

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ЭКОНОМИКЕ

*Кеунимжаев М.К.*

*E-mail: keunimjaeff@gmail.com*

*Ташкентский финансовый институт*

*Кафедра “Высшей и прикладной математики”*

Аннотация. Математика тесно взаимосвязана с другими областями науки. Она представляет собой инструмент, с помощью которого мы можем исследовать, анализировать и решать задачи в физике, химии, экономике и др. Целью моей работы было изучение примеров экономических задач с применением математических методов. Основными задачами было построение математических моделей различных типов. В процессе работы я стремился выявить роль математики в экономической науке, используя разнообразные математические функции при решении задач. Работа разделена на две части: в первой рассматриваются теоретические аспекты математических моделей в экономике, во второй представлены конкретные примеры различных задач.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, экономика, модель, линейная зависимость.

### **1. Экономико-математическая модель**

Экономико-математическая модель представляет собой выражение экономической абстракции в формально-математических терминах, где логическая структура определяется объективными свойствами описываемых объектов и субъективным целевым фактором исследования. Процесс создания моделей называется моделированием, и важен вопрос о применимости модели, который решается путем сравнения с оригиналом.

Положительные результаты сравнения указывают на использование модели, в противном случае разрабатывается новая модель. Модели бывают материальными, например, макетами, или идеальными, чаще всего знаковыми. Математическое моделирование рассматривается как знаковое моделирование. [1-4].

### **2. Применение экономико-математических моделей**

В современной практике линейное программирование представляет собой один из наиболее распространенных инструментов математической теории оптимального принятия решений. Существует сложное программное обеспечение для эффективного и надежного решения больших практических задач линейного программирования. Овладение этим инструментом необходимо для специалистов в области прикладной математики.

Линейное программирование как наука занимается методами поиска наибольших и наименьших значений линейной функции с линейными ограничениями на неизвестные. Такие задачи сводятся к нахождению условного экстремума функции. Методы разделяются на универсальные, предназначенные для решения любых задач линейного программирования (ЗЛП), и специальные, учитывающие особенности конкретной модели задачи, целевой функции и

системы ограничений.

Особенностью задач линейного программирования является достижение экстремума целевой функции на границе области допустимых решений, в отличие от классических методов дифференциального исчисления, которые связаны с поиском экстремумов во внутренних точках области допустимых значений. Это требует разработки новых методов.

Линейное программирование является широко используемым методом оптимизации и применяется в различных задачах, таких как рациональное использование ресурсов, оптимальный раскрой, планирование производства, размещение и концентрация производства, оптимизация транспортных задач, управление запасами и другие сферы оптимального планирования.

Это важная часть математического программирования, которое является основным разделом современной математики. Задачи этого раздела обычно формулируются как часть общей задачи оптимизации.

**Задача 1.** Небольшая мебельная фирма производит книжные шкафы и письменные столы. На изготовление одного книжного шкафа расходуются 1,5 м<sup>2</sup> сосновых досок стандартного сечения, 1 м<sup>2</sup> берёзовых досок и 3 человеко-часа рабочего времени. Аналогичные данные для письменного стола даются цифрами: 1 м<sup>2</sup> сосновых досок; 1 м<sup>2</sup> берёзовых досок и 6 человеко-часов. Прибыль от реализации одного книжного шкафа составляет 900 сум, а письменного стола 1200 сум. В течение одного месяца в распоряжении фирмы имеются: 120 м<sup>2</sup> сосновых досок, 100 м<sup>2</sup> берёзовых досок и 540 человеко-часов рабочего времени. В каких количествах следует ежемесячно выпускать книжные шкафы и столы, чтобы ожидаемая месячная прибыль была максимальной? Какова эта прибыль?

**Решение.** Обозначим через  $x_1$  число книжных шкафов, а через  $x_2$  число письменных столов, выпускаемых фирмой ежемесячно. Заданы ограничения:

$$1,5x_1 + x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 100$$

$$3x_1 + 6x_2 \leq 540$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

Уравнение прибыли:

$$z = 900x_1 + 1200x_2$$

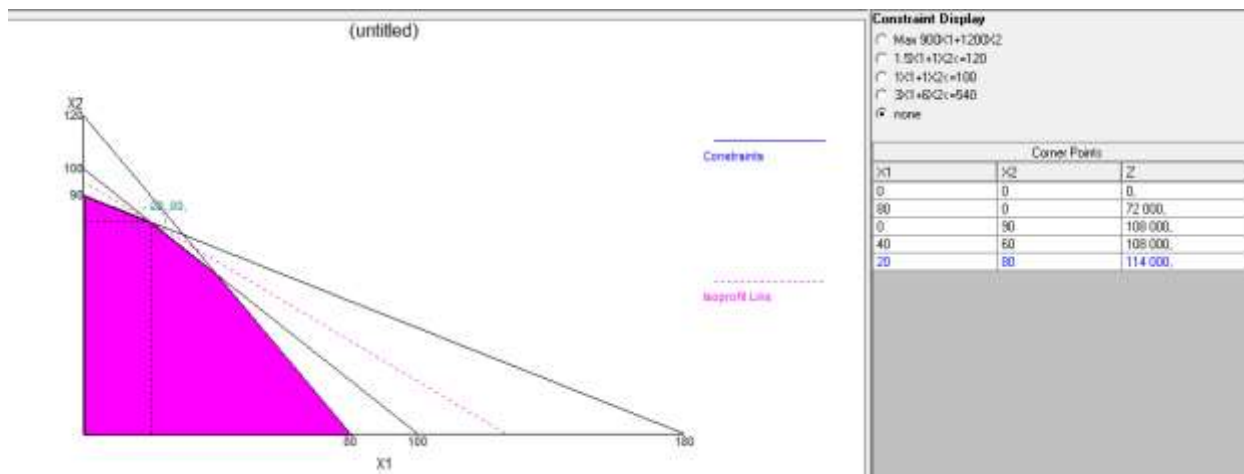
Получим задачу линейного программирования:

$$\begin{cases} 1,5x_1 + x_2 \leq 120 \\ x_1 + x_2 \leq 100 \\ 3x_1 + 6x_2 \leq 540 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

$$z = 900x_1 + 1200x_2 \rightarrow \max$$

Решим её графически:



Точкой максимума будет точка В, найдем координаты:

$$\begin{cases} 1,5x_1 + x_2 \leq 120 \\ 3x_1 + 6x_2 \leq 540 \end{cases}$$

$$x_1 = 20, \quad x_2 = 80$$

$$z = 900 \cdot 20 + 1200 \cdot 80 = 114000$$

**Ответ:** 20; 80; 114000.

## 2. Линейная зависимость

Линейная модель – модель, отражающая состояние или функционирование системы так, что все взаимосвязи в ней предполагаются линейными. Соответственно, она может быть выражена в виде одного линейного уравнения или системы линейных уравнений. Рассмотрим задачу.

Задача себестоимости. Пусть  $C$  – себестоимость товара количеством  $x$ , расходы которые зависят от выпуска продукции (расходы первой группы) обозначим  $k$ , а постоянные расходы (расходы второй группы) –  $b$ . Функция себестоимости выглядит следующим образом:  $C = kx + b$  [3].

В экономических расчетах используют уравнение прямой, проходящей через две точки:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

где  $(x_1; y_1)$  – координаты первой точки,  $(x_2; y_2)$  – координаты второй точки.

**Задача 2.** Перевозка лесоматериала по железной дороге со станции Ташкент до станции Гулистан (расстояние 150 км) стоит 44 сум, а до станции Самарканд (расстояние 505 км) – 105 сум. Определить стоимость перевозки такого же объема материала до станции Бухара (472 км) и Жиззах (434 км).

**Решение.** Стоимость перевозки до станции Самарканд больше, чем до станции Гулистан на  $(105-44)$  сум, а расстояние больше на  $(505-150)$  км. Пусть перевозка такого же груза на  $x$  км стоит  $y$  сум. Это дороже, чем до 15 станции Гулистан, на  $(y-44)$  сум и дальше на  $(x-150)$  км. Получаем пропорцию:

$$\frac{x - 150}{505 - 150} = \frac{y - 44}{105 - 44}$$

Следовательно  $y = 0,172x + 18,2$

Найдем стоимость перевозки до станции Жиззах:

$$y = 0,172 \cdot 434 + 18,2 = 92,55$$

Стоимость перевозки до Бухара:

$$y = 0,172 \cdot 472 + 18,2 = 99,38$$

**Ответ:** 92,55 сум; 99,38 сум.

### 3. Использование дифференциального исчисления в экономике

Дифференциальное исчисление – математический аппарат, который помогает изучить величину, записываемую в виде функции. В экономике (задачах) очень часто требуется найти оптимальное значение какого-нибудь показателя (наибольшую производительность, максимальную прибыль, минимальные издержки). Нахождение оптимального значения показателя сводится к нахождению экстремума (максимума или минимума) функции.

**Задача 3.** Предприятие производит  $x$  – единиц продукции в месяц и реализует его по цене  $P = 25 - \frac{1}{30}x$ . Суммарные издержки производства

составляют:  $K = \frac{1}{15}x^2 + 5x + 300$ . Определите, при каком объеме производства прибыль предприятия будем максимальной.

**Решение.** Прибыль ( $\Pi$ ) – будет находиться по формуле выручка минус издержки, где выручка равна  $P \cdot x$ . Значит, прибыль равна:

$$\Pi = P \cdot x - K, \quad \Pi = 25x - \frac{1}{30}x^2 - \frac{1}{15}x^2 - 5x - 300.$$

Найдем производную этой функции:  $\Pi' = -0,2x + 20$ .

При  $x = 100$  производная обращается в нуль. Значит при  $x = 100$  – критическая точка. Исследуем ее. Вычислим значение в критической точке.

$$\Pi = -1000 + 2000 - 300 = 700$$

**Ответ:** 700.

### Заключение

Математические методы представляют собой ключевой инструмент анализа экономических явлений и процессов, что позволяет отразить существующие взаимосвязи в экономической жизни. Знания в области математики помогают мне более глубоко рассматривать экономические задачи. В ходе работы было ясно продемонстрировано, что математический аппарат существенно облегчает исследование экономических проблем. Я ознакомился с несколькими математическими инструментами, используемыми для решения задач в экономике. Построение моделей для решения задач было увлекательным и интересным процессом. Математика существенно упрощает решение экономических задач.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Xashimov A.R., Babadjanov Sh.Sh., Xujaniyozova G.S. T.: “Iqtisod-moliya”, 2019. 572 b.

2. Sotvoldiyev A.I., Yuldashev S.A. Matematik modellashtirish va matematik model qurish metodlari. Pedagog respublika ilmiy jurnali. Uzbekistan. 2023. 5-son. 44-50 betlar. <https://bestpublication.org/index.php/pedg/article/view/2985>
3. Sotvoldiyev A.I. Kobb-Duglas ishlab chiqarish funksiyasi haqida. Journal of New Century Innovations. Uzbekistan. 2023. Vol. 34, Issue 1. pp. 102-105. <https://www.newjournal.org/index.php/new/article/view/8408>
4. Yuldashev S.A. Yuqori tartibli differensial tenglamalarni o'qitish metodikasi. O'zbekistonda fanlararo innovatsiyalar va ilmiy tadqiqotlar jurnali. Uzbekistan. 2023. 18-son. 1348-1354 betlar. <https://bestpublication.org/index.php/ozf/article/view/5534>
5. Ostonaqulov. D.I. Aniqmas integral va uning ba'zi iqtisodiy tatbiqlari. Journal of New Century Innovations, 34(1), 2023. 106–112. Retrieved from <http://www.newjournal.org/index.php/new/article/view/8409>
6. Yuldashev Sanjarbek Arslon o'g'li. (2023). Moliyaviy ehtimollar nazariyasi. Ta'lim innovatsiyasi va integratsiyasi, 5(1), 66–68. Retrieved from <http://web.journal.ru/index.php/ilmiy/article/view/532>
7. Yuldashev Sanjarbek Arslon o'g'li. (2023). Application of theory of probability in solving economic problems. Galaxy International Interdisciplinary Research Journal, 11(10), 358–362. Retrieved from <https://internationaljournals.co.in/index.php/giirj/article/view/4491>
8. Yuldashev Sanjarbek Arslon o'g'li. (2023). The Solution of Economic Tasks with the Help of Probability Theory. Texas Journal of Engineering and Technology, 26, 26-29. Retrieved from <https://zienjournals.com/index.php/tjet/article/view/4654>
9. Gafurjan Ibragimov, Omongul Egamberganova, Idham Arif Alias and Shravan Luckraz. On some new results in a pursuit differential game with many pursuers and one evader. AIMS Mathematics, 8(3): 6581-6589. <http://www.aimspress.com/journal/Math>
10. Azatova S.N Tenglamalarni yechishga o'rgatishda o'quvchilarda tartibga solish universal o'quv harakatlarini shakllantirish haqida. Муаллим ҳам узликсиз билимлендириў jurnali Uzbekistan. 2023. 173-178 betlar
11. Omonov Sherzod Shavkat o'g'li. (2023). Integration of kaup's loaded border system in the class of periodic functions. Spectrum Journal of Innovation, Reforms and Development, 21, 1-6. Retrieved from <https://sjird.journalspark.org/index.php/sjird/article/view/806>
12. Omonov Sherzod Shavkat o'g'li. (2023). Integration of the nonlinear modified kortevveg-de fries equation loaded in the class of periodic functions. Web of Technology: Multidimensional Research Journal, 1(8), 16–20. Retrieved from <https://webofjournals.com/index.php/4/article/view/353> Wire Insights: Journal of Innovation Insights Volume 1, Issue 7, December 2023 ISSN (E): 2810-6458 Website: <https://academiaone.org/index.php/725>
13. Yuldashev Sanjarbek Arslon o'g'li. (2023). Chiziqli tenglamalar sistemasini iqtisodga tadbiq qilingan masalalarini microsoft excel yordamida yechish. PEDAGOGS, 46(1), 27-31. Retrieved from <http://pedagogs.uz/index.php/ped/article/view/75>

14. Yuldashev Sanjarbek Arslon o'g'li, Azatova Sevara Nematjon qizi, Probability Theory in Financial. Journal of Innovation Insights, Volume 1, Issue 7, December 2023 ISSN (E): 2810-6458, <https://academiaone.org/index.php/7>
15. Жалалова Н.А., Азатова С.Н. К. Эффективные методики преподавания математики в средней школе // Вестник науки и образования. 2020. №. 6-2 (84). С. 28-30.
16. Sharipov A., Keunimjaev M. Existence and Uniqueness of Polyhedra with Given Values of the Conditional Curvature // International Electronic Journal of Geometry. 2023. Т. 16. №. 1. С. 160-170.
17. Sharipov A., Keunimjaev M. Existence and Uniqueness of Polyhedra with Given Values of the Conditional Curvature at the Vertices. 2023. <https://doi.org/10.36890/iejg.1246589>
18. Шарипов А.С., Кеунимжаев М. К. Об инвариантах поверхностей, изометричных по сечениям // Теория управления и математическое моделирование. 2022. С. 255-258. <https://doi.org/10.13189/ms.2023.110306>
19. Sotvoldiev A.I., Ostonakulov D. I. Mathematical models in economics // Spectrum Journal of Innovation, Reforms and Development. 2023. Т. 17. pp. 115-119.
20. Sotvoldiyev A.I. et al. Mathematics of economic processes nature and methods of modeling // Science and Education. 2023. Т. 4. №. 3. pp. 829-835.
21. Sotvoldiyev A.I., Xidirov N.G. Dinamik modellarni iqtisodiyotda qo'llanilishi // Science and Education. 2022. Т. 3. №. 3. 1128-1137 betlar.
22. Sotvoldiyev A.I., Ostonaqulov D.I. About Game Theory And Types Of Games // Texas Journal of Engineering and Technology. 2023. Т. 23. pp. 11-13.
23. Ostonaqulov D.I. Integration and applications in economic dynamics // Open Herald: Periodical of Methodical Research. 2023. Т. 1. №. 4. pp. 9-14.
24. Bakirov S.D. The financial efficiency through automation // Zamonaviy fan, ta'lim va ishlab chiqarish muammolarining innovatsion yechimlari. 2023. Т. 10. 36-38 betlar.
25. Bakirov S.D. The financial efficiency through automation // Ta'lim va innovatsion tadqiqotlar. 2023. Т. 11. 5-7 betlar.
26. Bakirov S.D. The risk assessment and management. journal of economy, tourism and service. 2023. 2(11), 45-50.
27. Bakirov S.D. Enhancing decision-making and risk management // Online-conferences. Platform. 2023. pp. 92-93.
28. Bakirov S.D. Koordinatalarni almashtirish. ikkinchi tartibli chiziqlar klassifikatsiyasi va ularni kanonik ko'rinishga keltirish // Journal of new century innovations. 2023. Т. 29. №. 4. 94-99 betlar.