

## AYLANISH JISMLARI VA KO'PYOQLARNING HAJMINI HISOBLASHDA ANIQ INTEGRALLARNING TADBIQLARI.

*Alimov Salohiddin Hikmat o'g'li*

*O'zbekiston Milliy universiteti Jizzax filiali o'qituvchisi*

*Eshimov Ilhom*

*Rahmatullayev Shahzod*

*Xatamov O'razali*

*O'zbekiston Milliy universiteti Jizzax filiali talabalari*

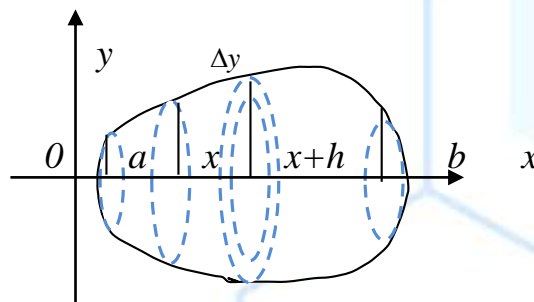
**Annotatsiya:** Ushbu maqolada biz aylanish jismlari va ko'pyoqlarning hajmini hisoblashda aniq integrallardan foydalanib topishni ko'rsatganmiz.

**Kalit so'zlar:** Aylanish jismlari, silindr hajmi, kons hajmi, shar hajmi, piramida hajmi, ko'ndalang kesm yuzi.

Aylanish jismini hajmi.

$y = f(x)$  formula bilan berilgan  $AB$  egri chiziqning  $[a, b]$  kesmada  $OX$  o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan jismning hajmini topish talab qilinsin.

$y$



Aylanish jismini  $OX$  ga perpendikulyar tekisliklar bilan  $n$  ta bo'laklarga ajratamiz. Perpendikulyar tekisliklarning biri  $O$  nuqtadan  $a$  masofada, ikkinchi tekislik  $x$  masofada, keyingisi esa  $x+h$  masofada bo'lsin. Bunda,  $h$  - orttirma bo'lib,  $h = dx$  dir. U holda, jismning birinchi ikki tekislik bilan kesilgan qismining hajmi  $v(x)$ , undan keyingi qismining hajmi esa  $v(x) + \Delta v(x)$  dan iborat bo'ladi.

Birinchi silindrsimon jismning balandligi  $h = dx$ , asos radiusi  $y = f(x)$ ; ikkinchisining balandligi ham  $h = dx$ , asos radiusi  $y + \Delta y$ . U holda, birinchi jism hajmi  $\pi y^2 dx$ , ikkinchisini esa  $\pi (y + \Delta y)^2 dx$  bo'ladi. Ikki silindr orasidagi  $\Delta v$  orttirma hajm  $2\pi y \cdot \Delta y$  dan iborat bo'ladi. Ammo  $\Delta v$  hajm  $\Delta y \rightarrow 0$  va  $h \rightarrow 0$  da cheksiz kichik miqdor bo'lib,  $0$ ga intiladi. Shuning uchun hajmning differensial kichik silindrsimon jismning hajmi  $\pi y^2 dx$  bo'ladi. Buni integrallaymiz:

$$v = \int_a^b \pi y^2 dx = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx. \quad (1)$$

(1) tenglik *aylanish jismining hajmini* topish formulasi bilan iborat.

**1-misol.** Asos radiusi  $MN = r$  va balandligi  $ON = h$  bo'lgan aylanish paraboloidi segmentining hajmini toping.

**Yechilishi:** Ma'lumki, parabola tenglamasi  $y^2 = 2px$  bo'lib, parabolaning ixtiyoriy  $N(h; r)$  nuqtadan o'tishini e'tiborga olsak.

$$r^2 = 2ph. \quad (2)$$

Parabola tenglamasi va (2) dan  $y = \frac{r}{\sqrt{h}} \sqrt{x}$ . (3)

bo'ladi. Bundan,  $y^2 = \frac{r^2}{h} x$ . (4)

U holda, (1) formulaga asosan *paraboloid segmentining hajmi* quyidagicha bo'ladi:

$$v = \pi \int_a^b \frac{r^2 x}{h} dx = \frac{1}{2} \pi r^2 h. \quad (5)$$

**2-misol.**  $y = x^2$  parabola,  $OX$  o'q va  $x=1$  to'g'ri chiziq bilan chegaralangan egri chizikli trapesiyaning  $OX$  o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan jismning hajmini toping.

**Yechilishi:** (1) formuladan foydalanamiz. Bunda,  $f(x) = x^2$ ,  $a = 0$  va  $b = 1$  larni formulaga qo'yib, integralni hisoblaymiz:

$$v = \pi \int_0^1 (f(x))^2 dx = \pi \int_0^1 (x^2)^2 dx = \pi \int_0^1 x^4 dx = \pi \cdot \frac{x^5}{5} \Big|_0^1 = \frac{\pi}{5}.$$

Demak, jismning hajmi  $\frac{\pi}{5}$  dan iborat ekan.

Ko'ndalang kesim yuzi ma'lum bo'lgan jismning hajmi

$x = a$  va  $x = b$  kesmalardan o'tgan hamda  $OX$  o'qqa perpendikulyar bo'lgan tekisliklar bilan chegaralangan  $V$  jismning hajmini topish talab qilinsin. U holda jismni  $n$  ta o'zaro parallel bo'lgan tekisliklar bilan  $OX$  o'qiga parallel holda bo'laklarga ajratamiz. Ixtiyoriy  $x = x_{i-1}$  va  $x = x_i$  tekisliklar bilan chegaralangan jismning hajmi  $\Delta v_i$ , asos yuzi  $S(x_i)$ , balandligi  $\Delta x_i$  bo'lsin. U holda,

$$\Delta v_i = S(x_i) \cdot \Delta x_i \quad (6)$$

o'rinli bo'ladi. Jismning umumiy hajmi quyidagicha bo'ladi:

$$v = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n S(x) \Delta x_i. \quad (7)$$

Bunda,  $\varepsilon$  balandlik  $\Delta x_i$  larning eng kattasi. (7) tenglik integral yig'indidan iborat. Shuning uchun (7) ni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$v = \int_a^b S(x) dx. \quad (8)$$

(8) - ko'ndalang kesim yuzi ma'lum bo'lgan jismning hajmini topish formulasi.

**Misol.**  $y^2 = 4x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 4$  chiziqlar bilan chegaralangan hamda  $OX$  o'q atrofida aylanishdan hosil bo'lgan jismning hajmini toping.

**Yechilishi:** Hosil bo'ladigan jism aylanish paraboloididan iborat bo'ladi. Uning hajmini (8) formula yordamida topamiz. Bunda  $a = 0$ ,  $b = 4$  va  $S(x) = 4x$  dir.

$$v = \pi \int_0^4 4x dx = \pi \cdot 4 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 = 2\pi x^2 \Big|_0^4 = 32\pi.$$

Ba'zi jismlarning hajmini topish formulalari:

**Piramidaning hajmi:**

$$v = \frac{S}{H^2} \int_0^H x^2 dx = \frac{1}{3} SH.$$

**Paraboloid segmentining hajmi:**

$$v = \pi \int_0^h \frac{r^2 x}{h} dx = \frac{1}{2} \pi r^2 h$$

(ya'ni silindr hajmining yarimiga teng- Arximed tadqiqoti)

**Elliptik asosli konus:**

$$v = \frac{1}{3} Sa \quad (a - \text{kata yarim o'q})$$

**Ellipsoid:**

$$v = \pi \int_a^b \frac{b^2}{a^2} (a^2 - x^2) dx = \frac{4}{3} \pi ab^3.$$

**Sharning hajmi:**

$$v = \pi \int_{-r}^r y^2 dx = \pi \int_{-r}^r (r^2 - x^2) dx = \frac{4}{3} \pi r^3.$$

Xulosa qilib aytganda o'quvchilarga aylanish jismlari va ko'pyoqlarning hajmlarini topish fo'rmularini aniq integrallar yordamida tushuntirish ulardagi fazoviy jismlarga bo'lgan tassavurlarini kengaytirishga yordam bo'ladi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Xolmurod o'g'li, Xoljigitov Dilmurod, and Absattorov Hasan Isroil o'g'li. "NOSTANDART TENGLAMALARNI YECHISHDA HOSILADAN FOYDALANISH." (2023): 6-14.
2. Xolmurod o'g'li, Xoljigitov Dilmurod, Boboyev Akbarshoh Ibrohim o'g'li, and Eshmurodova Sabrina Mamasoliyevna. "PARAMETR QATNASHGAN TENGLAMALARNI YECHISHDA HOSILADAN FOYDALANISH." (2023): 15-22.
3. Xolmurod o'g'li, Xoljigitov Dilmurod. "O 'QUVCHILARNING KRIATIV FIKRLASHINI RIVOJLANTIRISHDA MATNLI MASALALARDAN FOYDALANISH." *ОБРАЗОВАНИЕ НАУКА И ИННОВАЦИОННЫЕ ИДЕИ В МИРЕ* 20.7 (2023): 156-161.
4. Xolmurod o'g'li, Xoljigitov Dilmurod, et al. "EGRI CHIZIQLI INTEGRALLAR." *ОБРАЗОВАНИЕ НАУКА И ИННОВАЦИОННЫЕ ИДЕИ В МИРЕ* 21.8 (2023): 131-140.
5. Xolmurod o'g'li, Xoljigitov Dilmurod, and Xolmurodov Sarvar. "TRIGONOMETRIK TENGLAMALARNING KUNDALIK HAYOTDA ISHLATILISHI." *ОБРАЗОВАНИЕ НАУКА И ИННОВАЦИОННЫЕ ИДЕИ В МИРЕ* 21.8 (2023): 125-130.
6. Xolmurod o'g'li, Xoljigitov Dilmurod, et al. "TENGLAMALARNI YECHISHDA HOSILADAN FOYDALANISH." *ОБРАЗОВАНИЕ НАУКА И ИННОВАЦИОННЫЕ ИДЕИ В МИРЕ* 21.8 (2023): 141-146.
7. Dilmurod, Xoljigitov, et al. "HAJM VA YUZALARNI TOPISHDA ANIQ INTEGRALNING TADBIQLARI." (2023): 23-30.
8. Xoljigitov, Dilmurod, and SHohrux Prnazarov. "Tenglamalar sistemasiga doir misollarni grafik usulda yechish." *Журнал математики и информатики* 2.1 (2022).
9. Xoljigitov, Dilmurod, and Ilyos Isroilov. "GRAFLAR NAZARIYASI YORDAMIDA MANTIQIY MASALALARNI YECHISH." *Журнал математики и информатики* 2.2 (2022).
10. Dilmurod, Xoljigitov, and Raxmonberdiyev Nabijon Jo'raboyevich. "AXBOROT TEXNOLOGIYALARINING MULTIMEDIA VOSITALARIDAN MATEMATIKA FANINI O'QITISH JARAYONIDA FOYDALANISHNING AHAMIYATI." *International Journal of Contemporary Scientific and Technical Research* (2022): 708-711.
11. Xoljigitov D., Isroilov I. GRAFLAR NAZARIYASI YORDAMIDA MANTIQIY MASALALARNI YECHISH //Журнал математики и информатики. – 2022. – Т. 2. – №. 2.
12. Hikmat o'g'li, Alimov Salohiddin, Ro'zmuxammadov Asilbek Sanjar o'g', and Shamsiddinov Ozodbek Utkir o'g'li. "BIR UMUMLASHGAN FIRIDRIXS

- MODELINING XOS QIYMATLARI JOYLASHISH O'RNI HAQIDA." *ОБРАЗОВАНИЕ НАУКА И ИННОВАЦИОННЫЕ ИДЕИ В МИРЕ* 20.1 (2023): 77-83.
13. Hikmat o'g'li, Alimov Salohiddin, and Shoydinov Hayitmurod Xamdani o'g'li. "BIR UMUMLASHGAN FRIDRIXS MODEL OPERATORINING XOS QIYMATI HAQIDA." *Conferencea* (2023): 147-148.
  14. Mamanov S. kasbga yo'naltirilgan o'qitish orqali kasb-hunar maktablarida kasbiy kompetensiyalarni rivojlantirish // xalqaro zamonaviy ilmiy-texnik tadqiqotlar jurnali. – 2023. – №. Maxsus Son. – С. 120-127.
  15. Mamanov S. Matematika fanini kasbga yo'nalitirib o'qitish negizida bo'lajak mutaxassislarining kasbiy faoliyatiga tayyorlashning hozirgi ahvoli va uni rivojlantirish yo'llari //Журнал математики и информатики. – 2022. – Т. 2. – №. 3.
  16. Туракулов О., Маманов С. Fanlarni kasbga yo'nalitirib o'qitishda bo'lajak mutaxassislarining kasbiy kompetensiyasini rivojlantirish yo'llari //Современные инновационные исследования актуальные проблемы и развитие тенденции: решения и перспективы. – 2022. – Т. 1. – №. 1. – С. 110-113.
  17. Urinboyev F. Sh., Mamanov S., Gorabekov O. informatika va kommunikatsiya texnologiyalarining ba'zi geometrik muammolari //zamonaviy dunyoda dolzarb ilmiy tadqiqotlar. – 2016. – №. 5-4. 125-127 betlar. Mamanov S. Бўлажак математика ўқитувчиси тайёрлашда ахборот коммуникация технологияларининг ўрни //Scienceweb academic papers collection. – 2021.
  18. Jabborova D. et al. Mineral fertilizers improves the quality of turmeric and soil //Sustainability. – 2021. – Т. 13. – №. 16. – С. 9437.
  19. Yusupov R., Sulaymanov Z. O'QUVCHILARning Kreativ qobiliyatlarini rivojlantirishda MANTIQ FANI ELEMENTLARIDAN FOYDALANISH //Журнал математики и информатики. – 2021. – Т. 1. – №. 4.
  20. Сулайманов З. М., Шумилов Б. М. Алгоритм с расщеплением вейвлет-преобразования кубических сплайнов на неравномерной сетке //Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2017. – Т. 57. – №. 10. – С. 1600-1614.
  21. Кудуев А. Ж., Шумилов Б. М., Сулайманов З. М. РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ СПЛАЙН-ВЕЙВЛЕТОВ И ОПТИМИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ОБРАБОТКИ ЧИСЛОВОЙ ИНФОРМАЦИИ //АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ. – 2015. – С. 402-408.
  22. Parmonov A., Bolbekov D. umumtalim MAKTABLARIDADADVAL ASOSIDAGALAKLAB INTEGRALLASH haqidaga // matematika va informatika jurnali. – 2021. - Jild 1. – №. 2.
  23. Parmonov A., Fayzullayev S., Azzamov S. MAKTAB O'QUVCHILARINING FAZOVIY TASAVVURINI RIVOJLANTIRISH HAQIDA //Журнал математики и информатики. – 2021. – Т. 1. – №. 3.
  24. Parmonov A., Artikbaev A., Tursunmuradov S. МАТЕМАТИКАДА ГЕОМЕТРИЯНИНГ О'РНИ HAQIDA //Журнал математики и информатики. – 2020. – Т. 1. – №. 1.