MUKAMMAL SONLAR KELIB CHIQISH TARTIBI

Rasuljonova Dilafruz Ilhomjon qizi
Andijon davlat universiteti talabasi

Annotatsiya: Dunyoda qiziqarli bo‘lmagan sonning o‘zi yo‘qligi, har bir son nimasidir bilan jozibali bo‘lishini bilasizmi? Masalan, “mukammal” sonlar. Mukammal sonlar o‘zi nima? Mukammal sonlar cheksizmi? Ularni orasida toq mukammali ham mavjudmi? Ushbu maqolada shu va shunga o‘xshash savollarga javob topamiz. Aslida barcha sonlar negizida ma’lum bir sirlar yashiringan. Mukammal sonlar tuzilish jihatidan boshqa sonlardan farq qilmasa-da, ular butun sonlar to‘plamiga kiradi. Biz aynan shu mavzuni bu maqola orqali tushuntirib o‘tamiz.

Kalit so‘zlar: mukammal sonlar, alikvot son, butun sonlar, aniqlash formulasi, cheksizlik, sonlar to‘plami,

Raqamlar nazariyasida Mukammal son bu sonning o‘zidan tashqari uning musbat bo‘luvchilari yig‘indisiga teng bo‘lgan musbat butun sondir.

Sonning bo‘luvchilari yig‘indisi, sonning o‘zi bundan mustasno, uning alikvot yig‘indisi deyiladi, shuning uchun mukammal son uning alikvot yig‘indisiga teng bo‘lgan sondir.

Mukammal sonlar - o‘zidan farqli bo‘luvchilarning yig‘indisiga teng natural sonlar.

Ekvivalent tarzda mukammal son — uning barcha musbat bo‘luvchilari yig‘indisining yarmiga teng bo‘lgan son. Masalan 6=1+2+3, 28=1+2+4+7+14.

Hozirda mukammal sonlarning umumiy formulasi mavjud bo‘lib, formula ko‘rinishi quyidagicha: $\mathbf{2^{(p-1)}(2^{p}\text{-}1)}$ bu yerda p-tub son.

Mukammal sonlar Yevklidning "Negizlar" asarida uchraydi.

Taxminan Miloddan avvalgi 300-yilda Yevklid shuni ko‘rsatdiki, agar $\mathbf{2}^{p}-1$ tubdan keyin bu ham tub bo‘lsa $\mathbf{2^{(p-1)}(2^{p}\text{-}1)}$ bu son mukammaldir. Dastlabki to‘rtta mukammal son qadimgi yunon matematikasiga ma’lum bo‘lgan yagona sonlar edi va matematik Nikomax miloddan avvalgi 100-yilda 8128 ni qayd etdi. Ayni vaqtda **20** ta juft Mukammal sonlar ma’lum.Yana bir narsaga e’tibor berish kerak. Bu yerda aynan **p** va 2^{p}**-1** ham tub son bo‘lishi kerak. Masalan, 6 sonining 1, 2 va 3 bo‘luvchisi bor (o‘zidan tashqari) va 1 + 2 + 3 = 6, shuning uchun 6 mukammal sondir. Masalan: A) p =5-tub son, 2^{5}-1=31 ham tub son✓. B) p=11-tub son, 2^{11}-1=2047.2047 tub son emas. p=11 qo‘ysak, natija mukammal son bo‘lmaydi.

Bu ta’rif qadimiy manbalarga asoslangan bo‘lib, Evklidning Negizlar asarida paydo bo‘lgan, bu yerda u (τέλειος ἀριθμός) *mukammal*, *ideal* yoki *to‘liq son* deb ataladi. Evklid shuningdek, shakllanish qoidasini isbotladi.

Masalan, birinchi to‘rtta mukammal raqam $\mathbf{2^{p-1}(2^{p}-1)}$, *p* bu yerda tub son, quyidagicha:

$p = 2$ uchun: $2^{1}(2^{2}-1) = 2 \times 3 = 6$

$p = 3$ uchun: $2^{2}(2^{3}-1) = 4 \times 7 = 28$

$p = 5$ uchun: $2^{4}(2^{5}-1) = 16 \times 31 = 496$

$p = 7$ uchun: $2^{6}(2^{7}-1) = 64 \times 127 = 8128$.

Ibn Al–Haysam taxminan eramizning 1000-yillarida faqat har bir **juft** mukammal son shu shaklda bo‘lishini taxmin qilgan. Faqat Leonhard Eyler 18-asrgacha $\mathbf{(2^{p-1}(2^{p}))}$ formula to‘g‘ri ekanligini isbotladi. 1) barcha juft mukammal sonlarni beradi. Shunday qilib, hatto mukammal sonlar va Mersen tub sonlari o‘rtasida yakkam-a -yakka muvofiqlik mavjud; har bir Mersenne tub soni bitta mukammal son hosil qiladi va aksincha. Bu natija ko‘pincha Evklid-Eyler teoremasi deb ataladi.

Bundan tashqari, uchta yuqori mukammal sonlar topildi, ular uchun p = 74207281, 77232917 va 82589933. Garchi bu diapazonda boshqalar ham bo‘lishi mumkin bo‘lsa-da, GIMPS tomonidan o‘tkazilgan dastlabki, ammo to‘liq sinovlar 109332539 dan past bo‘lgan p uchun boshqa mukammal raqamlarni aniqlamadi. Dekabr, 2018-yil holatiga ko‘ra , 51 Mersenne tub soni ma’lum va shuning uchun 51 juft mukammal sonlar (ularning eng kattasi $2^{82589932} \times (2^{82589933)} - 1)$ 49 724 095 ta raqam bilan). **Cheksiz ko‘p mukammal sonlar bormi bu noma’lum**.

Har bir natijada uchburchak soni $T_7 = 28$, $T_{31} = 496$, $T_{127} = 8128$ (mukammal sondan 1 ni ayirish va natijani 9 ga bo‘lishdan keyin) 3 yoki 5 bilan tugaydi, ketma-ketlik $T_2 = 3$, $T_{10} = 55$ bilan boshlanadi $T_{10} = 55$, $T_{42} = 903$, $T_{2730} = 3727815$, . . . Buni quyidagicha qayta shakllantirish mumkin: har qanday juft mukammal sonning raqamlarini qo‘shish (6), keyin olingan sonning raqamlarini qo‘shib, bitta raqam (raqamli ildiz deb ataladi) olinmaguncha bu jarayonni takrorlash har doim raqamni hosil qiladi. 1. Masalan, 8128 ning raqamli ildizi 1 ga teng, chunki $8 + 1 + 2 + 8 = 19$, $1 + 9 = 10$, va $1 + 0 = 1$. Bu barcha mukammal raqamlar bilan ishlaydi $2^{p-1}(2^{p}-1)$ toq tub p bilan va aslida $2^{m-1}(2^{m})$ ko‘rinishdagi **barcha** sonlar bilan $-$ 1) toq butun son uchun (asosiy bo‘lishi shart emas) m. Ularning shakli tufayli $2^{p-1}(2^{p}-1)$, har bir juft mukammal son ikkilik shaklda p birlikdan keyin ifodalanadi $p-1$ nollar; masalan,

Juft mukammal sonlar (bundan mustasno 6) quyidagi shaklga ega:

$\mathbf{6_{10} = 2^{2} + 2^{1} = 110_{2}}$ **,**

$\mathbf{28_{10} = 2^{4} + 2^{3} + 2^{2} = 11100_{2}}$ **,**

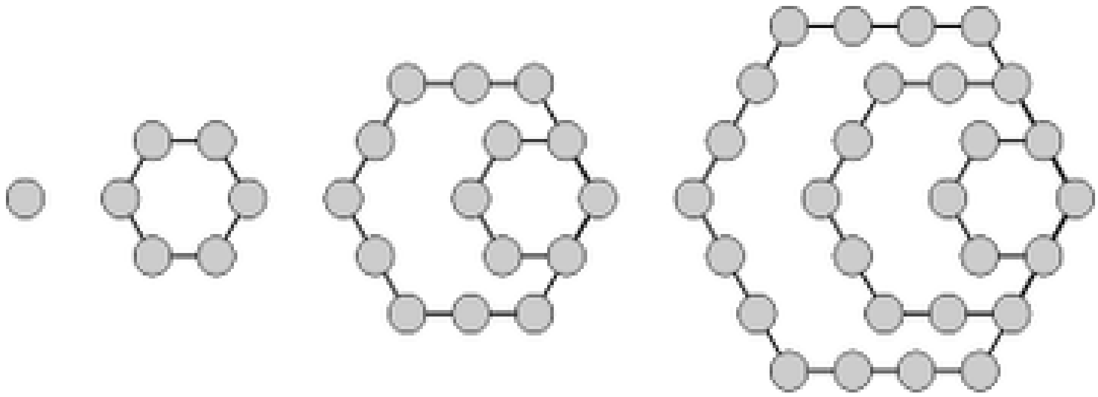
$\mathbf{4496_{10} = 2^{8} + 2^{7} + 2^{6} + 2^{5} + 2^{4} = 111110000_{2}}$

$\mathbf{8128_{10} = 2^{12} + 2^{11} + 2^{10} + 2^{9} + 2^{8} + 2^{7} + 2^{6} = 1111111000000}$ **.**

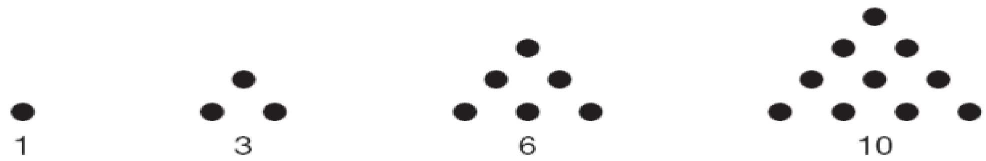
Shunday qilib, har bir juft mukammal son shunday ko‘rinishga ega.

Har bir juft mukammal son shuningdek amaliy sondir.

Va mukammal sonlar bir vaqtda ham olti burchakli, ham uchburchakli sonlar qatoriga ham kiradi.



Bu turdagi sonlar olti burchakli sonlar deyiladi. Aynan mukammal sonlarning birinchisi ham olti burchakli sonlar to‘plamining ichiga kiradi.



Bu turdagi sonlar uch burchakli sonlar deyiladi. Aynan mukammal sonlarning birinchisi ham olti burchakli sonlar to‘plamining ichiga kiradi.

Turli natijalar olingan bo‘lsa-da, toq mukammal raqamlar mavjudligi noma’lum. 1496-yilda Jak Lefevr Evklid qoidasi barcha mukammal sonlarni beradi, deb ta’kidladi, bu esa toq mukammal sonlar mavjud emasligini bildiradi. Eyler shunday dedi: „Bo‘lmasa … har qanday toq mukammal raqamlar bor — bu eng qiyin savol.“ Yaqinda Karl Pomerans evristik argumentni taqdim etdi, bu haqiqatan ham toq mukammal son mavjud bo‘lmasligi kerak. Barcha mukammal raqamlar ham Rudaning garmonik raqamlari bo‘lib, 1 dan boshqa hech qanday toq ma’dan garmonik raqamlari yo‘q deb taxmin qilingan. Toq mukammal sonlar haqida isbotlangan ko‘pgina xususiyatlar Dekart raqamlariga ham tegishli va Peys Nilsen bu raqamlarni etarli darajada o‘rganish toq mukammal raqamlar mavjud emasligini isbotlashga olib kelishi mumkinligini aytdi.

Har qanday toq mukammal *N* soni quyidagi shartlarga javob berishi kerak:

- N > 10 1500 .
- N ≡ 1 (mod 12) yoki N ≡ 117 (mod 468) yoki N ≡ 81 (mod 324) shaklida.
- N shaklga ega

Mukammal son deb, o‘zining bo‘luvchilari yig‘indisiga teng bo‘lgan natural songa aytiladi. Masalan, eng kichik mukammal son bu - 6 sonidir. Chunki u, o‘zining bo‘luvchilari yig‘indisiga teng: 6=3+2+1. Ikkinchi mukammal son bu - 28 bo‘ladi. Chunki, u ham o‘z bo‘luvchilarining yig‘indisiga teng: 28=14+7+4+2+1.

Natural sonlar son o‘qida kattalashib borishi yo‘nalishida, mukammal sonlar borgan sari kamayib boradi. Mukammal sonlarning cheksiz ekanligi hali isbotlanmagan. Mukammal sonlar o‘ziga xos ketma-ketlik yuzaga keltiradi. Ularning birinchi 5taligi aynan (6, 8, 6, 8, 6, 8, 6…..) kabi tugaydi.

6

28

496

8128

33550336

8589869056

137438691328

2305843008138952128

2658455991569831744654692615953842176

191561942608236107294793378084303638130997321548169

…

Yuqorida aytib o‘tilgan dastlabki ikkita mukammal son 6 va 28 dan keyingilari 496 va 8128 bo‘lib, ular mos ravishda: 496=124+62+31+16+8+4+2+1 va; 8128=4064+2032+1016+508+254+127+64+32+16+8+4+2+1 bo‘luvchilari yig‘indisidan iborat.

Hozirgacha aniqlangan mukammal sonlarning hammasi juft sonlardir. Shu paytgacha, hali birorta toq mukammal son aniqlanmadi. Lekin, toq mukammal sonlarning mavjud emasligi ham matematik isbotlanmagan.

p=2, 3, 5, 7 shartga mos keluvchi dastlabki to‘rtta mukammal sonni, ya’ni, 6, 28, 496 va 8182 mukammal sonlarini Geras shahridan bo‘lgan Nikomah (Nikomah Gerasskiy) ismli matematik o‘zining "Arifmetika" nomli kitobida bayon qilgan. Mukammal sonlar qatoridan beshinchisini, ya’ni, 33550336 sonini XV-asrda olmon matematigi Regiomontan topgan. XVI-asrda, Sheybl ismli yana bir olmon matematigi keyingi ikkita mukammal sonni, ya’ni, 8589869056 va 137438691328 ni aniqladi. Ular, p=17 va p=19 ga mos keladi. 1772-yilda Leonard Eylerning o‘zi p=31 ga mos keluvchi va tartib bo‘yicha sakkizinchi mukammal sonni hisoblab topgan. U 2305843008139952128 soni edi. 1883-yilda Rossiyalik oddiy qishloq matematika o‘qituvchisi Pervushin tomonidan p=37 ga mos keluvchi, to‘qqizinchi mukammal son aniqlangan.

Undan keyingi aniqlangan mukammal sonlarning barchasi kompyuterlar vositasida topilgan bo‘lib, ularni matematik usul bilan qo‘lda hisoblash har qanday o‘tkir zehnli matematik uchun ham murakkablik qiladi. Hozirda, 2018-yilning 1-aprel holatiga matematika fanida jami 50 ta shunday mukammal son aniqlangan bo‘lib, ularning barchasi juft sonlardir. Toq mukammal sonlarni qidirish ham davom etmoqda. Shunisi aniqki, agar, son o‘qida, basharti qayerdadir juda katta, ulkan toq mukammal son bo‘lsa ham, uning 101500 dan katta bo‘lishi tayin.

Hozirda, mukammal sonlarni izlash bilan maxsus loyiha qatnashchilari shug‘ullanmoqdalar. GIMPS deb nomlanuvchi ushbu loyiha o‘z saytida o‘z natijalarini e’lon qilib boradi. Ushbu loyiha ishtirokchilari 2008-yilda qiymati 107 dan katta bo‘lgan dastlabki mukammal sonni aniqlashgan. Va keyingi 108 va 109 sonlar topish uchun izlanmoqdalar. Lekin, bu zamonaviy eng kuchli superkompyuterlar uchun ham tish o‘tmaydigan vazifalar sirasiga kiradi. Bunday katta sonni topish uchun hozirgi eng kuchli kompyuterlar ham yillab uzluksiz ishlashi zarur bo‘ladi. Matematiklar yaqin kelajakda KVANT kompyuterining iste’molga kirib kelishi orqali ushbu masalalarni ham yechish imkoniyati yuzaga keladi deb umid qilmoqdalar. Hozirgi kunda aniqlangan eng katta mukammal son esa 243112609 - 1 ga teng bo‘lib, u 12978189 xonadan iborat.

Aynan shu kod orqali python orqali mukammal sonlarni topishimiz mumkin.

```
phyton
def isPrime(n):
    if n <= 1: return False
    if n == 2 or n == 3: return True
    for i in range(2, int(n**(1/2))+1):
        if (n%i == 0): return False
    return True
n = int(input())
if isPrime(n):
        print(pow(2, n-1)*(pow(2, n) - 1))
else:
    print("Kechirasiz n-tub sonni kiriting.")

```

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Nadis, Steve “Mathematicians Opens a New Front on an Ancient Number Problem”
2. Pickover, C “ Wonders of Numbers: Adventues in Mathematics, Mind, and Meaning” Oxford: Oxford University Press
3. Dicklen, L. E.. “History of the Theory of Numbers” Washington: Carnegie Institution of Washington.
4. Nielsen, Pace P. “Odd perfect numbers have at least nine distinct prime factors”.
5. O‘zbekiston Milliy Ensiklopediyasi. Toshkent 2020yil
6. *Roberts, T (2008). .” On the Form of on Odd Perfect Number Australian Mathematical Gazette*
7. Nielsen, Pace P. (2003). “An upper bound for odd perfect number”.