 \end{bmatrix}.$$

1-misol. T vaqtda neftga bo'lgan talab chiziqi bo'lsin

$$q^t = \beta_0 + \beta_1 x_1^t + \beta_2 x_2^t + \beta_3 x_3^t + \beta_4 x_4^t + \beta_5 x_5^t$$

$$q^t = \beta_0 + \beta_1 x_1^t + \beta_2 x_2^t + \beta_3 x_3^t + \beta_4 x_4^t + \beta_5 x_5^t$$

bu yerda yuqorigi indekslardagi t vaqt davrini ifodalaydi (darajani emas), x_1 = neft narxi, x_2 = o'rtacha daromad, x_3 = o'rinbosar yoqilg'i narxi, x_4 = komplemann narxi (masalan, avtomobil), x_5 = aholi.

Neftga bo'lgan T vaqtdagi bu chiziqi talab vektor ko'rinishida quyidagicha ifodalaniishi mumkin:

$$q^t = \beta x^t = [\beta_0 \beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_4 \beta_5] \begin{bmatrix} 1 \\ x_1^t \\ x_2^t \\ x_3^t \\ x_4^t \\ x_5^t \end{bmatrix}$$

2-misol. Neftga bo'lgan talab (million barrelda) ni $q = \beta x$ modelida tushuntirish mumkin va bunda

$$\beta = [\beta_0 \beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_4 \beta_5] = [4.2 \ -0.1 \ 0.4 \ 0.2 \ -0.1 \ 0.2]$$

bo'lsin, deb faraz qilaylik.

Tavsiflovchi o'zgaruvchilar vektori

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ x_1^t \\ x_2^t \\ x_3^t \\ x_4^t \\ x_5^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Constant} \\ \text{Price} \\ \text{Income} \\ \text{Price of substitute} \\ \text{Price of complement} \\ \text{Population (in m.)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 30 \\ 18.5 \\ 52 \\ 12.8 \\ 61 \end{bmatrix}$$

bo'lganda neftga bo'lgan talabni hisoblang.

Yechish. Neftga bo'lgan talabni quyidagicha hisoblanadi

$$q = \beta x = [4.2 \ -0.1 \ 0.4 \ 0.2 \ -0.1 \ 0.2] = \begin{bmatrix} 1 \\ 30 \\ 18.5 \\ 52 \\ 12.8 \\ 61 \end{bmatrix} = [29.92]$$

Shunday qilib javob 29,92 million barrel. [1]

3-misol. Telefon apparatlarini ta'mirlovchi usta 70% telefonlarni past darajada, 20% o'rta darajada va 10% to'liq ta'mirdan chiqardi. Statistik ma'lumotlarga ko'ra 70% past darajada ta'mirlangan telefonlarni bir yildan keyin qayta 10% past darajada, 60% o'rta darajada, 30% ni to'liq ta'mirlashadi. O'rta darajada ta'mirlangan telefonlarni bir yildan keyin qayta 20% past darajada, 50% o'rta, 30% ni to'liq ta'mirlashadi. To'liq ta'mirlangan telefonlarni bir yildan keyin qayta 60% past darajada, 40% o'rta darajada ta'mirlashadi. Agar masala sharti shu tarzda davom etsa

1, 2, 3 – yillardan keyingi har bir darajada ta'mirlangan telefonlar ulushini aniqlashda matrisalar algebrasidan foydalanish qulay.

$$X_0 = [0.7 \ 0.2 \ 0.1]; A = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.6 & 0.3 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.6 & 0.4 & 0 \end{bmatrix};$$

$$X_1 = X_0 \cdot A = [0.17 \ 0.56 \ 0.27] \quad X_2 = X_1 \cdot A = [0.291 \ 0.490 \ 0.219];$$

$$X_3 = X_2 \cdot A = [0.2585 \ 0.5072 \ 0.2343]$$

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Mike Rosser. Basic Mathematics for Economists. - London and New York, Taylor & Francis Group, 2003. -535 p.
2. Knut Sydsæter and Peter Hammond, Essential Mathematics for Economic Analysis. London EC1N 8TS. Pearson Education Limited. 2012, -745 p.
3. Sharaxmetov Sh., Asraqulova D.C, Qurbonov J.J., Iqtisodchilar uchun oliy matematikadan masalalar to'plami. "Iqtisodiyot". -T.: TDIU. 2012.- 246 b.