ISSN 2181-3187

EGRI CHIZIQLI INTEGRALLAR

Xoljigitov Dilmurod Xolmurod o'g'li
O'zbekiston Milliy Universiteti Jizzax filiali o'qituvchisi
Sevinch Orifova
Munera Berdimurodova
Ravel Haydarov
O'zbekiston Milliy universiteti Jizzax filiali talabalari

Annotatsiya: Egri chiziqli integral, parametrik tenglamalar, qutb koordinatalari, silliq chiziq, egri chiziqli integralning geometrik va fizik ma'nolari, mexanik tatbiqi, koordinata boshi, xususiy xosila…

Kalit so'zlar: Funksiya, egri chiziqlar tenglamalar, uzluksizlik,oshkoralik, Bernulli lemniskatasi, moment, kontur,yo'nalish…

Egri chiziqli integrali, shuningdek, chiziqli integrali sifatida ham tanilgan, funktsiyaning umumiy qiymatini egri chiziq yoki yo'l bo'ylab hisoblaydigan integral turidir. Bu skalyar qiymatli funktsiyani yoki vektor maydonini dekart tekislikdagi uzluksiz egri chiziq bo'ylab, funksiyalar to'plami bilan parametrlangan integrallashni o'z ichiga oladi.

Egri chiziqli integrallarning har xil turlari mavjud, masalan:

Skalar chiziqli integrali: skalyar qiymatli funksiyani egri chiziq bo'ylab integrallashni o'z ichiga oladi.

Vektor chiziqli integrali: vektor maydonini egri chiziq bo'ylab integrallashni o'z ichiga oladi. Ish integrali: egri chiziq bo'ylab kuch tomonidan bajarilgan ishni hisoblashni o'z ichiga oladi. Tirkulyatsiya integrali: yopiq egri chiziq bo'ylab vektor maydonining aylanishini hisoblashni o'z ichiga oladi.

Egri chiziqli integrallar matematika, fizika va muhandislikning turli sohalarida, masalan, suyuqliklar dinamikasi, elektromagnitizm va o'zgaruvchanlik hisoblarida muhim qo'llanilishiga ega. Egri chiziqli integrallar ikki yoki uch o'lchamli fazoda egri chiziq yoki yo'l bo'ylab bajarilgan maydon, uzunlik yoki ishni hisoblashni o'z ichiga oladi. Egri chiziqli integrallarning eng keng tarqalgan turlari yo'l bo'ylab kuch maydoni tomonidan bajarilgan ishni hisoblashni o'z ichiga olgan chiziqli integrallar va vektor maydonning sirt orqali oqimini hisoblashni o'z ichiga olgan sirt integrallaridir. Egri chiziqli integrallarning boshqa turlariga yo'l integrallari, aylanma integrallar va kontur integrallari kiradi. Bu tushunchalar odatda fizika, muhandislik va matematikada egri chiziqlar va sirtlar bo'ylab harakat va energiya almashinuvi bilan bog'liq fizik hodisalarni tavsiflash va tahlil qilish uchun qo'llaniladi.

ISSN 2181-3187

I. tur egri chiziqli integrallar. R3 fazoda uchlari A va B nuqtalarda bo'lgan L silliq chiziq berilgan bo'lib, bu chiziqda *u=f(x,y,z)* uzluksiz funksiya aniqlagan bo'lsin. Biror qonuniyat yordamida L chiziqni uzunliklari *(i=1,…n)* li bo'lgan n ta li bo'laklarga ajrataylik. Har bir li elementlar bo'lakda ixtiyoriy $M_i(x_i, y_i, z_i)$ nuqtalarni olamiz va quidagi Integral yig'indini tuzamiz. U holda limitik qiymatga f(x,y,z) funksiyadan L yoy uzunligi bo'ylab I tur egri chiziqli integral deyiladi va kabi belgilanadi. Demak, bo'ladi. Agar L silliq chiziq R2 fazoda berilgan bo'lsa, u holda bo'ladi. I tur egri chiziqli integralni hisoblash aniq integralni hisoblashga keltiriladi. 1) Agar L chiziq R3 fazoda *x=x(t), y=y(t), z=z(t),* parametirlik tenglamalari bilan berilgan bo'lsa bunda integralni hisoblash uchun quydagi formula o'rinli:

II. Agar L chiziq R2 fazoda berilgan bo'lib, *x=x(t), y=y(t),* parametrlik tenglamalar bilan berilgan bo'lsa (bunda) , (2) egri chiziqli integral quyidagi formula yordamida hisoblanadi:

III. Agar L chiziq [a,b] segmrntda uzluksiz va uzluksiz hosilaga ega bo'lgan y=y(x) , (bunda A(a,y(a)), B(b,y(b)), funksiya yordamida berilgan bo'lsa, u holda (2) egri chiziqli integral Formula yordamida hisoblanadi.

3) Agar L chiziq qutb koordinatalari sistemasida tenglama bilan berilgan bo'lib, funksiya uzluksiz va uzluksiz hosila ga ega bo'lsa, (2) Egri chiziqli integral formula yordamida hisoblanadi. I tur egri chiziqli integrallarning quyidagi soda xossalarini keltiramiz. Bu yerda C1 va C2- o'zgarmas sonlar. Agar L chiziq. L1 va L2 bo'laklardan tashkil topgan bo'lsa, u holda 30. I tur egri chiziqli (integral ta'rifida ko'ra) integralning qiymati chiziq yo'nalishidan bog'liq emas, ya'ni bo'lsa, Endi I tur egri chiziqli integralni hisoblashga doir misollar qaraymiz.

1-misol. integralni hisoblang, bu yerda l chiziq O (0;0) va A (1;2) nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziqdan iborat.

Yechim: l egri chiziq tenglamasi y=2x dan iborat. Y'=2 bo'lgani uchun bo'ladi. L chiziq bo'ylab O nuqtadan A nuqtaga borilsa, x o'zgaruvchi O dan 1 gacha o'zgaradi. (5) formulaga ko'ra 2- misol. integralni hisoblang, bu yerda L chiziq x= t cos t, y=t sin t, z=t, vint L chiziqning birinchi shoxchasi.

Yechish. Bu integralni hisoblash uchun (3) formuladan foydalanamiz:

U holda 3-misol. integralni hisoblang, bu yerda L chiziq x2+y2=ax aylanafdan iborat. Yechilish: Bu yerda L chiziq oshkormas tenglamasi bilan berilgan. Qutb koordinatalari sistemasiga o;tamiz, bu sistemada berilgan chiziq yoki tenglamaga ega bo'ladi, u holda bo'lib, bo'ladi. Berilgan aylana I va IV choraklarda joylashganligi uchun burchak gacha o'zgaradi. (6) formulaga ko'ra

integralni hisoblaymiz:

4-misol: integralni hisoblang, bu yerda L chiziq x=cos3t, y=sin3t astroydaning A (1;0) va B (0;1) noqtalari orasida qismidan iborat.

ISSN 2181-3187

Yechish: (4) formuladan foydalanamiz: 1 tur egri chiziqli integralni hisoblash aniq integralni hisoblashga keltirilganligi uchun bu yerda aniq integralning xossalari umumlashtiriladi, yani 1 tur egri chiziqli integralning geometric va fizik ma'nolari va mexanikaga tadbiqlarini qaraymiz.

1) Agar L chiziqda aniqlangan funksiyani f(x,y,z)=1 deb olinsa, bo'lib, integralning qiymati chiziqning uzunligi beradi(I tur egri chiziqning geometric ma'nosi). 2) Agar bo'lib , funksiya L material chiziqning zichigini aniqlasa, u holda uning muaasasi boladi (I tur egri chiziqli integralning fizik ma'nosi). 3) chiziqli zichlikka ega bo'lgan L material chiziqning og'irlik markazining koordinatalari quyidagi formula yordamida topiladi:

4) chiziqli zichlikka ega bo'lgan L material chiziqning koordinata boshi O nuqtada, Ox, Oy,Oz koordinata oqlariga va Oxy, Oxz, Oyz koordinata teksliklariga nasbatdan inersiya momentlari mos ravishda quyidagi formulalar yordamida topiladi: (10) Formulalar yordamida topiladi. Inersiya momentlari orasida quyidagi bog'lanishlar o'rinli: 5) L tekis chiziqning Ox va Oy koordinata oqlariga nisbatdan static momentlari formulalardan topiladi.

5-misol. tenglamalar bilan bergan chiziqning koordinata oqlari bilan kesishish nuqtalari orasidagi bo'lagining uzunligi topilsin.

Yechish: (7) formuladan foydalanamiz. Buning uchun L chiziqning uchlarini topamiz. Shartga ko'ra deb olamiz. Bundan koordinata o'qlari bilan kesisish nuqtalari (2;0) va (0; 2) kelib chiqadi. (5) formuladan foydalanish uchun yni x orqali ifodalaymiz:

6-misol. elipsning I choyrakda yotgan bo'lagining massasi zichlik bo'lgan holda topilsin. Yechish. (8) formulaga ko'ra ni hosil qilamiz, chunki berilgan L chiziq tekslikda joylashgan. Chiziq tenglamasidan ni olamiz, t- parametr 0 dan gacha o'zgaradi, chunki chizig'imiz I choyrakda berilgan, u holda bo'ladi, bu integralda cos t =u almashtirish olamiz, t = 0 da u = 1, t = π/2 da u=0 bo'ladi, d(cos t)=du. Bundan oxirgi integralni hisoblashda formuladan foydalanamiz:

Demak, 7-misol. Ox oqiga nisbatdan simmetrik bo'lgan bir jinsli x2+y2=9 yarim aylaning og'irlik markazining koordinatalarini toping.

Yechish. Bu yerda biz (8) va (9) formulalarni qo'llaymiz, chiziq bir jinsli bo'lgani uchun uning zichligini deb olamiz. Aylana oshkormas tenglamasi bilan berilgan, uning parametric tenglamalari: dan foydalanamiz:

Bunda (9)dan foydalanamiz formuladan: Demak , (xc,yc)=(6/π;0) 8-misol. tenglama bilan berilgan bir jinsli Bernulli lemniskatasining birinchi shoxchasining Oy oqga nisbatdan static momentini toping. Yechish. (11) formuladan static momentini hisoblaymiz. Masala shartiga ko'ra chiziq qutb koordinatalar sistemasida berilgan bo'lib, birinchi shoxcha olingani uchun burchak gacha o'zgaradi. Bu integralni hisoblash uchun (6) formuladan foydalanamiz:

ISSN 2181-3187

Uchlari A va B nuqtalarda bo'lgan LAB chiziq bilan quydan, Oz o'qidas parallel bo'lgan LAB chiziqdan o'tuvchi siliqlik sirt bilan siliq sirt kesishish chizig'i A' B' bilan yuqoridan. (1) Yon tomonidan A va B nuqtalardan o'tuvchi Oz o'qiga parallel to'g'ri chiziqlar bilan chegiralangan silindrik sirt bo'lagining yuzini, f(x,y)>0 bo'lganda formula yordamida topiladi (1). Agar f(x,y)<0 , , bo'lsa bo'ladi.

Agar LAB chiziqning nuqtalarida f(x,y) funksiya ishorasini o'zgartirsa, u holda S yuza Oxy tekislik ustidagi va Oxy tekslikdan pastdagisi silindrik sirt bo'laklari yuzalari ayrmasiga teng bo'ladi. Masalan: Misol: x2+y2=4 silindrik sirtning Oxy tekslik va sirt oralig'idagi bo'lagining yuzini toping. Yechish: (*) formulada deb olamiz, u holda formula yordamida izlanayotgan yuza topiladi, bu yerda:

L chiziq aylanadan iborat. Uning parametric tenglamalarini x=2cos t , y=2sin t shaklida yozamiz: bo'ladi va Ikkinchi tur egri chiziqli integrallar va ularning tatbiqlari. Uchlari A va B nuqtalarda bo'lgan silliq LAB chiziqda koordinatalari uzluksiz funksiyalardan iborat bo'lgan vector aniqlangan bo'lsin. LAB chiziqni A dan B ga qarab n ta elementar yoylarga bo'lamiz va vektorlarni hosil qilamiz, bu yerda vektorning koordinata o'qlaridagi proeksiyalari. Har bir elementar yoy li dan ixtiyoriy Mi(xi,yi,zi) nuqtani olib, (1). Ta'rif. da (1) yig'indining limitik qiymatiga vector – funksiyaning LAB chiziq bo'yicha ikkinchi tur egri chiziqli integrali deyiladi va quyidagicha belgilanadi: (2) Agar P(x,y,z), Q(x,y,z), R(x,y,z) funksiyalar LAB silliq chiziq uzluksiz bo'lsa, u holda (1) yig'indining limiti mavjud bo'ladi, ya'ni ikkinchi tur egri chiziqli (2) integral mavjud bo'ladi.

Bu tur egri chiziqli integral ham aniq integralning xossalari kabi xossalarga ega bo'lib, uning qiymati integrallash yo'lida bog'lik bo'lib: . Agar (2) da L chiziq yopiq bo'lsa, u holda kabi belgilanib? L chiziqning musbat yonalishi uchun bu chiziq bo'ylab harakatlanganda chiziq chegaralab turgan sirt chap qo'lda bo'ladigan yo'nalish olinadi, ya'ni soat mili yonalashiga teskari yo'nalish olinadi. Ikkinchi tur egri chiziqli integralning hisoblash chiziq tenglamasining berilishiga qarab, aniq integralni hisoblashga keltiriladi. Agar LAB chiziq x=x(t), y=y(t), z=z(t), parametrik tenglamalari bilan berilgan bo'lab, x(t), y(t),z(t)- uzluksiz differensillanuvchi funksialar bo'lsa va - chiziqning oxiri bo'lsa, u holda quydagi formula orinlidir: Agar LAB chiziq Oxy tekslikda tenglama bilan berilgan bo'lsa, u holda formula orinlidir. 1-misol. integralni hisoblang, bu yerda LAB chiziq y2=x parabolaning A (0,0) va B (1,1) nuqtalari orasidagi bo'lagi.

Yechish: LAB chiziq oshkor tenglamasi bilan berilganligi uchun (4) formuladan foydalanamiz: x=y2; dx=2ydy. 2-misol. ni hisoblang, bu yerda LAB chiziq A (1,1,1) va B (2,3,4) nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziq kesmasidan iborat. Yechish. To'g'ri chiziqning parametric tenglamalarini tuzamiz: dan x=1+t, y=1+2t, z=1+3t ni olamiz:

[A, B] kesmadan bo'lgani uchun (3) formulaga ko'ra 3-misol. integralni hisoblang, bu yerda L kontur A (-1;0), B (1;0), C (0;1) uchlarga ega bo'lgan

ISSN 2181-3187

uchburchakdan iborat, yo'nalish soat miliga teskari yonalishida olingan. Yechish. Uchburchakning har bir tomoni yotgan to'g'ri chiziq tenglamalarini tuzamiz: 4-misol. ni hisoblang, bu yerda L chiziq x2+y2=4 silindr va x+y-z=0 tekslikning kesishishidan hosil bo'lgan chiziq bo'lib, berilgan tekslikning ustki tomoniga nisbatdan musbat yo'nalishdan olingan.

Yechish. L chiziqning parametrik tenglamalarini tuzamiz: bu chiziqning Oxy tekslikdagi proeksiyasi x2+y2=4 z=0 aylanadan iborat bo'lgani uchun x=2 cos t , y=2 sin t deb olish mumkin. U holda tekslik tenglamasidan z=2(cos t + sin t) ni olish mumkin. Shunday qilib, bo'ladi:

(3) formulaga ko'ra . Agar jismga ta'sir etuvchi kuch bo'lsa u holda (2) egri chiziqli integralning qiymati LAB yo'lda kuchning bajargan ishini aniqlaydi, bundan ikkinchi tur egri chiziqli integralning fizik ma'nosi kelib chiqadi.

5-misol. kuchning A (0;0) va B (2;1) nuqtalarni titashtiruvchi to'gri chiziq bo'yicha bajargan ishini toping. Yechish. AB chiziqning parametric tenglamasini tuzamiz: x=2t, y=t. U holda kuchning bajargan ishini formula yordamida topamiz: Bundan Grin formulasi.

Teorema (Grin). Agar P(x,y) va Q(x,y) funksiyalar Oxy tekslikdagi yopiq bir bog'lamli va bo'lakli-silliq L chiziq bilan chegaralangan D sohada uzluksiz bo'lib, har bir argumenti bo'yicha uzluksiz xususiy hossalarga ega bo'lsa, u holda (5) Formula o'rinli, bu yerda L chiziq musbat yonalishda olingan bo'lib, unda Grin formulasi deyiladi. Agar D sohada Grin teoremasi shartlari o'rinli bo'lsa, u holda quydagi tasdiqlar o'rinli: 1. Agar D sohada L chiziq ixtiyoriy yopiq kontur bo'lsa, u holda bo'ladi.

2. Agar uchlari A va B nuqtalarda bo'lgan bo'lsa, u holda integral integrallash yo'lidan bog'liq bo'lmaydi. 3. Biror u(x,y) funksiya mavjud bo'ladiki du(x,y)=Pdx+Qdy bo'lib. 4. D sohaning barcha nuqtalarida tenglik orinli. Grin formulasidan D sohaning S yuzini ikkinchi tur egri chiziqli integral yordamida hisoblash mumkin: O'rinlidir, bu yerda A(x1,y1), B(x2,y2). 6-misol. integralni hisoblang, bu uerda:

1) L-chiziq O(0,0) nuqtadan B(1,1) nuqtagacha bo'lgan to'g'ri chiziq kesmasi;
2) L-chiziq O(0,1); A(1,0); B(1,1) nuqtalarni tutashtiruvchi silliq chiziq;
3) L-chiziq y2=x parabolaning O(0,0) nuqtalardan B(1,1) nuqtagacha bo'ladi;
4) L-chiziq y=x3 chiziqning O(0,0) nuqtadan B(1,1) nuqtagacha bo'lgan yoyi.

Yechish. 1) O (0,0) va B (1,1) nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq kesmasi y=x dan iborat bo'lgani uchun 2) Bu holda integral avval OA kesma bo'yicha keyin AB kesma bo'ycha olinadi. OA kesmada y=0, dy=0, AB kesmada x=1, dx=0, bo'lgana uchan 3) Bu yerda y2=x bo'lib, dx=2ydy bo'ladi va 4) Bu holda y=x3 va dy=3x2dx bo'lib, Yuqorida qaralgan hamma hollarda integralning bir xil 1,5 ga teng

ISSN 2181-3187

chiqdi,integrallash yo'ladi bog'liqemas, haqiqatan (7) shart bajariladi: 7-misol. integralni hisoblang, bu yerda L chiziq astoidadan iborat.

Yechish. bo'lgani uchun Bu yerda (7) shart bajariladi, bo'lib, integral ostidagi ifoda u(x,y)=xy funksiyaning to'liq differensialidan iborat: d(xy)=xdy+ydx, shuning uchun M0(x0,y0) astroidaining istagan nuqtasi bo'lganda (6) formulaga ko'ra bo'ladi. 8-misol. Grin formulasidan foydalanib integralni hisoblang, bu yerda L chiziq x2+y2=4 aylanadan iborat bo'lib, musbat yo'nalish olingan.

Yechish: (5) formulaga asosan Bu yerda D soha x2+y2=4 doiradan iborat. Bundan almashtirishlar bilan qutb koordinatalar sistemasiga o'yilsa quydagiga ega bo'lamiz: 9-misol. integralni hisoblang, bu yerda L chiziq ellipsdan iborat. Yechish: P(x,y)=xy+x+y, Q(x,y)=xy+x-y deb olamiz va (5) formulani qo'llaymiz: Bu yerda D soha dan iborat. Qutb koordinatalari sistemasiga olamiz: bundan

Agar L chiziq fazoviy yopiq chiziq bo'lib, bir bog'lamli sohada yotsa va P(x,y,z), Q(x,y,z),R(x,y,z) funksiyalar o'zlarining xususiy hosilalari bilan birgalikda uzluksiz bo'lsa, u holda bu integral integrallash yo'lida bog'liq bo'lmasligi uchun (8) Shartning bajarilishi zarur va yetarlidir. Bu holda shunday u(x,y,z) funksiya topiladiki P(x,y,z)dx+Q(x,y,z)dy+R(x,y,z)dz=du(x,y, z) bajariladi va M1(x1,y1,z1), M(x2,y2,z2) bo'lganda O'rinli bo'ladi, agar L chiziq yopiq bo'lsa integralning qiymati nolga teng bo'ladi. 10-misol. integralni integrallash yo'liga bog'liq bo'lish, bo'lmasligini tekshiring. Yechish. P(x,y,z)=4xy+12x2z; Q(x,y,z)=2x2-3z3; R(x,y,z)=4x3-9yz2 bu funksialar uchun (8) shartini tekshiramiz: Demak (8) shartlar bajariladi va integral ostidagi ifoda to'liq differensial bo'ladi.

11-misol. ifoda to'liq differensial bo'lishini ko'rsating va shu funksiyani toping. Yechish. bo'lgani uchun berilgan ifoda to'liq differensialdir M0(1,1), M(x,y) deb olib formuladan foydalanib u(x,y) funksiani topamiz: , c=const 12-misol. bo'lsa, u(x,y) funksiyani toping. Yechish. P(x,y)dx+Q(x,y)dy ifoda to'liq differensialli bo;lsa, formuladan foydalanamiz; bu yerda M0(x0,y0) va M(x,y) nuqtalar P(x,y), Q (x,y) funksialar va ularning xususiy hosilalari uzluksiz bo'lgan D sohada yotadi, c=const ekanligidan ifodaning differensialli ekanligi kelib chiqadi. M0(x0, y0) nuqtaning ixtiyorligidan foydalanib uni x0=0, y0=0 desak, Demak, Mustaqil ishlar uchun topshiriqlar. I. Quydagi I tur chiziqli integrallarni hisoblang.

1) bu yerda L chiziq 2y=x2 parabolaning A (1,1), B (1,1/2) nuqtalari orasidagi qismi.

2) L chiziq y=sin x, sinusoida bo'lagi.

3) l-chiziq x2+y2=9, aylana yoyidan iborat.

4) chiziq kardioda yuqori yarmi.

5) bu yerda L-chiziq uchlari A (0,0), B (4,0), C (4,2), D (0,2) nuqtalarda bo'lgan to'rtburchak konturidan iborat.

6) L-chiziq A (1,0,1) va B (2,2,3) nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziq kesmasi.

ISSN 2181-3187

7) L-chiziq x-cos t, y=sin t, tenlamalar bilan berilgan chiziq yoyidan iborat. 8) L-chiziq tenglama bilan berilgan Bernulli lemniskatasi yoyidan iborat.

9) L-chiziq x2+y2=2x aylanadan iborat.

10) L chiziq x2+y2+z2=a2, x=y aylanadan iborat.

11) L-chiziq Arximed spiralining markazi qutb nuqtada bo'lgan R radiusi doira ichidagi bo'lagidan iborat.

12) L-chiziq ellipsning birinchi choyrakdagi yoyidan iborat.

II. Quydagi masalalarni yechig. 1. y=(ex+e-x)/2, zanjir chizig'i yoyining uzunligini toping ()

2. tenglamalar bilan berilgan chiziqning koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtalari orasidagi bo'lagining uzunligi topilsin (J: 13/3) 3. y=lnx tenglama bilan berilgan chiziqning va absislari nuqtalari orasidagi bo'lagining massasini toping, chiziq zichligi har bir nuqtada shu nuqta absissasi kvadratiga teng, ya'ni,

4) chiziqning massasini toping, chiziq zichligi har bir nuqtadan qutbgacha bo'lgan masofaga proporsional va da 3 ga teng.

5) Chiziqli zichligi har bir nuqtada 1 ga teng bo'lgan A (2,0) va B (0,1) nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziq kesmasining koordinata boshiga nisbatdan inersiya momentini hisoblang .

6. astroidaning birinchi chorakdagi yoyining koordinata o'qlariga nisbatdan statik momentlarini toping ().

7. x=cos t, y=sin t,z=2t bir jinsli vint chizig'ining birinchi shoxchasing og'irlik markazi koordinatalari toping. ().

8. tenglama bilan berilgan bir jinsli sterik uchburchak konturining og'irlik markazi koordinatalarini toping ().

9. kuchning material nuqtani y=x to'g'ri chiziq bo'ylab O (0,0) nuqtadan A (1,1) nuqtagacha siljitish natijasida bajargan ishini toping ().

10. kuchning material nuqtani x=2 cos t, y=2 sin t aylana bo'ylab soat mili yonalishida siljitish natijasida bajargan ishni toping ().

11. kuchning y=x2 chiziqning A (1,1) nuqtadan B (3,9) nuqtagacha bo'lgan yo'lda bajargan ishini toping.

12. kuchning x=t, y=t cos t, z=t sin t, chiziq yoyi bo'ylabbajargan ishini toping. III. Quydagi II tur egri chiziqli integralarni berilgan chiziqning ko'rsatilgan yonalishi bo'yicha hisoblang. 1) bu yerda L chiziq y=ex chiziqning A (0,1) nuqtadan B (1; e) nuqtagacha bo'lagadan iborat. 2) bu yerda L chiziq dan iborat.

3. bu yerda L chiziq y=x2 parabolaning A (0,0) nuqtadan B (1,1) nuqtagacha bo'lgan yoyidan iborat.

4) bu yerda L chiziq A (2,1,0) nuqtani B (4,3,1) nuiqta bilan tutashtiruvchi to'g'ri chiziq kesmasidan iborat.

ISSN 2181-3187

5) bu yerda L chiziq y=ax chiziqning A (0,1) nuqtadan B (1, a) nuqtagacha bo'lagidan iborat.

6.7.8) bu yerda L chiziq x=a cos t, y=a sin t, z=bt, vint chiziqidan iborat.

9) L chiziq x=a (t-sin t), y=a (1-cos t) sikloidan 1-arkidan iborat.

10) L chiziq x=R t cos t, y=R t sin t, aylana yoyida iborat.

11) L chiziq x=t cos t, y=t sin t, z=t, dan iborat.

12) bu yerda LAB chiziq A (0,1) va B (1,2) nuqtalarni tutashtiruvchi ixtiyoriy chizq (J: 2). IV. Quydagi misollarda egri chiziqli integral integrallash yo'lidan bog'liq bo'lish bo'lmasligini aniqlang.

V. Quydagi misollarda integral ostidagi ifoda to'liq differensial bo'lish-bo'lmasligini tekshirib, itegralni hisoblang. bu yerda A (-1; -1), B (1;1) 1. 2. 3. 4. 5. 6, bu yerda chiziqlar Oy o'qni kesmaydi. VI. Grin formulasining qo'llab egri chiziqli integralni hisoblang. 1. 2. 3. 4. 5. 6, bu yerda L kontur uchlari A (3;0), B (3;3) va C (0;3) nuqtalarda bo'lgan ABC uchburchak konturidan iborat. Endi J0, Jx , Jy inersiya momentlari topamiz. (10) formulaga ko'ra, (L): x=3 cos t, y=3 sin t dan foydalansak, bu yerda, Xuddi shunga teng boladi.

Foydalanilgan Adabiyotlar:

1. Xolmurod o'g'li X. D. et al. O 'QUVCHILARNING KRIATIV FIKRLASHINI RIVOJLANTIRISHDA MATNLI MASALALARDAN FOYDALANISH //ОБРАЗОВАНИЕ НАУКА И ИННОВАЦИОННЫЕ ИДЕИ В МИРЕ. – 2023. – Т. 20. – №. 7. – С. 156-161.

2. Xoljigitov D. GEOMETRIYANING ALGEBRAIK TENGLAMALARNI YECHISHGA BAZI TATBIQLARI //Журнал математики и информатики. – 2021. – Т. 1. – №. 3.

3. Dilmurod X., Jo'raboyevich R. N. AXBOROT TEXNOLOGIYALARINING MULTIMEDIA VOSITALARIDAN MATEMATIKA FANINI O'QITISH JARAYONIDA FOYDALANISHNING AHAMIYATI //International Journal of Contemporary Scientific and Technical Research. – 2022. – С. 708-711.

4. Xoljigitov D., Isroilov I. GRAFLAR NAZARIYASI YORDAMIDA MANTIQIY MASALALARNI YECHISH //Журнал математики и информатики. – 2022. – Т. 2. – №. 2.

5. Xoljigitov D., Prnazarov S. H. Tenglamalar sistemasiga doir misollarni grafik usulda yechish //Журнал математики и информатики. – 2022. – Т. 2. – №. 1.

6. Xolmurod o'g'li, Xoljigitov Dilmurod, Boboyev Akbarshoh Ibrohim o'g'li, and Eshmurodova Sabrina Mamasoliyevna. "PARAMETR QATNASHGAN TENGLAMALARNI YECHISHDA HOSILADAN FOYDALANISH." (2023): 15-22.

7. Xolmurod o‘g‘li, Xoljigitov Dilmurod, and Absattorov Hasan Isroil o’g’li. "NOSTANDART TENGLAMALARNI YECHISHDA HOSILADAN FOYDALANISH." (2023): 6-14.

8. Dilmurod, Xoljigitov, et al. "HAJM VA YUZALARNI TOPISHDA ANIQ INTEGIRALNING TADBIQLARI." (2023): 23-30.

9. Mamanov S. Matematika fanini kasbga yo ‘naltirib o ‘qitish negizida bo‘lajak mutaxassislarning kasbiy faoliyatiga tayyorlashning hozirgi ahvoli va uni rivojlantirish yo ‘llari //Журнал математики и информатики. – 2022. – Т. 2. – №.

10. Уринбоев Ф. Ш., Маманов С., Горабеков О. НЕКОТОРЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАТИКИ И КОММУНИКАЦИОННЫМ ТЕХНОЛОГИЙ //Актуальные научные исследования в современном мире. – 2016. – №. 5-4. – С. 125-127.

11. Mamanov S. DEVELOPMENT OF PROFESSIONAL COMPETENCES IN VOCATIONAL SCHOOLS THROUGH CAREER DIRECTED TRAINING //International Journal of Contemporary Scientific and Technical Research. – 2023. – №. Special Issue. – С. 120-127.

12. Туракулов О., Маманов С. Fanlarni kasbga yo_ naltirib o_ qitishda bo_ lajak mutaxassislarning kasbiy kompetensiyasini rivojlantirish yo_ llari //Современные инновационные исследования актуальные проблемы и развитие тенденции: решения и перспективы. – 2022. – Т. 1. – №. 1. – С. 110-113.

13. Hikmat o‘g‘li A. S. et al. BIR UMUMLASHGAN FIRIDRIXS MODELINING XOS QIYMATLARI JOYLASHISH O’RNI HAQIDA //ОБРАЗОВАНИЕ НАУКА И ИННОВАЦИОННЫЕ ИДЕИ В МИРЕ. – 2023. – Т. 20. – №. 1. – С. 77-83.

14. Hikmat o‘g‘li A. S. et al. BIR UMUMLASHGAN FRIDRIXS MODEL OPERATORINING XOS QIYMATI HAQIDA //Conferencea. – 2023. – С. 147-148.

15. Alimardanovich N. T. et al. ODDIY ITERATSION USUL //ОБРАЗОВАНИЕ НАУКА И ИННОВАЦИОННЫЕ ИДЕИ В МИРЕ. – 2023. – Т. 20. – №. 1. – С. 160-168.

16. Alimardanovich N. T. et al. ZEYDEL USULI //ОБРАЗОВАНИЕ НАУКА И ИННОВАЦИОННЫЕ ИДЕИ В МИРЕ. – 2023. – Т. 20. – №. 1. – С. 169-176.

17. Alimardanovich N. T. et al. CHIZIQLI ALGEBRAIK TENGLAMALAR TIZIMINI ECHISH. ITERATSION USULLAR //ОБРАЗОВАНИЕ НАУКА И ИННОВАЦИОННЫЕ ИДЕИ В МИРЕ. – 2023. – Т. 20. – №. 1. – С. 153-159.

18. Hikmat o‘g‘li A. S. et al. BIR UMUMLASHGAN FIRIDRIXS MODELINING XOS QIYMATLARI JOYLASHISH O’RNI HAQIDA //ОБРАЗОВАНИЕ НАУКА И ИННОВАЦИОННЫЕ ИДЕИ В МИРЕ. – 2023. – Т. 20. – №. 1. – С. 77-83.

ISSN 2181-3187

19. Hikmat o‘g‘li A. S. et al. BIR UMUMLASHGAN FRIDRIXS MODEL OPERATORINING XOS QIYMATI HAQIDA //Conferencea. – 2023. – С. 147-148.

20. Xolmanova, K. (2023). MAKSIMUMLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR UCHUN YARIM O’QDA BOSHLANG’ICH MASALA. *Talqin Va Tadqiqotlar*, *1*(21). извлечено от http://talqinvatadqiqotlar.uz/index.php/tvt/article/view/382

21. Содиков Т. А. и др. НЕКОТОРЫЕ МЕТОДЫ ПРИВЕДЕНИЯ К КАНОНИЧЕСКОМУ ВИДУ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТИПА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ //МОЛОДОЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬ: К ВЕРШИНАМ ПОЗНАНИЯ 3. – 2023. – С. 7. **https://elibrary.ru/item.asp?id=50520439#page=7**

22. Yuldashev T. K., Kholmanova K. Y “NONLINEAR FREDHOLM INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATI WITH DEGENERATE KERNEL AND NONLINEAR MAXIMA” НЕЛИНЕЙНОЕ ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ФРЕДГОЛЬМА С ВЫРОЖДЕННЫМ ЯДРОМ И НЕЛИНЕЙНЫМИ МАКСИМАМИ // Журнал математики и информатики. – 2021. – Т. 1. – №. 3 **https://phys-tech.jdpu.uz/index.php/matinfo/login?source=%2F**