ISSN 2181-3187

# O'ZGARMAS KOEFFISIENTLI BIR JINSLI BO'LMAGAN DIFFERENSIAL TENGLAMA

***Burxonova Zulxumor Atavali qizi***
*Namangan Muhandislik Qurilish Instituti o'qituvchisi*
*E-mail: zulxumorburxonova82@gmail.com*
***Egamberdiyeva Nilufar Isroiljon qizi***
***Isroiljonova Zeboxon Ilhomjon qizi***
*Namangan Muhandislik Qurilish Instituti talabalari*
*E-mail: negamberdiyeva478@gmail.com*

$$y^{(n)}+a_1(x)\cdot y^{(n-1)}+a_2(x)\cdot y^{(n-2)}+\dots+a_{n-1}(x)\cdot y'+a_n(x)\cdot y=f(x)$$

ko'rinishidagi tenglama n-tartibli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglama deyiladi.

Tenglamaning umumiy yechimi quyidagi teorema orqali aniqlanadi.

Teorema: Agar $\bar{y}$ funksiya yuqoridagi tenglamaning birorta xususiy yechimi bo'lsa va $y_1,\ y_2,\ y_3, \dots, y_n$ – lar yuqoridagi tenglamaga mos bir jinsli tenglamaning fundamental yechimlari sistemasi bo'lsa, ya'ni

$$y=C_1\cdot y_1+C_2\cdot y_2+\dots+C_n y_n$$

chiziqli bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi bo'lsa, u holda bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamaning yechimi

$$Y=y+\bar{y}$$

ko'rinishida bo'ladi.

Qulaylik uchun o'zgarmas koeffisientli chiziqli bir jinsli bo'lmagan 2-tartibli differensial tenglamani qaraymiz.

$$y''+a_1\cdot y'+a_2\cdot y=f(x)$$

Ushbu tenglamaning xususiy yechimini qidirish $f(x)$ funksiyaning berilishidan kelib chiqadi.

Quyidagi xollarni ko'ramiz:

1-hol. $y''+y'=x^2+x$

Ushbu tenglamani yechish uchun 1-navbatda bir jinsli qismini 0 ga tenglab olib, xarakteristik tenglamani tuzamiz:

$y''+y'=0$

$k^2+k=0$

Xarakteristik tenglamaning $k_1,\ k_2$ ildizlarini topamiz:

$k_1=0 \quad k_2=-1$

$y=C_1+C_2\cdot e^{-x}$

$C_1$ va $C_2$ ixtiyoriy o'zgarmas sonlar.

So'ngra tenglamaning xususiy yechimini $f(x)$ funksiyaga mos holda keltirib chiqaramiz:

$\bar{y}=x\cdot(Ax^2+Bx+C)=A\cdot x^3+B\cdot x^2+C\cdot x$ ushbu funksiyadan birinchi tartibli va ikkinchi tartibli xosila olamiz:

$\bar{y}'=3\cdot A\cdot x^2+2\cdot B\cdot x+C$

$\bar{y}''=6\cdot A\cdot x+2\cdot B$

ISSN 2181-3187

No'malum koeffisientlar usulidan foydalanib no'malum koeffisientlarni topamiz:

$$6 \cdot A \cdot x + 2 \cdot B + 3 \cdot A \cdot x^2 + 2 \cdot B \cdot x + C = x^2 + x$$
$$3 \cdot A \cdot x^2 + (6 \cdot A + 2 \cdot B) \cdot x + 2 \cdot B + C = x^2 + x$$

$$\begin{cases} 3 \cdot A = 1 \\ 6 \cdot A + 2 \cdot B = 1 \\ 2 \cdot B + C = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A = \frac{1}{3} \\ B = -\frac{1}{2} \\ C = 1 \end{cases}$$

Topilgan koeffisientlarni xususiy yechimga olib borib qo'yamiz:

$\boldsymbol{\bar{y} = \frac{1}{3} \cdot x^3 - \frac{1}{2} \cdot x^2 + x}$ tenglamaning xususiy yechimi topildi.

Tenglamaning umumiy yechimini toamiz.

$$\boldsymbol{Y = C_1 + C_2 \cdot e^{-x} + \frac{1}{3} \cdot x^3 - \frac{1}{2} \cdot x^2 + x}$$

2-hol. $\boldsymbol{y'' - 5 \cdot y' + 4 \cdot y = e^x \cdot (4 \cdot x + 3)}$

Ushbu tenglamani yechish uchun 1-navbatda bir jinsli qismini 0 ga tenglab, xarakteristik tenglamasini tuzib olamiz:

$$y'' - 5 \cdot y' + 4 \cdot y = 0$$
$$k^2 - 5 \cdot k + 4 = 0$$

Xarakteristik tenglamaning $k_1$, $k_2$ ildizlarini topamiz:

$$k_1 = 1 \qquad k_2 = 4$$
$$\boldsymbol{y = C_1 \cdot e^x + C_2 \cdot e^{4 \cdot x}}$$

$C_1$ va $C_2$ ixtiyoriy o'zgarmas sonlar.

So'ngra tenglamaning xususiy yechimini $f(x)$ funksiyaga mos holda keltirib chiqaramiz:

$\bar{y} = x \cdot e^x \cdot (A \cdot x + B) = e^x \cdot (A \cdot x^2 + B \cdot x)$ ushbu funksiyadan birinchi tartibli ikkinchi tartibli xosila olamiz:

$$\bar{y}' = e^x \cdot (A \cdot x^2 + (B + 2 \cdot A) \cdot x + B)$$
$$\bar{y}'' = e^x \cdot (A \cdot x^2 + (B + 4 \cdot A) \cdot x + 2 \cdot B + 2 \cdot A)$$

No'malum koeffisientlar usulidan foydalanib no'malum koeffisientlarni topamiz:

$$-6 \cdot A \cdot x + 2 \cdot A - 3 \cdot B = 4 \cdot x + 3$$

$$\begin{cases} -6 \cdot A = 4 \\ 2 \cdot A - 3 \cdot B = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A = -\frac{2}{3} \\ B = -\frac{13}{9} \end{cases}$$

Topilgan koeffisientlarni xususiy yechimga olib borib qo'yamiz:

$\boldsymbol{\bar{y} = e^x \cdot \left(-\frac{2}{3} \cdot x^2 - \frac{13}{9} \cdot x\right)}$ tenglamaning xususiy yechimi topildi.

Tenglamaning umumiy yechimini toamiz.yig'indisiga teng:

$$\boldsymbol{Y = C_1 \cdot e^x + C_2 \cdot e^{4 \cdot x} + e^x \cdot \left(-\frac{2}{3} \cdot x^2 - \frac{13}{9} \cdot x\right)}$$

3-hol. $\boldsymbol{y'' + 6 \cdot y' + 13 \cdot y = -8 \cdot \sin 2x}$

Ushbu tenglamani yechish uchun 1-navbatda bir jinsli qismini 0 ga tenglab, xarakteristik tenglamasini tuzib olamiz:

ISSN 2181-3187

$$y'' + 6 \cdot y' + 13 \cdot y = 0$$
$$k^2 + 6 \cdot k + 13 = 0$$
$$k = \frac{-6 \pm 4 \cdot i}{2} = -3 \pm 2 \cdot i$$
$$\alpha = -3 \qquad \beta = 2$$
$$\boldsymbol{y = e^{-3 \cdot x} \cdot (C_1 \cdot \cos 2x + C_2 \cdot \sin 2x)}$$

$C_1$ va $C_2$ ixtiyoriy o'zgarmas sonlar.

So'ngra tenglamaning xususiy yechimini $f(x)$ funksiyaga mos holda keltirib chiqaramiz:

$\bar{y} = A \cdot \cos 2x + B \cdot \sin 2x$ ushbu funksiyadan birinchi tartibli ikkinchi tartibli xosila olamiz:

$$\bar{y}' = -2 \cdot A \cdot \sin 2x + 2 \cdot B \cdot \cos 2x$$
$$\bar{y}'' = -4 \cdot A \cdot \cos 2x - 4 \cdot B \cdot \sin 2x$$

No'malum koeffisientlar usulidan foydalanib no'malum koeffisientlarni topamiz:

$$(9 \cdot A + 12 \cdot B) \cdot \cos 2x + (9 \cdot B - 12 \cdot A) \cdot \sin 2x = -8 \cdot \sin 2x$$

$$\begin{cases} 9 \cdot A + 12 \cdot B = 0 \\ 9 \cdot B - 12 \cdot A = -8 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} A = \frac{32}{75} \\ B = -\frac{8}{25} \end{cases}$$

Topilgan koeffisientlarni xususiy yechimga olib borib qo'yamiz:

$\boldsymbol{\bar{y} = \frac{32}{75} \cdot \cos 2x - \frac{8}{25} \cdot \sin 2x}$ tenglamaning xususiy yechimi topildi.

Bir jinsli bo'lmagan tenglamaning umumiy yechimini quyidagi formula orqali topamiz: $Y = y + \bar{y}$

Tenglamaning umumiy yechimini topamiz.

$$\boldsymbol{Y = e^{-3 \cdot x} \cdot (C_1 \cdot \cos 2x + C_2 \cdot \sin 2x) + \frac{32}{75} \cdot \cos 2x - \frac{8}{25} \cdot \sin 2x}$$

## Asosiy adabiyotlar


**1.** Sh. R. Xurramov: Oliy matematika, 2015.
**2.** YU. P. Apakov: Oliy matematika, 2022.
3. YU. P. Apakov, B. I. Jamalov, A. M. To'xtaboyev: Oliy matematikadan misol va masalalar, 2022.