ISSN 2181-3187

TASODIFIY HODISALAR

Egamov Ahror Ikromjon o'g'li
Yursunbekov Ilhomjon Usmonbekovich
Farg'ona shahar kasb-hunar maktabi o'qituvchilari

Annotatsiya: Ushbu maqolada tasodifiy hodisalar, binomial taqsimot haqida ma'lumotlar yoritib berilgan.
Kalit so'zlar: tasodifiy hodisa, statistika, extimollik

Tasodifiy hodisa – bu berilgan sharoitda ruy beradigan yoki ro'y bermaydigan hodisa. Tanga tashlanganda raqam tomoni bilan tushishi, lotereya bo'yicha yutuq chiqishi, otilgan o'qning nishonga tegishi tasodifiy hodisalarga misol sifatida qaralishi mumkin. Shu bilan birga amaliyot nuqtai-nazardan alohida olingan hodisalar bilan emas, balki etarlicha ko'p sonli, ommaviy xarakterga ega hodisalarning qonuniyatlarini o'rganish maqsadga muvofiq. Masalan, korhona uchun alohida maxsulot emas, balki tayorlangan maxsulotlardan qanchasi sifatli yoki yaroqsiz ekanini bilish ahamiyatliroq.

Shu kabi masalalarni echish uchun alohida tajriba ya'ni sinash o'tkaziladi va ularning oqibatlari o'rganiladi. Har bir tajriba ma'lum shartlar va sharoitlar asosida bir necha marotaba o'tkazish mumkinligi bilan xarakterlanadi. Bunda bir-birini rad etuvchi va ro'y berish imkoniyatlari bir hil bo'lgan joiz oqibatlar (elementar hodisalar) to'plami alohida o'rin tutadi. Shu to'plamni biz Ω orqali belgilaymiz.

1-Misol. o'yin kubchasi bir marta tashlansin. Bunda elementar hodisalar to'plami $\Omega=\{E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6\}$ ko'rinishga ega, bu yerda E_i – «i – raqamli tomoni bilan tushdi» elementar hodisasi.

2-Misol. Elektr asbobni ishdan chiqmasdan hizmat qilish. Bunda har bir elementar hodisa musbat haqiqiy son bilan ustma-ust tushadi, ya'ni elementar hodisalar to'plami

$\Omega=(0, +\infty)$ ko'rinishga ega.

Amaliyotda elementar hodisalardan tashqari, murakkabroq hodisalar qiziqtiradi. Masalan, o'yin kubchasi bir marta tashlanganda « juft raqamli tomoni bilan tushdi» hodisasi, yoki «elektr asbob 3000 soat mobaynida ishdan chiqmasdan hizmat qildi» kabi hodisa.

$\varnothing$ - hodisa xech qanday elementar hodisalarni o'z ichiga olmaydi (ya'ni, xech qanday xollarda ro'y bermaydi), shuning uchun *ro'y bermasligi aniq* hodisa, Ω hodisa esa doimo ro'y berib *mukarrar hodisa* deb yuritiladi.

Ehtimollar nazariyasi tasodifiy hodisalarni ro'y berish qonuniyatlarini o'rganadi. Shuning uchun tasodifiy xodisa ruy berishi imkoniyatlarini kattaligini bildirish uchun qiymatlari [0,1] segmentda qabul qiladigan maxsus funksiya – ehtimollik kiritilishi lozim. Tabiiyki, bunda mukarrar hodisaning ehtimolini 1 ga, ro'y bermasligi aniq xodisaning ehtimolini esa 0 ga teng deb qabul qilishimiz lozim. Bundan tashqari elementar hodisalarning ro'y berish imkoniyatlari bir hil deb hisoblaymiz. Mashhur matematik Kolmogorov A.N. ehtimol tushunchasini qo'yidagi aksiomalar orqali kiritgan:

Tasodifiy xodisaning ehtimolligi deb qo'yidagi aksiomalarga bo'ysinadigan *R* funksiyaga aytiladi:

1) $0 \le P(A) \le 1 \ \forall A$; 2) $P(\Omega) = 1$; 3) Agar $A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots$ hodisalar juft-jufti bilan birgalikda ro'y bermasa (ya'ni $A_i A_j = \varnothing \ i \ne j$ bo'lsa), u holda $P(\sum_i A_i) = \sum_i P(A_i)$.

Berilgan A va B hodisalar uchun $A \cup B$ birlashma A va B hodisalardan kamida bittasi ro'y berishidan iborat bo'lgan hodisadir. Unga A va B hodisalar *yig'indisi* aytiladi va u ko'pincha $A + B$ orqali belgilanadi.

Xuddi shunday $A \cap B$ kesishma A va B hodisalardan bir vaqtda ruy berishidan iborat bo'lgan hodisadir. Unga A va B hodisalar *ko'paytmasi* aytiladi va u ko'pincha $A\,B$ orqali belgilanadi.

Hodisalar yig'indisi va ko'paytmasi tabiiy ravishda cheksiz sondagi

$A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots$ hodisalar uchun ham kiritilishi mumkin, bunda ular uchun mos ravishda $\sum_i A_i$ va $\prod_i A_i$ belgilashlar qabul qilingan.

A hodisaga *qarama-qarshi hodisa* sifatida $\overline{A} = \Omega / A$ hodisa qaraladi va u A hodisa ro'y bermasligidan iborat bo'lgan hodisadir.

O'zaro kesishmaydigan hodisalar ya'ni *birgalikda ro'y bermaydigan hodisalar* deyiladi. Shuning uchun o'zaro qarama-qarshi hodisalar birgalikda ro'y bermaydi.

Binomial taqsimot.

n ta sinashdan iborat bo'lgan tajriba Bernulli sinash sistemasi deyiladi agar a) ihtiyoriy sinashda A hodisaning ro'y berishi p ehtimoli uning boshqa sinashlarda ro'y berish-bermasligiga bog'liq emas;

b) istalgan sinash faqat A va $\overline{A}$ o'zaro qarama-qarshi oqibatga ega, bunda $\overline{A}$ hodisaning ehtimoli $q=1-r$ ga teng.

$P(n,m)$ orqali n ta sinashdan iborat bo'lgan tajriba mobaynida A hodisa t marta ro'y berishi ehtimolini belgilaymiz.

A hodisa $C_n^m = \dfrac{n!}{m! \cdot (n-m)!}$ ta har biri $p^n \cdot q^{n-m}$ ehtimolga ega bo'lgan elemen-tar hodisalardan tashkil topgan bo'lib, $P(n,t)$ ehtimol qo'yidagicha topiladi:

$$P(n,m) = C_n^m p^m q^{n-m} \qquad (1)$$

1-*Misol.* o'g'il bola tug'ilishining ehtimoli 0,515 ga teng. Tavaqqal tanlangan 10 ta chaqaloqdan 6 tasi o'g'ilbola bo'lishining ehtimoli tahminan

$P(10,6) = C_{10}^{6}(0{,}515)^{m}(0{,}485)^{4} \approx 0{,}2167$ ga teng.

2-*Misol.* Mahsulotning nosoz bo'lishining ehtimoli 0,01 ga teng. Tavaqqal tanlangan 100 maxsulotdan 3 ta dan ortiq nosoz maxsulot chiqishining ehtimoli

P(A)= $C_{100}^{0}(0{,}01)^{0}(0{,}99)^{100} + C_{100}^{1}(0{,}01)^{1}(0{,}99)^{99} + C_{100}^{2}(0{,}01)^{2}(0{,}99)^{98} \approx 0{,}9816$ ga teng.

Tajriba natijalarini statistik ishlanmasi.

Inson o'z turmushida A to'plamni tashkil qilgan va xossalari noma'lum bo'lgan ob'ektlar bilan tezda uchratib turadi. Ushbu to'plamni o'rganish maqsadida uning biror chekli *V* qism to'plamining hossalarini o'rganishga doir tajriba o'tkaziladi va ushbu tajriba natijalariga *A* to'plam xaqida biror umumiy xulosaga ega bo'lish masalasi dolzarb hisoblanadi. Mazkur masala matematik statistikaning asosiy masalasi deyiladi.

A to'plam *bosh majmua*, *V* qism to'plam esa *tanlanma* deyiladi. Tanlanmadagi elementlar soni uning *hajmi* deb yuritiladi.

Umumiylikka putur etkazmasdan, bosh to'plamning elementlari qandaydir taqsimot funksiyasiga ega bo'lgan tasodifiy miqdorning qiymatlar to'plami deb faraz qilishimiz mumkin.

Ko'pincha tanlanmaning elementlari o'sish tartibida joylashtiriladi va natijada *variatsion qator* deb yurituvchi ketma-ketlikka ega bo'lamiz.

Masalan, 0, 5, 3, 6, 3, 4, 1, 3, 4, 6 sonlar hajmi 10 ga teng bo'lgan tanlanmani tashkil qilib, uning variatsion qatori qo'yidagi ko'rinishga ega: 0,1,3,3,3,4,4,5,6,6.

Tanlanmaning elementlari takroran o'chrashishi mumkin.

U holda hajmi *N* bo'lgan tanlanma uchun qo'yidagi jadval tuzish maqsadga muvofiq

			…		…	
ν	ν_1	ν_2	…	ν_i	…	ν_n

Bu yerda ν_i - x_i ning absolyut takrorligi.

Agar biz $W_i = \nu_i / N$ - x_i ning *nisbiy takrorligini* kiritsak, u holda tanlanma uchun qo'yidagi jadval tuzsa bo'ladi

			…		…	
			…		…	

Ravshanki, $\nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n = N$, $W_1 + W_2 + \ldots + W_n = 1$.

(1) va (2) jadvallar *tanlanmaning taqsimot qonunlari* deb yuritiladi.

ISSN 2181-3187

1-*Misol*. 0, 5, 3, 6, 3, 4, 1, 3, 4, 6 tanlanmaning taqsimot qonunlari qo'yidagicha bo'ladi:

ν						

Bundan buyon biz tanlanma o'zining taqsimot qonuni yordamida berilgan deb faraz qilamiz.

$F^*(x)=\frac{1}{N}\sum_{i:x_i<x}\nu_i$ funksiya tanlanmaning *empirik taqsimot funksiyasi* (ETF) deyiladi.

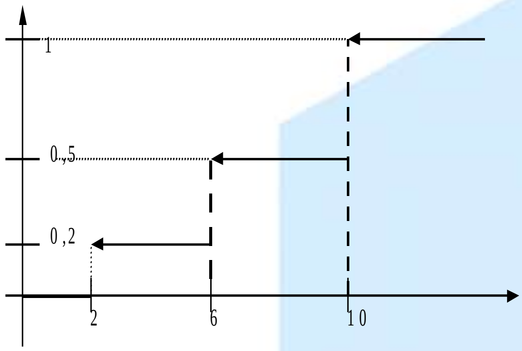
2-*Misol*. Hajmi 60 bo'lgan

ν			

tanlanmaning ETF i qo'yidagi ko'rinishga ega:

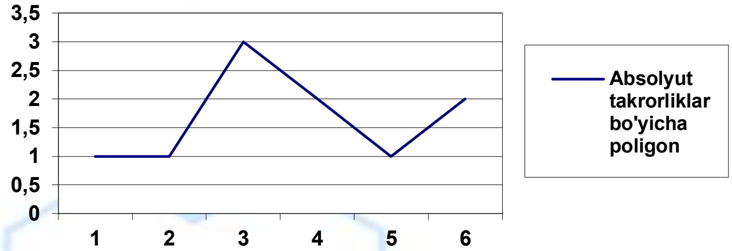
$$F^*(x)=\begin{cases} 0 & x\le 2 \\ 0{,}2 & 2<x\le 6 \\ 0{,}5 & 6<x\le 10 \\ 1 & 10<x \end{cases}$$

Uning grafigi qo'yidagicha tasvirlanadi:



Uchlari (x_i, ν_i) yoki (x_i, W_i) nuqtalarda bo'lgan siniq chiziqlar (*tanlanma poligonlari*) tanlanma xaqida qo'shimcha tushuncha hosil qilishga imkoniyat beradi.

3-*Misol*. 1-misoldagi tanlanmaning ν bo'yicha poligoni qo'yidagi ko'rinishga ega:



OX o'qini chekli sondagi o'zaro kesishmaydigan Δ_i , *i=1,2,…,k,* oraliqlarga ajratib, tanlanmaning Δ_i ga tegishli elementlar sonini t_i hisoblaymiz.

$f(x)= t_i / N$, $x \in\Delta_i$, *i=1,2,…,k,* funksiyaning grafigi tanlanma *gistogrammasi* deyiladi. Ayrim hollarda gistogrammada t_i / N kattalik o'rniga t_i olinadi.

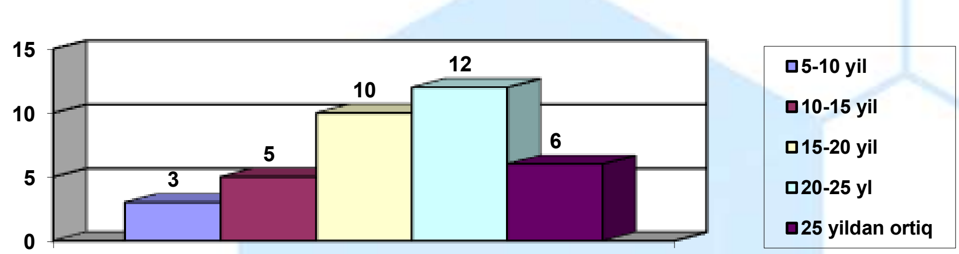
Shuni ta'kidlash lozimki, gistogrammalarni hozirgi kunda keng tarqalgan Microsoft Office dasturlar oilasi yordamida nisbatan tez va sifatli yasash imkoniyati mavjud.

4-*Misol*. Maktab o'qituvchilari ish staji xaqida ma'lumot

	O'qituvchilar
5–10	
10–15	
15–20	
20–25	

Jadvalda o'z aksini topgan bo'lsa, u holda ShEHM gistogrammani qo'yidagicha ko'rinishda yasaydi.

O'qituvchilarning ish staji bo'yicha gistogrammasi



Q'yidagi kattaliklar tanlanmaning sonli xarakteristikalari sifatida ahamiyatlidir:

1. $Mx = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} \nu_i x_i = \sum_{i=1}^{n} W_i x_i$ - *tanlanma o'rta qiymati ;*

2. $Dx = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} \nu_i (x_i - Mx)^2 = \sum_{i=1}^{n} W_i (x_i - Mx)^2$ - *tanlanma dispersiyasi ;*

ISSN 2181-3187

Foydalanilgan asosiy adabiyotlar.

1. Algebra va analiz asoslari. O'rta maktabning 10-11 sinf uchun darslik. (SH. Alimov, YU. Kolyagin va boshq.) –T: O'qituvchi, 2001.304 bet.
2. Algebra va analiz asoslari. Akademik litseylar uchun qo'llanma. (R. Vafoyev, X.Xusanov va boshq.) O'qituvchi -2003.368 bet.
3. Algebra va analiz asoslari. I q, Akademik litseylar uchun qo'llanma (A.Abduhamidov,A. Nasimov va boshq.) O'qituvchi-2007.462 bet.
4. Algebra va analiz asoslaridan masalalar to'plami. I q. Akademik litseylar uchun qo'llanma (A.Abduhamidov,A. Nasimov va boshq.) T. Sharq-200.150 bet.
5. Geometriyadan masalalar to'plami. (I.Isroilov, Z.Pashayev). T-: O'qituvchi -2001.304 bet.