

ПРИЛОЖЕНИЯ МАТЕМАТИКИ В ЭКОНОМИКЕ

Keunimjaev M.K.

Ташкентский финансовый институт
Кафедра “Высшая и прикладная математика”

Keunimjaeff@gmail.com

Аннотация.

Экономические задачи достаточно сложны, и чтобы облегчить решения данных задач, существует такое понятие, как «производная». В своей работе я попытался объяснить и доказать, что производная действительно помогает решать различные экономические задачи.

Производная является одним из фундаментальных понятий в области математики. Производная в экономике имеет тесную связь с производственными задачами, предельным анализом и эластичностью функций.

Прямой экономический смысл производной заключается в том, что она выступает как скорость изменения определенного экономического процесса с течением времени или же по отношению к другому фактору, который исследуется. Многие законы, касающиеся производства и потребления, спроса и предложения, являются логическими следствиями математических формул.

В этой работе рассматриваются функции дохода, затраты, маржинальность и максимальные доходы.

Ключевые слова: скорость роста, маржинальность, функция прибыли, функция затрат.

Определение: Производной $y' = f'(x)$ данной функции $y = f(x)$ при данном x называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента при условии, что приращение аргумента стремится к нулю, если, конечно, этот предел существует, т.е. конечен. Таким образом

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

Пусть функция $Q(t)$ представляет количество продукции, произведенной за время t , найдите производительность в момент t_0 .

На интервале времени от t_0 до $t_0 + \Delta t$ количество произведенной продукции изменяется от значения $Q(t_0)$ до значения $Q(t_0 + \Delta t)$, т.е.

$$\Delta Q = Q(t_0 + \Delta t) - Q(t_0).$$

В этом случае средняя производительность труда находится

$$u_{cp.} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}.$$

Под производительностью труда в момент t_0 понимается предельное значение средней производительности труда на интервале времени от t_0 до $t_0 + \Delta t$ при $\Delta t \rightarrow 0$, т.е.

$$u(t_0) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} u_{cp.} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Таким образом, производительность труда – это **скорость роста** объема продукции.

Пример 1. Объем производства в течении времени t :

$$Q(t) = 25t^2 - \frac{2}{3}t^3$$

Определить производительность труда: 1) 2 ед. времени. 2) 10 ед. времени.

Решение: $u' = 50t - 2t^2$; 1) $u'(2) = 100 - 2 \cdot 2^2 = 92$;

2) $u'(10) = 50 \cdot 10 - 2 \cdot 10^2 = 300$.

Таким образом, такие величины, как предельная стоимость продукта, предел прибыли, предел производства, предел эффективности и предел спроса, тесно связаны с производной от функции.

В экономической теории принято обозначать маржинальные (предельные) величины $y'(x)$ в виде $M_y(x)$. Здесь M обозначает первую букву слова маржинальность и означает предел.

Если фирма производит Q -объем продукции и продает ее за P -сумму, то ее доход составит $R = PQ$.

Когда объем производства фирмы изменяется на величину ΔQ , ее доход изменяется со скоростью

$$MR = \frac{dR(Q)}{dQ}.$$

В этом случае MR называется маржинальным (предельным) доходом.

Пример 2. Прибыль фирмы определен следующей функцией

$$R = 30Q - \frac{3}{2}Q^2$$

Вычислить маржинальный прибыль фирмы когда $Q = 8$.

Решение. Значит,

$$MR = \frac{dR(Q)}{dQ} = 30 - 3Q$$

$$MR = 30 - 24 = 6.$$

Скорость изменения функции затрат в зависимости от изменения объема производства называется маржинальным (предельными) затратам и определяется следующим образом:

$$MC = \frac{dC(Q)}{dQ}$$

Функция среднего затрата

$$AC = \frac{C(Q)}{Q}.$$

Пример 3. Если задано функция среднего затрата, то определить функцию маржинального затрата

$$AC = \frac{24}{Q} + 15 + 3Q.$$

Решение.

$$C(Q) = AC \cdot Q = \left(\frac{24}{Q} + 15 + 3Q \right) Q = 24 + 15Q + 3Q^2,$$

$$MC = \frac{dC(Q)}{dQ} = 15 + 6Q$$

Пример 4. $R(Q) = \frac{Q^3}{3} + 200Q$ функция прибыли в зависимости от количества проданных продукции Q . Функция расходов при производстве товара определен функцией $C(Q) = 15Q^2$. Вычислить максимальную прибыль.

Решение. Функция прибыли $F(Q)$ определяется формулой $F(Q) = R(Q) - C(Q)$. От заданных нам информации определяем функцию прибыли $F(Q) = \frac{Q^3}{3} - 15Q^2 + 200Q$. Находим производную от функции прибыли F по Q :

$$F'(Q) = Q^2 - 30Q + 200$$

Составляем уравнение приравняв к нулю производную функцию дохода

$$Q^2 - 30Q + 200 = 0$$

Решая квадратное уравнение находим $Q_1 = 10$, $Q_2 = 20$. Вычисляем значения функции $F(Q_1) = 833,34$ и $F(Q_2) = 666,67$. Значит $F_{\max} = 833,34$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Общий смысл производной можно сформулировать следующим образом: она выступает как скорость изменения определенного экономического процесса с течением времени или в сравнении с другим исследуемым фактором.

В целях исследования, наиболее эффективным является использование производной в предельном анализе. Она помогает выявить такие величины, как предельные издержки, предельная выручка, предельная производительность труда или другие факторы производства.

Наиболее широкое применение производная находит в экономической теории. Прямыми следствиями математических законов являются многие, в том числе базовые, законы теории производства и потребления. Например, можно рассмотреть интересующую экономическую интерпретацию теоремы Ферма, выпуклости функции и т.д..

С помощью знания производной можно решать множество задач, которые касаются экономической теории.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Xashimov A.R., Babadjanov Sh.Sh., Xujaniyozova G.S. Т.: “Iqtisod-moliya”, 2019. 572 b.
2. Sotvoldiyev A.I., Yuldashev S.A. Matematik modellashtirish va matematik model qurish metodlari. Pedagog respublika ilmiy jurnali. Uzbekistan. 2023. 5-son. 44-50 betlar. <https://bestpublication.org/index.php/pedg/article/view/2985>
3. Sotvoldiyev A.I. Kobb-Duglas ishlab chiqarish funksiyasi haqida. Journal of New Century Innovations. Uzbekistan. 2023. Vol. 34, Issue 1. pp. 102-105. <https://www.newjournal.org/index.php/new/article/view/8408>

4. Yuldashev S.A. Yuqori tartibli differensial tenglamalarni o‘qitish metodikasi. O‘zbekistonda fanlararo innovatsiyalar va ilmiy tadqiqotlar jurnali. Uzbekistan. 2023. 18-son. 1348-1354 betlar. <https://bestpublication.org/index.php/ozf/article/view/5534>
5. Ostonaqulov. D.I. Aniqmas integral va uning ba’zi iqtisodiy tatbiqlari. Journal of New Century Innovations, 34(1), 2023. 106–112. Retrieved from <http://www.newjournal.org/index.php/new/article/view/8409>
6. Yuldashev Sanjarbek Arslon o‘g‘li. (2023). Moliyaviy ehtimollar nazariyasi. Ta’lim innovatsiyasi va integratsiyasi, 5(1), 66–68. Retrieved from <http://web.journal.ru/index.php/ilmiy/article/view/532>
7. Yuldashev Sanjarbek Arslon o‘g‘li. (2023). Application of theory of probability in solving economic problems. Galaxy International Interdisciplinary Research Journal, 11(10), 358–362. Retrieved from <https://internationaljournals.co.in/index.php/giirj/article/view/4491>
8. Yuldashev Sanjarbek Arslon o‘g‘li. (2023). The Solution of Economic Tasks with the Help of Probability Theory. Texas Journal of Engineering and Technology, 26, 26-29. Retrieved from <https://zienjournals.com/index.php/tjet/article/view/4654>
9. Gafurjan Ibragimov, Omongul Egamberganova, Idham Arif Alias and Shraavan Luckraz. On some new results in a pursuit differential game with many pursuers and one evader. AIMS Mathematics, 8(3): 6581-6589. <http://www.aimspress.com/journal/Math>
10. Azatova S.N Tenglamalarni yechishga o‘rgatishda o‘quvchilarda tartibga solish universal o‘quv harakatlarini shakllantirish haqida. Муаллим ҳам узликсиз билимлендирийў jurnali Uzbekistan. 2023. 173-178 betlar
11. Omonov Sherzod Shavkat o‘g‘li. (2023). Integration of kaup’s loaded border system in the class of periodic functions. Spectrum Journal of Innovation, Reforms and Development, 21, 1-6. Retrieved from <https://sjird.journalspark.org/index.php/sjird/article/view/806>
12. Omonov Sherzod Shavkat o‘g‘li. (2023). Integration of the nonlinear modified kortevge-de fries equation loaded in the class of periodic functions. Web of Technology: Multidimensional Research Journal, 1(8), 16–20. Retrieved from <https://webofjournals.com/index.php/4/article/view/353> Wire Insights: Journal of Innovation Insights Volume 1, Issue 7, December 2023 ISSN (E): 2810-6458 Website: <https://academiaone.org/index.php/725>
13. Yuldashev Sanjarbek Arslon o‘g‘li. (2023). Chiziqli tenglamalar sistemasini iqtisodga tatbiq qilingan masalalarini microsoft excel yordamida yechish. PEDAGOGS, 46(1), 27-31. Retrieved from <http://pedagogs.uz/index.php/ped/article/view/75>
14. Yuldashev Sanjarbek Arslon o‘g‘li, Azatova Sevara Nematjon qizi, Probability Theory in Financial. Journal of Innovation Insights, Volume 1, Issue 7, December 2023 ISSN (E): 2810-6458, <https://academiaone.org/index.php/7>
15. Жалалова Н.А., Азатова С.Н. К. Эффективные методики преподавания математики в средней школе //Вестник науки и образования. 2020. №. 6-2 (84). С. 28-30.
16. Sharipov A., Keunimjaev M. Existence and Uniqueness of Polyhedra with Given Values of the Conditional Curvature //International Electronic Journal of Geometry. 2023. Т. 16. №. 1. С. 160-170.
17. Sharipov A., Keunimjaev M. Existence and Uniqueness of Polyhedra with Given Values of the Conditional Curvature at the Vertices. 2023. <https://doi.org/10.36890/iejg.1246589>
18. Шарипов А.С., Кеунимжаев М. К. Об инвариантах поверхностей, изометричных по сечениям // Теория управления и математическое моделирование. 2022. С. 255-258. <https://doi.org/10.13189/ms.2023.110306>

19. Sotvoldiev A.I., Ostonakulov D. I. Mathematical models in economics // Spectrum Journal of Innovation, Reforms and Development. 2023. T. 17. pp. 115-119.
20. Sotvoldiyev A.I. et al. Mathematics of economic processes nature and methods of modeling // Science and Education. 2023. T. 4. №. 3. pp. 829-835.
21. Sotvoldiyev A.I., Xidirov N.G. Dinamik modellarni iqtisodiyotda qo‘llanilishi // Science and Education. 2022. T. 3. №. 3. 1128-1137 betlar.
22. Sotvoldiyev A.I., Ostonaqulov D.I. About Game Theory And Types Of Games // Texas Journal of Engineering and Technology. 2023. T. 23. pp. 11-13.
23. Ostonaqulov D.I. Integration and applications in economic dynamics // Open Herald: Periodical of Methodical Research. 2023. T. 1. №. 4. pp. 9-14.
24. Bakirov S.D. The financial efficiency through automation // Zamonaviy fan, ta’lim va ishlab chiqarish muammolarining innovatsion yechimlari. 2023. T. 10. 36-38 betlar.
25. Bakirov S.D. The financial efficiency through automation // Ta’lim va innovatsion tadqiqotlar. 2023. T. 11. 5-7 betlar.
26. Bakirov S.D. The risk assessment and management. journal of economy, tourism and service. 2023. 2(11), 45-50.
27. Bakirov S.D. Enhancing decision-making and risk management // Online-conferences. Platform. 2023. pp. 92-93.
28. Bakirov S.D. Koordinatalarni almashtirish. ikkinchi tartibli chiziqlar klassifikatsiyasi va ularni kanonik ko‘rinishga keltirish // Journal of new century innovations. 2023. T. 29. №. 4. 94-99 betlar.