ТЎПЛАМ ВА УНИНГ МАТЕМАТИК АҲАМИЯТИ

Яхшиев Ғайрат Эркинович
Бухоро Муҳандислик Технология Институти
академик лицейи математика фан ўқитувчиси

Аннотация: Математиканинг барча бўлимларида қўлланадиган тўпламнинг турлари яъни натурал сонлар тўплами, рационал сонлар тўплами, сонли тўпламлар,ҳақиқий сонлар тўплами ҳамда кўпбурчаклар тўплами, қисм тўпламлар ҳақида маълумотлар берилган.

Калит сўз: кўпбурчак тўплами: учбурчаклар, тўртбурчаклар, бешбурчаклар, n–бурчаклар, натурал сонлар тўплами, ҳақиқий сонлар тўплами, рационал сонлар тўплами

Аннотация. Даны сведения о типах множеств, используемых во всех разделах математики: наборах натуральных чисел, наборах рациональных чисел, наборах чисел, наборах действительных чисел и наборах многоугольников, подмножествах.

Ключевые слова: набор многоугольников: треугольники, прямоугольники, пятиугольники, n-угольники, набор натуральных чисел, набор действительных чисел, набор рациональных чисел

Annotation: Information about the types of sets used in all branches of mathematics, i.e. sets of natural numbers, sets of rational numbers, sets of numbers, sets of real numbers and sets of polygons, subsets is given.

Key words. set of polygons: triangles, rectangles, pentagons, n-gons, set of natural numbers, set of real numbers, set of rational numbers

Кўпгина масалаларда маълум элементлар мажмуини, гуруҳини бир бутун нарса деб қарашга тўғри келади. Айтайлик, биолог бирор ўлкадаги ўсимликлар ва ҳайвонлар дунёсини ўрганар экан, жонзоларни турлар бўйиса, турларни эса уруғлар бўйича синфларга ажратиб чиқади. Ҳар бир тур яхлит яхлит бир бутун деб қараладиган жонзотлар мажмуидир.

Тўплам хозирги замон математикасининг деярли барча бўлимларида қўлланадиган асосий тушунчаларидан бири.

Ана шундай мажмуаларнинг математик тавсифини бериш учун тўплам тушунчаси киритилган. Тўпламлар назариясининг асосчиларидан бири немис математиги Георг Кантор (1845-1918) сўзларига кўра "тўплам фикрда бир бутун деб қаралувчи кўпликдир". Табиийки, бу сўзлар тўпламнинг математикадаги қатъий таърифи бўла олмайди. Тўплам бошланғич тушунчадир, унинг ўзи математиканинг бошқа тушунчаларини кўришга асосдир. Шунга қарамай,

ISSN 2181-3187

натурал сонлар тўплами, текисликдаги учбурчаклар тўплами ҳақида сўз юритиш мумкинлиги кўриниб турибти.

Чекли сондаги элементлардан иборат тўплам чекли тўплам дейилади, бошқа тўпламлар эса чексиз тўпламлар дейилади. Масалан, океандаги барча китлар тўплами чекли, рицонал тўплами эса чексиз. Чекли тўпламларни уларнинг элементларини номма-ном санаб чиқиш йўли билан бериш мумкин (масалан тайин синфдаги ўқувчилартўплами уларнинг синф журналидаги рўйхатибилан берилади). Агар *A* тўплами a, b, c елементлардан ташкил топган бўлса, A = {a, b, c} деб ёзишади. Чексиз тўпламларни элементларни санаш йўли билан бериб бўлмайди. Бундай тўпламларни бериш учун, одатда, унинг элементлари учун ўринли, бошқа элементлар учун ўринли бўлмаган хосса кўрсатилади. Бундай хосса қараётган тўпламнинг характеристик хоссаси деб юритилади. Агар “ *x* элемент *P* хоссага эга” деган фикр қисқача *P(x)* деб ёзилса, *P* хоссага эга бўлган барча элементлар тўплами $\{x|\ P\ (x)\}$ кўринишда белгиланади. Масалан, $\{\ x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\ \}$ ёзуви $x^2 - 3x\ -\ 2 = 0$ тенглама илдизларининг тўплами, яъни {1,2} тўплпмни билдиради.

P хоссага эга бўлган биронта элемент топилмай колиши ҳам мумкин (масалан, 2 га бўлинадиган битта ҳам тоқ сон йўқ). Бундай холда $\{|\ P\ (x)\ \}$ тўплам битта ҳам елементга эга эмас. Бирорта ҳам элементни ўз ичигаолмайдиган тўплам бўш тўплам дейилади. У Ø белги билан кўрсатилади.

Агар *x* элемент *A* тўпламга тегишли бўлса, x ∈ A кўринишда, акс холда x ∈ A ёки A ∈ x кўринишда ёзилади. Айнан бир хил элементлардан ибораттўпламлар тенг (устма-уст тушувчи) тўпламлар деб аталади. Масалан, тенг томонли учбурчаклар тўплами билан тенг бурчакли учбурчаклар тўплами тенг, чунки хар бир икки тўпламни ҳам бир хил учбурчаклар ташкил қилади: агар учбурчакнинг барча томони тенг бўлса, унинг барча бурчаги ҳам тенг; ва аксинча, учбурчакнинг хар уч бурчаги тенглигидан унинг учала томони ҳам тенглиги келиб чиқади. Равшанки, фақат элементларининг ёзилиш тартиби билан фарк қиладиган иккита чекли тўплам тенгдир, масалан, {a, b, c}= {c, a, b}.

Ҳар бир квадрат тўғри тўртбурчакдир бу ҳолни боқача қуйидагича ифодалайдилар: квадратлар тўплами тўғри тўртбурчаклар тўпламининг қисми, ёки математикада қабул қилинганидай, қисм-тўплами бўлади. Агар *A* тўплам *B* тўпламнинг қимс-тўплами бўлса A ⊂ B ёки B ⊃ A каби ёзилади. Ихтиёрий A тўплам учун A ⊂ A ва Ø⊂A хоссалар ўринли. (Икки тўплам орасидаги A ⊂ B муносабатни қисмийлик, элемент ва тўплам орасидаги x ∈ B муносабатни тегишлилик деб атаймиз).

Берилган *A* ва *B* тўпламдан кесишма, бирлашма ва айирма амалларини қўллаб янги тўпламлар қуриш мумкин. *A* ва *B* тўпламларнинг кесишмаси –

ISSN 2181-3187

уларнинг умумий қисми, яъни ҳам *A* га, ҳам *B* га тегишли элементлар тўпламидан иборат. Кесишманинг белгиси: A ∩ B. Масалан, икки геометрик фигуранинг кесишмаси – уларнинг умумий қисми, ромблар тўплами билан тўғри тўртбурчаклар тўпламининг кесишмаси – квадрат тўплами ва ҳ.қ.

A ва B тўпламларнинг бирлашмаси ҳеч бўлмаганда улардан биттасига тегишли элементлар тўпламидан иборат. Классификация (синфларга бўлиш) билан боғлиқ масалаларда тўпламни ўзаро кесишайдиган қисмларнинг бирлашмаси кўринишида ёзиш қўлланади. Масалан, кўпбурчак тўплами учбурчаклар, тўртбурчаклар, бешбурчаклар, ..., n–бурчаклар, ... тўпламларнинг бирлашмасидир.

Агар бирлашма ва кесишма амаллари бирор тўпламнинг қисмларига қўлланса, натижада яна шу тўпламнинг қисм – тўпламлари чиқади. Бу ҳолда қараётган икки амалнинг хоссалари сонларни қўшиш ва кўпайтириш амалларининг хоссаларига яқин бўлади. Масалан, тўпламларнинг кесишмаси ва бирлашмаси учун коммутативлик ва ассоциативлик хоссалари ўринли. Кесишманинг бирлашмага нисбатан дистрибутивлик хоссалари ҳам кучга эга, яъни ихтиёрий A, B, ва C тўпламлар учун A ∩ (B ∪ C) = (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) тенглик тўғри. Шу билан бир пайтда тўпламлар устидагиамалларнинг сонларникигаўхшамайдиган хоссалари ҳам мавжуд. Масалан, ихтиёрий A тўплам учун $A \cap A = A$ ва $A \cup A = A$ тенгликлар ўринли, яна бир дистрибутивлик қонуни ҳам тўғри: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ва ҳ.қ.Тўпламлар устидаги амалларнинг хоссалари ёрдамида тўпламлардан тузилган ифодаларни ўзгартириш мумкин; бу – арифметик амалларнинг хоссаларига асосланиб алгебраик ифодаларни айнан алмаштиришга ўхшайди. Натижада ўзига хос янги алгебра вужудга келади. У инглиз математиги ва мантиқчиси Ж.Буль (1815-1864) номи билан Буль алгебраси дейилади. Ж.Буль бундай алгебра билан математик мантиқ муамолари туфайли шуғулланган. Буль алгебралари кўплаб сохаларда, ҳусусан, электр занжирлари назариясида татбиқ қилинади. чекли тўпламнинг асосий характеристикаси унинг элементлари сонидир (масалан, квадратнинг учлари тўплами 4 та элементга эга). Агар *A* ва *B* тўпламлардаги элементлар тсони тенг бўлса, масалан, $A = \{a_1, \ldots, a_n\}$, $B=\{b_1,\ldots,b_n\}$ бўлса, улардан биттадан элемент олиб, (a_1, b_1), ..., (a_n, b_n) жуфтликлар тузиб чиқиш мумкин. Бунинг *A* нинг ҳар бир элементи ҳам, *B* нинг ҳам ҳар бир элементи ҳам роппа-роса битта жуфтликка киради. Бу ҳолатни амалга ошириш мумкин бўлса, *A* ва *B* тўпламлар орасида ўзаро бирқийматли мослик ўрнатиш мумкин бўлса, улар бир хил сондаги элементга эга бўлади. Г.Кантор ана шу тарзда чексиз тўпламларни ўзаро солиштиришни таклиф қилди. Таърифга мувофиқ, A ва B тўпламлар орасида ўзаро бир қийматли мослик ўрнатиш мумкин бўлса, улар бир хил қувватли бўлади шундай усулда сонлардан

ISSN 2181-3187

ташкил топган ҳар хил тўпламларни солиштириб, Г.Кантор натурал сонлар тўплами орасида ўзаро бир қийматли мослик ўрната олди (ҳолбуки, натурал сонлар тўплами рационал сонлар тўпламининг қисми – демак, чексиз тўпламлар назариясида “қисм бутундан кичик”деган қийида ўз кучини йўқотади).

Натурал сонлар тўплами билан бир хил қувватга эга бўлган тўпламлар саноқли дейилади. Шундай қилиб рационал сонлар тўплами саноқлидир. Саноқли бўлган тўпламлардан энг мухими – ҳақиқий сонлар тўпламидир (ёки тўғри чизиқдаги нуқталар тўпламидекдир). Тўғри чизиқ узлуксиз эканлигини эътиборга олиб, тўғри чизиқ нуқталари тўпламининг қуввати каби саноқли бўлмаган қувватлар континуум (continuum “узлуксиз”) қуввати деб аталади. Квадрат, куб, текислик, бутун фазо нуқталаридан иборат тўпламлар ҳам континуум қувватига эга.

Узоқ йиллар давомида математиклар ушбу муаммони ечишга уннадилар: қуввати саноқли тўплам ва континуум қуввати орасида ётган тўплам мавжудми? Асримизнинг 60-йилларида америкалик математик П. Коэн ва чех математиги П. Вопенка деярли бир вақтда бир-биридан мустақил бундай тўплам мавжудлиги ҳам, мавжуд эмаслиги ҳам тўпламлар назариясининг бошқа аксиомаларига зид эмаслигини исботладилар (бу ҳол параллелликаксиомаси ҳам, унинг инкори ҳам кеометриянинг бошқа аксиомаларига зид эмаслигига ухшаш).

Адабиётлар рўйхати:

1. Ёш математик энциклоредик луғати.Toshkent-1989.
2. Геометрия 1-қисм, И.Исроилов, З.Пашаев Тошкент”Ўқитувчи”2004
3. “Алгебра ва математик анализ асослари” 1 қисм А.У.Абдуҳамидов, Н.А.Насимов, Тошекент ”Ўқитувчи”-2004