

FAZODA TO'G'RI CHIZIQ VA TEKISLIKLAR, TEKISLIKLARNING O'ZARO JOYLASHUVI

Nurullayeva Shahnoza

O'zbekiston Respublikasi Fan va Innovatsilayalar Vazirligi

Buxoro viloyat hududiy boshqarmasi

G'ijduvon 2 son kasb hunar maktabi

Matematika fani o'qituvchisi

Annotatsiya: Ushbu maqolada fazoda to'g'ri chiziq va tekisliklar, tekisliklarning paralellik sharti hamda tekisliklarning perpendikulyarlik shartlari, tekisliklarning o'zaro joylashuvi to'g'risida ma'lumotlar keltirilgan.

Kalit so'zlar: Tekislik, fazo, chiziq, to'g'ri chiziq, tekislik, perpendikular.

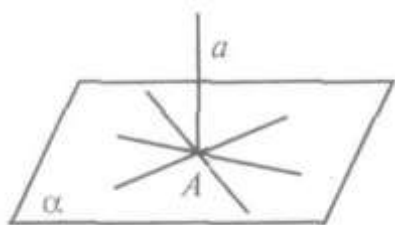
1 – t a r i f. Agar fazoda berilgan ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak 90° ga teng bo'lsa, ular o'zaro perpendikular to'g'ri chiziqlar deyiladi.

a va b to'g'ri chiziqlarning perpendikularligi $a \perp b$ ko'rinishda yoziladi.

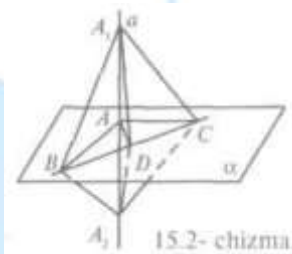
Ta'rifdan perpendikular to'g'ri chiziqlarning o'zaro kesishuvchan, shuningdek, ayqash bo'lishi ham kelib chiqadi.

2 – t a r i f. Agar a to'g'ri chiziq, α tekislikdagi, u bilan kesishish nuqtasi A orqali o'tuvchi ixtiyoriy to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lsa, a to'g'ri chiziq α tekislikka perpendikular deyiladi. (1-chizma).

1 – t e o r e m a (to'g'ri chiziq va tekislikning perpendikularlik alomati). Agar a to'g'ri chiziq, uning α tekislik bilan kesishish nuqtasi orqali o'tuvchi ikkita to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lsa, a to'g'ri chiziq α tekislikning o'ziga ham perpendikular bo'ladi.



(1-chizma)



15.2- chizma.

3 – t a r i f. Tekislikni kesib o'tib, unga perpendikular bo'lmagan to'g'ri chiziq, bu tekislikka og'ma deyiladi.

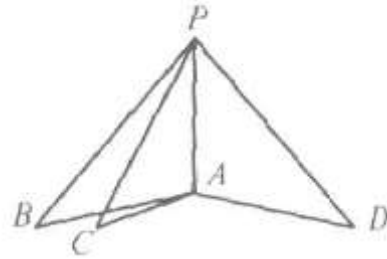
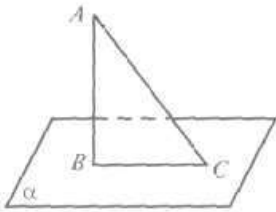
Berilgan A nuqtadan α tekislikka AB perpendikular va AC og'ma o'tkazilgan bo'lsin (2 – chizma). Peipendikular va og'malar tekislikni kesib o'tadigan B va C

nuqtalarni tutashtirib, a tekislikka AC og'maning proyeksiyasi deb ataladigan BC kesmani hosil qilamiz va quyidagicha yozamiz:

$$\text{pr}_\alpha AC = BC$$

2 – teorema. Agar α tekislikdan tashqarida yotuvchi P nuqtadan bu tekislikka PA perpendikular va PB, PC,... og'malar o'tkazilgan bo'lsa;

- 1) proyeksiyalari teng og'malar teng bo'ladi;
- 2) ikkita og'madan qaysi birining proyeksiyasi katta bo'lsa, o'sha og'ma katta bo'ladi.



(2-chizma)

I z o h. PA – to'g'ri burchakli uchburchakning kateti, PD, PB, PC,... gipotenuzalardan iborat (3-chizma), shuning uchun PA kesmaning uzunligi shu P nuqtadan o'tkazilgan ixtiyoriy og'maning uzunligidan kichik bo'ladi.

4- t a' r i f. P nuqtadan α tekislikkacha bo'lgan masofa deb, P nuqtadan α tekislikka o'tkazilgan perpendikularning uzunligiga aytiladi.

$P(x_0; y_0; z_0)$ nuqtadan $\alpha \div Ax + By + Cz + D = 0$ tekislikkacha bo'lgan masofa

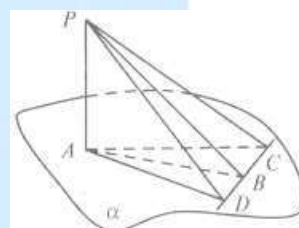
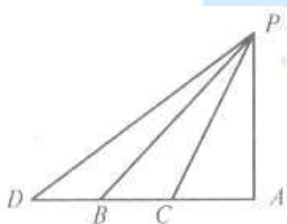
kabi yoziladi.

Planimetriyadagi kabi, teskari tasdiqlar ham bajariladi.

3 – t e o r e m a (teskari teorema). Agar berilgan P nuqtadan α tekislikka PA perpendikular va PB, PC, ... og'malar o'tkazilgan bo'lsa;

- 1) teng og'malar teng proyeksiyalarga ega bo'ladi;
- 2) ikkita proyeksiyadan qaysi biri katta og'maga mos kelsa, o'sha proyeksiya katta bo'ladi.

4 – t e o r e m a (uch perpendikular haqida). Tekislikda og'maning asosi orqali uning proyeksiyasiga perpendikular ravishda o'tkazilgan to'g'ri chiziq og'maning o'ziga ham perpendikular bo'ladi.



(3-chizma)

Yuqoridagi chizmadan foydalanib, isbotlangan tasdiqqa teskari teoremani ham isbotlash mumkin.

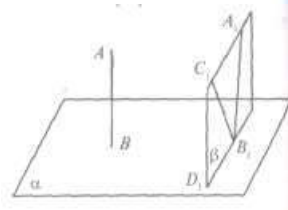
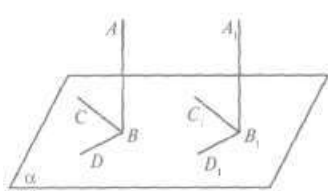
5 – t e o r e m a (teskari teorema). Tekislikda PB og'maning asosi orqali og'maga perpendikular ravishda o'tkazilgan CD to'g'ri chiziq og'maning AB proyeksiyasiga ham perpendikular bo'ladi.

Isbotini mustaqil ravishda amalga oshirish tavsiya qilinadi.

Endi to'g'ri chiziqlar hamda tekisliklarning parallelligi va perpendikularligi orasidagi bog'lanishni ifodalovchi ba'zi tasdiqlarni qaraymiz.

6 – t e o r e m a. Agar α tekislik o'zaro parallel AB , A_1B_1 to'g'ri chiziqlarning bittasiga perpendikular bo'lsa, u to'g'ri chiziqlarnirig ikkinchisiga ham perpendikular bo'ladi.

7 – t e o r e m a (teskari teorema). Agar ikkita (AB va A_1B_1) to'g'ri chiziq bitta tekislikka perpendikular bo'lsa, ular o'zaro parallel bo'ladi.



(3-chizma)

Perpendikular tekisliklar

6 – t a' r i f. Agar ikkita tekislik o'zaro kesishganda ikki yoqli burchak hosil qiisa, ular o'zaro perpendikular tekisliklar deyiladi.

8 – t e o r e m a (ikki tekislikning perpendikularlik alomati). Agar α tekislik

boshqa β tekislikka perpendikular bo'lgan AB to'g'ri chiziq orqali o'tsa, α tekislik β tekislikka perpendikular bo'ladi.

9 – t e o r e m a. Ikkita perpendikular tekislikning birida yotuvchi to'g'ri chiziq, shu tekisliklar kesishgan to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lsa, u ikkinchi tekislikka ham perpendikular bo'ladi.

N a t i j a. Agar ikkita α va β tekislik uchinchi γ tekislikka perpendikular

bo'lsa, ular kesishadigan to'g'ri chiziq γ tekislikka perpendikular bo'ladi (4 - chizma).

Qo'shimcha ma'lumotlar:

Uch perpendikular haqidagi teorema Evklidning „Negizlar“ asarida uchramaydi. Uni o'rta asrlarda yashagan O'rta Osiyo matematiklari kashf etganligi ehtimoldan yiroq emas, chunki u birinchi marta Nasriddin Tusiy (1201 — 1274) ning „To'la to'rt tomonli haqida risola“ nomli asarida sferik uchburchak uchun „Sinuslar teoremasi“ni isbollarida dastlabki izoh tariqasida keltiriladi. Bu dastlabki izohlar orasida Abu Rayhon Beruniyning „Sfera sirtida sodir bo'ladigan hodisalar haqida astronomiya kaliti to'g'risida kitob“ nomli asaridan olingan isboti ham mavjud. Beruniyning o'sha

teoremasi quyidagichadir: „Agar ikki tekislik o'zaro to'g'ri burchakka teng bo'lmagan burchak ostida kesishsa va bu jismlardan birining biror nuqtasidan tekisliklarning kesishish chizig'iga va ikkinchi tekislikka perpendikularlar tushirilsa, bu perpendikulalarning asoslarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziq tekislikning kesishish chizig'i bilan to'g'ri burchak hosil qiladi.

MUSTAQIL ECHISH UCHUN TOPSHIRIQLAR.

1-misol. Ox o'q hamda $A(a_{11};a_{12};a_{13})$ nuqta orqali o'tuvchi tekislik tenglamasini tuzing.

2-misol. B $(a_{21};a_{22};a_{23})$ nuqta orqali o'tib, yOz tekislikka parallel bo'lgan tekislik tenglamasini tuzing.

3-misol. M $(a_{31};a_{32};a_{33})$ nuqtadan o'tgan va $a_{31}x - a_{22}z + a_{23} = 0$ tekislikka parallel bo'lgan tekislik tenglamasini tuzing.

4-misol. A $(a_{32};a_{22};a_{12})$ nuqtadan o'tib, $a_{11}x - a_{21}y + a_{31}z - a_{32} = 0$ va $a_{12}x + a_{22}y - a_{23}z + a_{31} = 0$ tekisliklarga perpendikulyar bo'lgan tekislik tenglamasini tuzing.

5-misol. M $1(a_{21};a_{31};a_{11})$, M $2(a_{22};a_{12};a_{32})$, M $3(a_{13};a_{33};a_{23})$ nuqtalardan o'tuvchi tekislik tenglamasini tuzing.

6-misol. M $1(a_{22};a_{11};a_{33})$, M $2(a_{31};a_{21};a_{13})$ nuqtalardan o'tib, $-x + y - 1 = 0$ tekislikka perpendikulyar bo'lgan tekislik tenglamasini tuzing.

7-misol. a) $a_{11}x - a_{21}y + a_{32}z - a_{12} = 0$ va $x - 2y + 2z - 4 = 0$

b) $x - y - 2z + 5 = 0$ va $a_{31}x - a_{22}y - a_{12}z + a_{32} = 0$ tekisliklar orasidagi burchakni toping.

8-misol. M $(a_{31};a_{22};a_{13})$ nuqtadan $2x - 3y + 6z - 4 = 0$ tekislikgacha bo'lgan masofa topilsin.

9-misol. M $1(a_{12};0;0)$ va M $2(0;0; a_{32})$ nuqtalardan o'tib $2x + y - 2z + 2 = 0$ tekislik bilan 600 burchak tashkil qiladigan tekislik tenglamasi tuzilsin.

10-misol. $a_{12}x + a_{22}y - a_{32}z - a_{33} = 0$ va $a_{11}x + a_{31}y - a_{21}z + a_{23} = 0$ tekisliklar orasidagi masofani toping.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

1. A'zamov A., B. Haydarov. Matematika sayyorasi. Toshkent. «O'qituvchi», 1993.
2. Afonina S.I. Matematika va qo'zallik, Toshkent, O'qituvchi, 1986.
3. Norjigitov X., Mirzayev Ch. Stereometrik masallarni yechish. Akademik litseylar uchun o'quv qo'llanma.-T., 2004 y.
4. Israilov I., Pashayev Z. Geometriya. Akademik litseylar uchun o'quv qo'llanma.II qism. -T.: O'qituvchi, 2005 y.
5. Погорелов А.В. "Геометрия 10-11", учебник, Москва. Просвещение", 2009.
6. Л. А. Латотин, Б. Д. Чеботаревский. "Математика 10", учебник, Минск, 2013.
7. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия. 10-11 класс. учебник, Москва, 2008
8. Билянина О.Я. и др. "Геометрия 10" учебник, Киев, "Генеза", 2010.
9. Daniel C.Alexander, Elementary geometry for college students, Canada, Brooks/Cole, Cengage Learning, 2011.

10. Mal Coad and others, Mathematics for the international students, Haese and Harrispublishers, Australia, 2010.
11. <http://www.uzedu.uz> - Xalq ta'limi vazirligining axborot ta'lim portali.
12. <http://www.eduportal.uz> - Multimedia markazi axborot ta'lim portali.
13. <http://www.school.edu.ru> - Umumta'lim portali (rus tilida).
14. <http://www.problems.ru/> Matematikadan masalalar izlash tizimi (rus tilida).
15. <http://geometry.net/> - Algebra va geometriyadan o'quv materiallari (ingliz tilida).
16. <http://mathproblem.narod.ru/> - Matematik to'garaklar va olimpiadalar (rus tilida);
17. <http://www.ixl.com> - Masofadan turib o'qitish sayti (ingliz tilida).
18. <http://www.mathkang.ru> - "Kenguru" xalqaro matematik tanlov sayti (rus tilida).