ISSN 2181-3187

УЧ ЎЛЧАМЛИ ЛЕЙБНИЦ АЛГЕБРАЛАРИДА L_1 , L_2 , L_3 АЛГЕБРАЛАРДАГИ БУЗИЛИШЛАРИНИ ҲАМДА ЎТИШ МАТРИЦАЛАРИНИ ҲИСОБЛАШ

Муртозақулов Зафар Мадат ўғли

Чирчиқ давлат педагогика университети

Аннотация: Ушбу мақолада уч ўлчамли Лейбниц алгебралари кўпхиллигидаги иккинчи поғонали алгебраларнинг таснифлаш масаласи кўрилган. Булардан ташқари уч ўлчамли Лейбниц алгебраларида L_1, L_2, L_3 алгебралардаги бузилишларини ҳамда ўтиш матрицаларини ҳисобланган.

Калит сўзи: алгебра, нилпотент, ечилувчан, дифференциал, ўнг аннулятор, чап аннулятор марказ, бузилиш, ўтиш матрицаси.

Аннотация: В этой статье рассматривается вопрос о классификации алгебр второго порядка в многообразии трехмерных алгебр Лейбница. Кроме того , в трехмерных алгебрах Лейбница вычислялись возмущения в алгебрах L_1, L_2, L_3, а также переходные матрицы.

Ключевое слово: алгебра, нильпотентный, решаемый, дифференциальный, правый кольцевой, левый кольцевой, центр, искажение, переходные матрицы.

Annotation: This article deals with the classification of second-order algebras in the polygon of three-dimensional Leibnis algebras. In addition to these, three-dimensional Leibnis algebras computed their distortions in algebras L_1, L_2, L_3 as well as transition matrices.

Key question: algebra, nilpotent, solvable, differential, right ring, left ring, center, distortion, transition matrices.

КИРИШ

Ноассоциатив алгебралар назариясида берилган алгебранинг орбитасини ва орбитанинг ёпилмаси ўрганиш мухим масалалардан бири ҳисобланади. Таъкидлаш жоизки, Абел алгебраси ихтиёрий алгебранинг орбитасини ёпилмасида ётади. Абел алгебрасига энг яқин жойлашган алгебраларни ўрганиш катта аҳамиятга эга. Хусусан, шу кунгача биринчи поғонали алгебралар барчаси таснифланган.

Айтишимиз мумкинки, биринчи бўлиб алгебралар кўпхиллигида кичик поғонали алгебраларнинг геометрик тасвирини 1991-йилда В.В.Горбацевич ўрганган. Таъкидлаш жоизки, биринчи поғонали алгебралар Б.А.Омиров ва А.Х.Худойбердиевларнинг ишида тўлиқ таснифланган бўлиб, изоморфизм аниқлигида тўртта биринчи поғонали алгебра мавжудлиги исботланган. 2015 йили А.Х.Худойбердиев баъзи иккинчи поғонали алгебраларнинг таснифларини келтирган. Хусусан, Ли алгебралар кўпхиллигидаги барча иккинчи поғонали

ISSN 2181-3187

алгебраларни таснифланган. Д.Бурденинг ишларида тўрт ўлчамли Ли алгебраларнинг ҳамма поғоналари ҳисоланган ва берилган алгебралар орбиталарининг ёпилмаларида ётувчи алгебралар кўрсатилган.

Таъриф [1-2]. F майдони устидаги ихтиёрий x, y, $z \in L$ элементлар учун қуйидаги айният бажарилса:

$$[x, [y, z]] = [[x, y], z] - [[x, z], y]$$

L алгебра Лейбниц алгебраси дейилади, бу ерда [-,-] – L да аниқланган кўпайтириш амали.

Ихтиёрий Ли алгебраси Лейбниц алгебраси бўлади.

Таъриф [3-5]. Агар ихтиёрий $x,y \in L$ учун қуйидаги тенглик бажарилса**:**

$$d([x,y]) = [d(x),y]]+[x,d(y)],$$

у ҳолда ушбу $d:L \to L$ чизиқли акслантириш берилган L алгебрада дифференциаллаш дейилади.

Ихтиёрий L Лейбниц алгебраси учун қуйидаги кетма-кетликларни аниқлаймиз:

Ҳосилавий қатор: $L^{[1]}=L,\ L^{[k+1]}=[L^{[k]}, L^{[k]}],\ k \geq 1$

Қуйи марказий қатор: $L^1=L,\ L^{k+1}=[L^k, L^1],\ k \geq 1.$

Таъриф [4]. L Лейбниц алгебрасида шундай $m \in N$ ($s \in N$) мавжуд бўлиб натижада $L^{[m]}=0$ ($L^s=0$) бўлса, L Лейбниц алгебраси ечилувчан (нильпотент) дейилади. Ана шундай m ларнинг энг кичигига L ечимли алгебранинг ечимлилик (нильпотентлик) индекси дейилади.

Қуйидаги белгилашларни киритамиз [6]:

$R(L)=\{x \in L \mid [L, x]=0\}$ –L алгебранинг ўнг аннулятор;

$L(L)=\{x \in L \mid [x, L]=0\}$ – L алгебранинг чап аннулятор;

$Z(L)=\{x \in L \mid [x, L]=[L, x]=0\}$ – L алгебранинг маркази;

Aut(L) – L алгебранинг автоморфизмлар группаси;

Der(L) –L алгебранинг дифференциаллашлар тўплами;

ab(L) – L алгебранинг максимал абел қисм аогебраси.

ISSN 2181-3187

Тасдиқ. [7]. Агар қуйидаги шартлардан бири бажарилса:

1. $\dim L^m < \dim M^m$,
2. $\dim R(L) > \dim R(M)$,
3. $\dim L(L) > \dim L(M)$,
4. $\dim Z(L) > \dim Z(M)$,
5. $\dim ab(L) > \dim ab(M)$,
6. $\dim Aut(L) \geq \dim Aut(M)$,
7. $\dim Der(L) \geq \dim Der(M)$.

У ҳолда L алгебра M алгебрага бузилмайди.

Қуйидаги уч ўлчамли Лейбниц алгебраларни қараймиз [8]:

1.L_1: 2(a) $[e_2,e_2]=\beta e_1$, $[e_3,e_2]=e_1$, $[e_3,e_3]=e_1$

2.L_2: 2(b) $[e_3,e_3]=e_1$

3.L_3: 2(c) $[e_2,e_2]=e_1$, $[e_3,e_3]=e_1$

4.L_4: 2(e) $[e_1,e_3]=\alpha e_1$, $[e_2,e_3]=e_2$, $[e_3,e_2]=-e_2$

2(f) $[e_2,e_3]=e_2$, $[e_3,e_2]=-e_2$, $[e_3,e_3]=e_1$

5.L_5: 2(g) $[e_1,e_3]=2e_1$, $[e_2,e_2]=e_1$, $[e_2,e_3]=e_2$, $[e_3,e_2]=-e_2$, $[e_3,e_3]=e_1$

6.L_6: 2(d) $[e_1,e_3]=e_1$

3(a) $[e_1,e_3]=\beta e_1$, $[e_2,e_3]=e_2$

7.L_7: 3(b) $[e_1,e_3]=e_1+e_2$, $[e_2,e_3]=e_2$

8.L_8: 3(c) $[e_1,e_3]=e_2$, $[e_3,e_3]=e_1$

9.L_9: 3(d) $[e_1,e_3]=e_2$, $[e_2,e_3]=e_2$, $[e_3,e_3]=e_1$

Бу алгебраларнинг бир қисмини ечимли ва нилпотентликка текширамиз хамда $\dim L^2$, $\dim L^3$, $\dim L^4$, $\dim R(L)$, $\dim L(L)$, $\dim Z(L)$ ва $\dim Der(L)$ларини топамиз:

1.L_1: 2(a) $[e_2,e_2]=\beta e_1$, $[e_3,e_2]=e_1$, $[e_3,e_3]=e_1$.

$L_1^{[2]}=[L_1^{[1]}, L_1^{[1]}]=[\{e_1,e_2,e_3\},\{e_1,e_2,e_3\}]=\{e_1\}$, $L_1^{[3]}=[L_1^{[2]}, L_1^{[2]}]=[e_1, e_1]=0$ демак ечимли.

Энди нилпотентликка текширамиз

ISSN 2181-3187

$L_1^2=[L_1^1,L_1^1]=\{e_1\}$, $L_1^3=[L_1^2,L_1^1]=[e_1,\{e_1,e_2,e_3\}]=0$ демак нилпотент ва бу ерда нилиндекси учга тенг экан.

Булардан фойдаланиб уларнинг ўлчамини топамиз

$\dim L_1^1=3$, $\dim L_1^2=\dim[L_1^1,L_1^1]=1$, $\dim L_1^3=\dim[L_1^2,L_1^1]=0$, $\dim L_1^4=\dim[L_1^3,L_1^1]=0$.

Энди L_1 алгебранинг ўнг аннулятори, чап аннулятори , маркази ва дифференциаллашлар тўпламини топамиз:

$R(L_1)=\{x\in L_1 \mid [L_1, x]=0\}$ –L_1 алгебранинг ўнг аннулятори

$x=e_1$, $[L_1,e_1]=0$;

$L(L_1)=\{x\in L_1 \mid [x, L_1]=0\}$ – L_1 алгебранинг чап аннулятори

$x=e_1$, $[e_1,L_1]=0$;

$Z(L_1)=\{x\in L_1 \mid [x, L_1]=[L_1, x]=0\}$ – L_1 алгебранинг маркази

$x=e_1$, $[e_1,L_1]=[L_1,e_1]=0$;

$Der(L_1)$ –L_1 алгебранинг дифференциаллашлар тўплами

L_1: 2(a) $[e_2,e_2]=\beta e_1$, $[e_3,e_2]=e_1$, $[e_3,e_3]=e_1$.

$d(e_1)=a_1e_1+a_2e_2+a_3e_3$, $d(e_2)=b_1e_1+b_2e_2+b_3e_3$, $d(e_3)=c_1e_1+c_2e_2+c_3e_3$.

$d[e_1,e_2]=[d(e_1),e_2]+[e_1,d(e_2)]=[\{a_1e_1+a_2e_2+a_3e_3\},e_2]+[e_1,\{b_1e_1+b_2e_2+b_3e_3\}]$

$a_2\beta e_1+a_3e_1=0$, $a_3=-a_2\beta$, $a_3=0$.

$d[e_2,e_3]=[d(e_2),e_3]+[e_2,d(e_3)]=[\{b_1e_1+b_2e_2+b_3e_3\},e_3]+[e_2,\{c_1e_1+c_2e_2+c_3e_3\}]$

$b_3e_1+c_2\beta e_1=0$, $b_3=-c_2\beta$.

$d[e_3,e_3]=[d(e_3),e_3]+[e_3,d(e_3)]=[\{c_1e_1+c_2e_2+c_3e_3\},e_3]+[e_3,\{c_1e_1+c_2e_2+c_3e_3\}]$

$c_3e_1+c_2e_1+c_3e_1=a_1e_1+a_2e_2+a_2\beta e_3$, $a_2=0$, $a_1=c_2+2c_3$, $a_2=0$.

$d[e_3,e_2]=[d(e_3),e_2]+[e_3,d(e_2)]=[\{c_1e_1+c_2e_2+c_3e_3\},e_2]+[e_3,\{b_1e_1+b_2e_2+b_3e_3\}]$

$c_2\beta e_1+c_3e_1+b_2e_1+b_3e_1=a_1e_1$, $a_1=2c_3+c_2$, $b_2=c_2+c_3$.

$\beta\neq0$ учун $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$ матрица куйидаги кўринишга келади:

ISSN 2181-3187

$$\begin{pmatrix} 2c_3+c_2 & 0 & 0 \\ b_1 & c_2+c_3 & -\beta c_2 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix} \mathrm{Der}(L_1)=4$$

β=0 учун эса матрицамиз

$$\begin{pmatrix} 2c_3+c_2 & 0 & 0 \\ b_1 & c_2+c_3 & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$$

шундай куринишга келади ва $\mathrm{Der}(L_1)=4$ бўлади.

2.L_2:2(b) $[e_3,e_3]=e_1$

$L^{[2]}=[L^{[1]},L^{[1]}]=[\{e_1,e_3\},\{e_1,e_3\}]=\{e_1\},L^{[3]}=[L^{[2]},L^{[2]}]=[e_1,e_1]=0$ демак ечимли.

Энди нилпотентликка текширамиз

$L^2=[L^1,L^1]=\{e_1\}$, $L^3=[L^2,L^1]=[e_1,\{e_1,e_3\}]=0$ демак нилпотент ва бу ерда нилиндекси 3 экан.

Булардан фойдаланиб уларнинг ўлчовини топамиз

$\dim L_2^1=2$, $\dim L_2^2=\dim[L_2^1,L_2^1]=1$, $\dim L_2^3=\dim[L_2^2,L_2^1]=0$, $\dim L_2^4=\dim[L_2^3,L_2^1]=0$

Энди L_2 алгебранинг ўнг аннулятори, чап аннулятори , маркази ва дифференциаллашлар тўпламини топамиз:

$R(L_2)=\{x\in L_2|[L_2,x]=0\}$–$L_2$ алгебранинг ўнг аннулятори

$x=e_1,e_2[L_2,e_1]=[L_2,e_2]=0$, 2ta;

$L(L_2)=\{x\in L_2|[x,L_2]=0\}$–$L_2$ алгебранинг чап аннулятори

$x=e_1,e_2$, $[e_1,L_2]=[e_2,L_2]=0$, 2ta;

$Z(L_2)=\{x\in L_2|[x,L_2]=[L_2,x]=0\}$–$L_2$ алгебранинг маркази:

$x=e_1,e_2$, $[e_1,L_2]=[L_2,e_1]=0$, $[e_2,L_2]=[L_2,e_2]=0$, 2ta;

$\mathrm{Der}(L_2)$–L_2 алгебранинг дифференциаллашлар тўплами

L_2:2(b) $[e_3,e_3]=e_1$

$d(e_1)=a_1e_1+a_2e_2+a_3e_3$, $d(e_2)=b_1e_1+b_2e_2+b_3e_3$, $d(e_3)=c_1e_1+c_2e_2+c_3e_3$

$d[e_2,e_3]=[d(e_2),e_3]+[e_2,d(e_3)]=[\{b_1e_1+b_2e_2+b_3e_3\},e_3]+[e_2,\{c_1e_1+c_2e_2+c_3e_3\}]$

$b_3e_1=0$, $b_3=0$

ISSN 2181-3187

$d[e_3,e_3]=[d(e_3),e_3]+[e_3,d(e_3)]=[\{c_1e_1+c_2e_2+c_3e_3\},e_3]+[e_3,\{c_1e_1+c_2e_2+c_3e_3\}]$

$c_3e_1+c_3e_1=a_1e_1+a_2e_2+a_3e_3$, $a_2=a_3=0$, $a_1=2c_3$.

$d[e_3,e_2]=[d(e_3),e_2]+[e_3,d(e_2)]=[\{c_1e_1+c_2e_2+c_3e_3\},e_2]+[e_3,\{b_1e_1+b_2e_2+b_3e_3\}]$

$b_3e_1=0$, $b_3=0$.

$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$ матрица қуйидаги кўринишга келади:

$$\begin{pmatrix} 2c_3 & 0 & 0 \\ b_1 & b_2 & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}, \mathrm{Der}(L_2)=5$$

3.L_3:2(c) $[e_2,e_2]=e_1,[e_3,e_3]=e_1$

$L_3^{[2]}=[L_3^{[1]},L_3^{[1]}]=[\{e_1,e_2,e_3\},\{e_1,e_2,e_3\}]=\{e_1\}$, $L_3^{[3]}=[L_3^{[2]},L_3^{[2]}]=[e_1,e_1]=0$ демак ечимли

Энди нилпотентликка текширамиз:

$L_3^2=[L_3^1,L_3^1]=\{e_1\}$, $L_3^3=[L_3^2,L_3^1]=[e_1,\{e_1,e_2,e_3\}]=0$ демак нилпотент ва бу ерда нилиндекси 3 экан

Булардан фойдаланиб уларнинг ўлчовини топамиз

$\dim L_3^1=3$, $\dim L_3^2=\dim[L_3^1,L_3^1]=1$, $\dim L_3^3=\dim[L_3^2,L_3^1]=0$, $\dim L_3^4=\dim[L_3^3,L_3^1]=0$

Энди L_3 алгебранинг ўнг аннулятори, чап аннулятори, маркази ва дифференциаллашлар тўпламини топамиз:

$R(L_3)=\{x\in L_3|[L_3,x]=0\}$–$L_3$ алгебранинг ўнг аннулятори

$x=e_1$, $[L_3,e_1]=0$, 1ta;

$L(L_3)=\{x\in L_3|[x,L_3]=0\}$–$L_3$ алгебранинг чап аннулятори

$x=e_1$, $[e_1,L_3]=0$, 1ta;

$Z(L_3)=\{x\in L_3|[x,L_3]=[L_3,x]=0\}$–$L_3$ алгебранинг маркази

$x=e_1$, $[e_1,L_3]=[L_3,e_1]=0$;

$\mathrm{Der}(L_3)$–L_3 алгебранинг дифференциаллашлар тўплами

L_3:2(c) $[e_2,e_2]=e_1$, $[e_3,e_3]=e_1$

$d(e_1)=a_1e_1+a_2e_2+a_3e_3$, $d(e_2)=b_1e_1+b_2e_2+b_3e_3$, $d(e_3)=c_1e_1+c_2e_2+c_3e_3$

ISSN 2181-3187

$d[e_1,e_2]=[d(e_1),e_2]+[e_1,d(e_2)]=[\{a_1e_1+a_2e_2+a_3e_3\},e_2]+[e_1,\{b_1e_1+b_2e_2+b_3e_3\}]$

$a_2e_1=0,\ a_2=0.$

$d[e_1,e_3]=[d(e_1),e_3]+[e_1,d(e_3)]=[\{a_1e_1+a_2e_2+a_3e_3\},e_3]+[e_1,\{c_1e_1+c_2e_2+c_3e_3\}]$

$a_3e_1=0,\ a_3=0.$

$d[e_2,e_3]=[d(e_2),e_3]+[e_2,d(e_3)]=[\{b_1e_1+b_2e_2+b_3e_3\},e_3]+[e_2,\{c_1e_1+c_2e_2+c_3e_3\}]$

$b_3e_1+c_2e_1=0,\ b_3=-c_2.$

$d[e_2,e_2]=[d(e_2),e_2]+[e_2,d(e_2)]=[\{b_1e_1+b_2e_2+b_3e_3\},e_2]+[e_2,\{b_1e_1+b_2e_2+b_3e_3\}]$

$2b_2e_1=a_1e_1,\ 2b_2=a_1.$

$d[e_3,e_3]=[d(e_3),e_3]+[e_3,d(e_3)]=[\{c_1e_1+c_2e_2+c_3e_3\},e_3]+[e_3,\{c_1e_1+c_2e_2+c_3e_3\}]$

$2c_3e_1=a_1e_1,\ a_1=2c_3,\ b_2=c_3.$

Энди $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$ матрица қуйидаги кўринишга келади:

$$\begin{pmatrix} 2c_3 & 0 & 0 \\ b_1 & c_3 & -c_2 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}, \qquad \mathrm{Der}(L_3)=4$$

Энди кўриб чиққан уч ўлчамли Лейбниц алгебраларининг бузиладиган ҳамда бузилмайдиган ҳолатларидан биттадан кўриб чиқамиз

1.L_1, L_2ни қараймиз

1.dimL_1^4=dimL_2^4,

2.dimR(L_1)≤dimR(L_2),

3.dimL(L_1)=dimL(L_2),

4.dimZ(L_1)<dimZ(L_2),

5.dimDer(L_1)<dimDer(L_2),

$L_1\to L_2$ га бузилади.

L_1, L_3 ни қараймиз

1.dimL_1^4=dimL_3^4,

2.dimR(L_1)=dimR(L_3),

3.dimL(L_1)=dimL(L_3),

4.dimZ(L_1)=dimZ(L_3),

5.dimDer(L_1)≥dimDer(L_3),

L_1 L_3 га бузилмайди.

Бузилган алгебралардаги ўтиш матрицаларини қуйидагича топамиз:

$L_1\to L_2$

ISSN 2181-3187

2(a) $[e_2,e_2]=\beta e_1$, 2(b) $[f_3,f_3]=f_1$

$[e_3,e_2]=e_1$,

$[e_3,e_3]=e_1$,

$g_t^{-1}(f_1) = t^2 e_1$ $\quad g_t(e_1) = \frac{f_1}{t^2}$

$g_t^{-1}(f_2) = t^2 e_2$ $\quad g_t(e_2) = \frac{f_2}{t^2}$

$g_t^{-1}(f_3) = te_3$ $\quad g_t(e_3) = \frac{f_3}{t}$

$[f_3,f_3] = \lim\limits_{t\to 0} g_t([g_t^{-1}(f_3), g_t^{-1}(f_3)]) = \lim\limits_{t\to 0} g_t([te_3, te_3]) = \lim\limits_{t\to 0} g_t(t^2 e_1) = \lim\limits_{t\to 0}(t^2 \cdot \frac{f_1}{t^2}) = f_1$

$[f_3,f_2] = \lim\limits_{t\to 0} g_t([g_t^{-1}(f_3), g_t^{-1}(f_2)]) = \lim\limits_{t\to 0} g_t([te_3, t^2 e_2]) = \lim\limits_{t\to 0} g_t(t^3 e_1) = \lim\limits_{t\to 0}(t^3 \cdot \frac{f_1}{t^2}) = \lim\limits_{t\to 0} t \cdot f_1 = 0.$

$[f_2,f_2] = \lim\limits_{t\to 0} g_t([g_t^{-1}(f_2), g_t^{-1}(f_2)]) = \lim\limits_{t\to 0} g_t([t^2 e_2, t^2 e_2]) = \lim\limits_{t\to 0} g_t(t^4 \beta e_1) = \lim\limits_{t\to 0}(t^4 \cdot \frac{\beta f_1}{t^2}) = \lim\limits_{t\to 0} t^2 \cdot \beta f_1 = 0$

Демак ўтиш матрицаси:

$$g_t = \begin{pmatrix} \frac{1}{t^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{t^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{t} \end{pmatrix}$$

Бузилмайдиган алгебралар учун ўтиш матритсаси мавжуд эмас.

ХУЛОСА

Ушбу мақолада комплекс сонлар майдонида берилган уч ўлчамли Лейбниц алгебраларининг геометрик таснифи қаралган. Ушбу ишнинг асосий мақсади берилган уч ўлчамли Лейбниц алгебраларининг бузилишларини таснифлашдан иборат.

ISSN 2181-3187

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР РЎЙХАТИ

1. Albeverio S, Omirov B.A., Rakhimov I.S. Varieties of nilpotent complex Leibniz algebras of dimensions less than five. // Comm. in Algebra. – 2005. - Vol. 33. - № 5. – P. 1575-1585.
2. Burde D., Steinhoff C. Classification of orbit closures of 4-dimensional complex Lie algebras. // Journal of Algebra. – 1999. – Vol. 214. – P. 729 - 739.
3. Burde D. Degenerations of 7-dimensional nilpotent Lie algebras. // Comm. in Algebra. – 2005. - Vol. 33. - № 4. – P. 1259–1277.
4. Khudoyberdiyev A.Kh., Omirov B.A. The classification of algebras of level one. // Linear algebra Appl. – 2013. - Vol. 439. - № 11. – P. 3460-3463.
5. Zafar Madat o’g’li Murtozaqulov. KOMBINATORIKAGA DOIR MASALALARINI YECHISHDA FORMULALARNI TO’G’RI QO’LLASH. Uzbek Scholar Journal. Volume- 09, Oct., 2022 (272-277).
6. MURTOZAQULOV Z. M., ABDUJABBOROV S. H. F. Tenglamalar sistemasini yechishda qulay bo’lgan metod va ko’rsatmalar //ЭКОНОМИКА. – С. 898-904.
7. Khudoyberdiyev A.Kh., The classification of Algebras of level two. // Journal of Geometry and Physics. – 2015. - Vol. 98. – P. 13-20.
8. Abdullayev, Sh. A., Aktamov, F., & Raupova, M. (2021). “Funksiya xosilasi” mavzusini o ‘rganishda klaster modelidan foydalanish metodikasi. Academic research in educational sciences, 2(CSPI conference 3), 420-424.