ОПИСАНИЕ КЛАССА СУБЪЕКТИВНЫХ КВАДРАТИЧНЫХ ОПЕРАТОРОВ В МАЛОМЕРНОМ СИМПЛЕКСЕ

Мейлиева Хабибулло Жамолович
Каршинский институт ирригации и агротехнологий национального исследовательского университета "ТИИИМСХ";
Шоимова Баходир Сайфулло ўғли
Университет Экономики и Педагогики
Доцент кафедры общеметодических наук
Бозорова Мурот Нашвандович
Университет Экономики и Педагогики
Доцент кафедры общеметодических наук
E-mail: **boxodir1@bk.ru**

Аннотация: Любой сюрьективный квадратичный оператор определенный на симплексе S^3, соответствует некоторому само совмещению $\pi_l, l=\overline{1,24}$. Квадратичный оператор, определенный на симплексе S^3, сюрьективен тогда и только тогда, когда он биективен.

Ключевые слова. сюрьективный, квадратичный, оператор, симплекс, гомеоморфизмом. биективен.. само совмещения, тетраэдр, преобразования, группа, вершина, перемещение, выпуклая, линейная, комбинация, композициея.

DESCRIPTION OF A CLASS OF SUBJECTIVE QUADRATIC OPERATORS IN SMALL DIMENSION SIMPLEX

Annotation: Any surjective quadratic operator defined on simplex S^3 corresponds to some self-combination $\pi_l, l=\overline{1,24}$. A quadratic operator defined on simplex S^3 is surjective if and only if it is bijective.

Key words: surjective, quadratic, operator, simplex, homeomorphism. bijective.. self-combination, tetrahedron, transformation, group, vertex, movement, convex, linear, combination, composition.

KICHIK O'LCHIMLI SIMPLEKSDA SUYEKTİV KVADRATIK OPERATORNING SINFI TAVSIFI

В статье исследуются следующие задачи, связанные с изучением сюръективных квадратичных операторов: $V(S^{n-1}) = S^{n-1}$ где S^{n-1} симплекс и V-квадратичный оператор, определенный на S^{n-1}. На $S^3 = \left\{(x_1, x_2, x_3, x_4) : x_l \geq 0, \ \ l=\overline{1,4}; \sum_{l=1}^{4} x_l = 1\right\}$ произвольный квадратичный оператор V, заданный следующим образом

$$(Vx)_k = \sum_{l,j=1}^{4} P_{lj,k}\, x_l x_j,\ \ k=\overline{1,4} \tag{1}$$

где $P_{l\,j,k} \geq 0,\ P_{l\,j,k} = P_{j\,l,k},\quad \sum_{l,j=1}^{4} P_{l\,j,k} = 1.$

Однозначно определяется следующей матрицей

$$\left[\begin{array}{cccc|cccccc} P_{11,1} & P_{22,1} & P_{33,1} & P_{44,1} & P_{12,1} & P_{13,1} & P_{14,1} & P_{23,1} & P_{24,1} & P_{34,1} \\ P_{11,2} & P_{22,2} & P_{33,2} & P_{44,2} & P_{12,2} & P_{13,2} & P_{14,2} & P_{23,2} & P_{24,2} & P_{34,2} \\ P_{11,3} & P_{22,3} & P_{33,3} & P_{44,3} & P_{12,3} & P_{13,3} & P_{14,3} & P_{23,3} & P_{24,3} & P_{34,3} \\ P_{11,4} & P_{22,4} & P_{33,4} & P_{44,4} & P_{12,4} & P_{13,4} & P_{14,4} & P_{23,4} & P_{24,4} & P_{34,4} \end{array}\right] \text{ где } 0 \leq p_{l\,j,k} \leq 1.$$

Мы определим 24 класса сюрьективных квадратичных операторов и докажем, что они исчерпывают все множество сюрьективных квадратичных операторов. Для описания этих классов воспользуемся хорошо известными группами само совмещений правильных многогранников [1], так как S^3 является правильным тетраэдром.

Заметим, что под само совмещением понимается перемещение, т.е. преобразование, сохраняющее метрику. Группа само совмещений тетраэдра в R^3 состоит из 12 элементов. Но мы рассматриваем симплекс в R^4 тогда несложно показать, что группа само совмещений тетраэдра, G в R^4 состоит из группы всех перестановок вершин этого тетраэдра т.е. $G = \{\pi_l\}_{l=1}^{24}$

Будем говорить, что квадратичный оператор V, определенный на симплексе S^3, соответствует некоторому само совмещению π_l, если V переводит вершины симплекса S^3 в вершины и ребра симплекса в ребра таким же образом, как само совмещение $\pi_l, l=\overline{1,24}$.

1.Сюрьективный квадратичный оператор

Докажем, что любой сюрьективный квадратичный оператор соответствует некоторому само совмещению.

Теорема 1. Любой сюрьективный квадратичный оператор, определенный на симплексе S^3, соответствует некоторому само совмещению $\pi_l, l=\overline{1,24}$.

Доказательство теоремы 1 сведем к доказательству следующих трех лемм.

Лемма 1. Пусть V-сюрьективный квадратичный оператор. Тогда никакая внутренняя точка симплекса S^3 не может перейти при отображении V в одну из вершин симплекса.

Доказательство. Пусть $A=(x_1,x_2,x_3,x_4) \in IntS^3$ и $V(A)=A_l$ для некоторого $l=1,2,3,4$ где A_l вершины. Рассмотрим случай $l=1$ (остальные случаи рассматриваются точно так же). Из равенства $V(A)=A_l$ следует, что

$$\begin{aligned}
1 &= a_1x_1^2 + b_1x_2^2 + c_1x_3^2 + d_1x_4^2 + 2\alpha_1x_1x_2 + 2\beta_1x_1x_3 + 2\gamma_1x_1x_4 + 2\xi_1x_2x_3 + 2\eta_1x_2x_4 + 2\delta_1x_3x_4 \\
0 &= a_2x_1^2 + b_2x_2^2 + c_2x_3^2 + d_2x_4^2 + 2\alpha_2x_1x_2 + 2\beta_2x_1x_3 + 2\gamma_2x_1x_4 + 2\xi_2x_2x_3 + 2\eta_2x_2x_4 + 2\delta_2x_3x_4 \\
0 &= a_3x_1^2 + b_3x_2^2 + c_3x_3^2 + d_3x_4^2 + 2\alpha_3x_1x_2 + 2\beta_3x_1x_3 + 2\gamma_3x_1x_4 + 2\xi_3x_2x_3 + 2\eta_3x_2x_4 + 2\delta_3x_3x_4 \\
0 &= a_4x_1^2 + b_4x_2^2 + c_4x_3^2 + d_4x_4^2 + 2\alpha_4x_1x_2 + 2\beta_4x_1x_3 + 2\gamma_4x_1x_4 + 2\xi_4x_2x_3 + 2\eta_4x_2x_4 + 2\delta_4x_3x_4
\end{aligned}$$ и

т.к. $x_1x_2x_3x_4 > 0$, то отсюда следует, что

$$\alpha_1 = b_1 = c_1 = d_1 = \alpha_1 = \beta_1 = \gamma_1 = \xi_1 = \eta_1 = \delta_1 = 1$$

$$\alpha_l = b_l = c_l = d_l = \alpha_l = \beta_l = \gamma_l = \xi_l = \eta_l = \delta_l = 0 \quad l = 2,3,4$$

Тогда для любой точки $A \in S^3$, $V(A) = A_1$, т.е. $V(S^3) = A_1$ что противоречит его сюрьективности.

Лемма 2. Пусть V сюрьективный квадратичный оператор. Тогда никакая внутренняя точка симплекса S^3 не может перейти при перемещение V в граничную точку симплекса.

Доказательство. Пусть $A = (x_1, x_2, x_3, x_4) \in IntS^3$, т.е. $x_1x_2x_3x_4 > 0$.

Положим для определенности, что $V(A) \in [A_3, A_4]$ тогда из равенства

$$\begin{aligned}
x_1' &= 0 = \alpha_1x_1^2 + b_1x_2^2 + c_1x_3^2 + d_1x_4^2 + 2\alpha_1x_1x_2 + 2\beta_1x_1x_3 + 2\gamma_1x_1x_4 + 2\xi_1x_2x_3 + 2\eta_1x_2x_4 + 2\delta_1x_3x_4 \\
x_2' &= 0 = \alpha_2x_1^2 + b_2x_2^2 + c_2x_3^2 + d_2x_4^2 + 2\alpha_2x_1x_2 + 2\beta_2x_1x_3 + 2\gamma_2x_1x_4 + 2\xi_2x_2x_3 + 2\eta_2x_2x_4 + 2\delta_2x_3x_4
\end{aligned}$$

следует, что

$$a_1 = b_1 = c_1 = d_1 = \alpha_1 = \beta_1 = \gamma_1 = \xi_1 = \eta_1 = \delta_1 = 0$$

$$a_2 = b_2 = c_2 = d_2 = \alpha_2 = \beta_2 = \gamma_2 = \xi_2 = \eta_2 = \delta_2 = 0$$

Тогда для любой точки $A \in S^3$ получим $V(A) \in [A_3, A_4]$ т.е. $V(S^3) \in [A_3, A_4]$, что противоречит сюрьективности.

Лемма 3. Пусть V- сурьективный квадратичный оператор. Тогда никакая граничная точка, отличная от вершин, не может перейти при отображении V в одну из вершин симплекса.

Доказательство. Пусть $A = (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \partial S^3$, $A \neq A_l$, $l = 1,2,3,4$ и предложим для определенности $A \in [A_1, A_4]$. Мы должны доказать, что $V(A) \neq A_l$, $l = 1,2,3,4$. Предложим противное и пусть для определенности $V(A) = A_1$. Тогда

$$\begin{aligned}
1 &= \alpha_1x_1^2 + b_1x_2^2 + c_1x_3^2 + d_1x_4^2 + 2\alpha_1x_1x_2 + 2\beta_1x_1x_3 + 2\gamma_1x_1x_4 + 2\xi_1x_2x_3 + 2\eta_1x_2x_4 + 2\delta_1x_3x_4 \\
0 &= \alpha_2x_1^2 + b_2x_2^2 + c_2x_3^2 + d_2x_4^2 + 2\alpha_2x_1x_2 + 2\beta_2x_1x_3 + 2\gamma_2x_1x_4 + 2\xi_2x_2x_3 + 2\eta_2x_2x_4 + 2\delta_2x_3x_4 \\
0 &= \alpha_3x_1^2 + b_3x_2^2 + c_3x_3^2 + d_3x_4^2 + 2\alpha_3x_1x_2 + 2\beta_3x_1x_3 + 2\gamma_3x_1x_4 + 2\xi_3x_2x_3 + 2\eta_3x_2x_4 + 2\delta_3x_3x_4 \\
0 &= \alpha_4x_1^2 + b_4x_2^2 + c_4x_3^2 + d_4x_4^2 + 2\alpha_4x_1x_2 + 2\beta_4x_1x_3 + 2\gamma_4x_1x_4 + 2\xi_4x_2x_3 + 2\eta_4x_2x_4 + 2\delta_4x_3x_4
\end{aligned}$$

откуда $a_1 = b_1 = c_1 = d_1 = \alpha_1 = \beta_1 = \gamma_1 = \xi_1 = \eta_1 = \delta_1 = 0$, $l = 2,3,4$.

Следовательно, для любой точки $A \in [A_1, A_4]$, $V(A) = A_1$, т.е. $V([A_1, A_4]) = A_1$ что, как легко видеть, противоречит сюрьективности.

Доказательство теоремы 1. В силу лемм 1-3 сюрьективный квадратичный оператор переводит вершины симплекса в вершины и ребра в ребра, т.е.

сюрьективному квадратичному оператору соответствует некоторое само совмещение π_l, $l=\overline{1,24}$.

2.Обсуждение и. результаты

Определим теперь, какого вида квадратичные операторы соответствуют каждому само совмещению правильного тетраэдра.

Начнем с тождественного само совмещения π_1. Квадратичный оператор V, соответствующий этому само совмещению, должен удовлетворять следующим условиям: $V(A_l)=A_l$, $l=1,2,3,4$ и также

$$V([A_1,A_2])=[A_1,A_2],\ V([A_1,A_3])=[A_1,A_3],V([A_1,A_4])=[A_1,A_4]$$
$$V([A_2,A_3])=[A_2,A_3],\ V([A_2,A_4])=[A_2,A_4],V([A_3,A_4])=[A_3,A_4]$$

Если переписать эти условия с помощью теоремы 1, учитывая, что $A_1(1,0,0,0), A_2(0,1,0,0), A_3(0,0,1,0), A_4(0,0,0,1)$ то получим следующие соотношения:

$$\begin{matrix} P_{11,1}=1 & P_{22,1}=0 & P_{33,1}=0 & P_{44,1}=0 \\ P_{11,2}=0 & P_{22,2}=1 & P_{33,2}=0 & P_{44,2}=2 \\ P_{11,3}=0 & P_{22,3}=0 & P_{33,3}=1 & P_{44,3}=0 \\ P_{11,4}=0 & P_{22,4}=0 & P_{33,4}=0 & P_{44,4}=1 \end{matrix} \tag{2}$$

Теперь, так как произвольная точка, принадлежащая ребру $[A_1,A_2]$ имеет координаты $(x_1,1-x_1,0,0)$ то из $V([A_1,A_2])=[A_1,A_2]$ имеем

$$0=x_3'=P_{11,3}x_1^2+P_{22,3}(1-x_1)^2+2P_{12,3}x_1(1-x_1)$$

$$0=x_4'=P_{11,4}x_1^2+P_{22,4}(1-x_1)^2+2P_{12,4}x_1(1-x_1)$$

И из (1) следует, что $2P_{12,3}=0$, $2P_{12,4}=0$ откуда $P_{12,3}=0, P_{12,4}=0$; аналогично из $V([A_1,A_3])=[A_1,A_3], V([A_1,A_4])=[A_1,A_4]$, $V([A_2,A_3])=[A_2,A_3]$, $V([A_2,A_4])=[A_2,A_4]$, $V([A_3,A_4])=[A_3,A_4]$. Имеем

$$P_{23,1}=0,\ P_{24,1}=0,\ P_{34,1}=0,\ P_{13,2}=0,\ P_{14,2}=0,\ P_{14,3}=0,\ P_{24,3}=0,\ P_{34,2}=0,\ P_{13,4}=0,\ P_{23,2}=0$$

Таким образом, квадратичные операторы, соответствующие само совмещению π_1, имеют следующий вид:

$$V_1(\alpha,\beta,\gamma,\xi,\eta,\delta)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \alpha & \beta & \gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1-\alpha & 0 & 0 & \xi & \eta & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1-\beta & 0 & 1-\xi & 0 & \delta \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1-\gamma & 0 & 1-\eta & 1-\delta \end{bmatrix}$$ где $\alpha,\beta,\gamma,\xi,\eta,\delta\in[0,1]$- произвольные числа.

Очевидно, что выпуклая линейная комбинация квадратичных операторов, соответствующих само совмещению π_1, также соответствует этому само совмещению.

Покажем, что квадратичный оператор $V_1(1/2,\ 1/2, 1/2, 1/2, 1/2)$ отвечающий само совмещению π_1, совпадает с само совмещением π_1. Действительно, при $\alpha,\beta,\gamma,\xi,\eta,\delta = 1/2$ квадратичный оператор $V_1(1/2,\ 1/2, 1/2, 1/2, 1/2,1/2)$ является тождественным оператором, т.к.

$$\begin{cases} x_1' = x_1^2 + x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 \\ x_2' = x_2^2 + x_1x_2 + x_2x_3 + x_2x_4 \\ x_3' = x_3^2 + x_1x_3 + x_2x_3 + x_3x_4 \\ x_4' = x_4^2 + x_1x_4 + x_2x_4 + x_3x_4 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1' = x_1\left(x_1 + x_2 + x_3 + x_4\right) \\ x_2' = x_2\left(x_1 + x_2 + x_3 + x_4\right) \\ x_3' = x_3\left(x_1 + x_2 + x_3x_4\right) \\ x_4' = x_4\left(x_1 + x_2 + x_3 + x_4\right) \end{cases}$$

откуда в силу того, что $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$, получим, что $V_1(1/2,\ 1/2, 1/2, 1/2, 1/2,1/2)$ совпадает с само совмещением π_1.

Для квадратичных операторов класса $V_1(\alpha,\beta,\gamma,\xi,\eta,\delta)$ преобразование (1) принимает вид:

$$\begin{cases} x_1' = x_1^2 + 2\alpha\, x_1 x_2 + 2\beta\, x_1 x_3 + 2\gamma\, x_1 x_4 \\ x_2' = x_2^2 + 2\,(1-\alpha)\, x_1x_2 + 2\xi\, x_2x_3 + 2\ \eta\, x_2x_4 \\ x_3' = x_3^2 + 2(1-\beta)x_1x_3 + 2(1-\xi)\, x_2x_3 + 2\,\delta x_3x_4 \\ x_4' = x_4^2 + 2(1-\gamma)x_1x_4 + 2(1-\eta)x_4x_2 + 2(1-\delta)x_3x_4 \end{cases}$$

Откуда после некоторых преобразований получаем

$$\begin{cases} x_1' = x_1[1 + (2\alpha - 1)x_2 + (2\beta - 1)x_3 + (2\gamma - 1)x_4] \\ x_2' = x_2[1 + (1 - 2\alpha)x_1 + (2\xi - 1)x_3 + (2\eta - 1)x_4] \\ x_3' = x_3[1 + (1 - 2\beta)x_1 + (1 - 2\xi)x_2 + (2\delta - 1)x_4] \\ x_4' = x_4[1 + (1 - 2\gamma)x_1 + (1 - 2\eta)x_2 + (1 - 2\delta)x_3] \end{cases} \tag{3}$$

Квадратичный оператор вида (3) относится к классу вольтеровских операторов. Этот класс операторов рассмотрен в [3]. В частности, для вольтеровских квадратичных операторов доказано, что операторы такого типа являются взаимно однозначными и, взаимно непрерывными операторами [14]. Отсюда имеем следующее.

Предложение 1. Любой сюрьективный квадратичный оператор, соответствующий само совмещению $\pi_l, l = \overline{1,24}$, является гомеоморфизмом симплекса S^3.

Не повторяя достаточно простых выкладок, проделанных выше, приведем описание классов сюрьективных квадратичных операторов, соответствующих остальным само совмещениям $\pi_l,\ l = \overline{2,24}$. Сюрьективный квадратичный оператор $V_l(\alpha,\beta,\gamma,\xi,\eta,\delta)$, соответствующий само совмещению π_1, определяется следующим образом.

Рассмотрим случай, когда π_1, имеет следующий вид:

(остальные случаи рассматриваются аналогично).

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

Квадратичный оператор $V_l(\alpha,\beta,\gamma,\xi,\eta,\delta)$ само совмещениям этому само совмещению, имеет следующий вид:

Само совмещению, имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \gamma & 0 & \eta & \delta \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \alpha & \beta & 1-\gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1-\alpha & 0 & 0 & \xi & 1-\eta & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1-\beta & 0 & 1-\xi & 0 & 1-\delta \end{bmatrix} \tag{5}$$

где $\alpha,\beta,\gamma,\xi,\eta,\delta \in [0,1]$- произвольные числа. В этом случае преобразование (1) принимает следующий вид:

$$\begin{cases} x_1' = x_4^2 + 2\,\eta\, x_4 x_2 + 2\,\eta\, x_1 x_4 + 2\,\delta\, x_3 x_4 \\ x_2' = x_1^2 + 2(1-\gamma) x_1 x_4 + 2\alpha x_2 x_1 + 2\beta x_1 x_3 \\ x_3' = x_2^2 + 2(1-\alpha) x_1 x_2 + 2(1-\eta) x_2 x_4 + 2\xi x_3 x_2 \\ x_4' = x_3^2 + 2(1-\beta) x_1 x_3 + 2(1-\xi) x_3 x_2 + 2(1-\delta) x_3 x_4 \end{cases}$$

Откуда после некоторых преобразований получаем

$$\begin{cases} x_1' = x_4\left[1 + (2\gamma-1)x_1 + (2\eta-1)x_2 + (2\delta-1)x_3\right] \\ x_2' = x_1\left[1 + (1-2\gamma)x_2 + (2\beta-1)x_3 + (2\alpha-1)x_2\right] \\ x_3' = x_2\left[1 + (1-2\alpha)x_1 + (1-2\eta)x_4 + (2\xi-1)x_3\right] \\ x_4' = x_3\left[1 + (1-2\beta)x_1 + (1-2\xi)x_2 + (1-2\delta)x_4\right] \end{cases}$$

Нетрудно убедиться, что при $\alpha=\beta=\gamma=\xi=\eta=\delta=1/2$ квадратичный оператор (5) совпадает с само совмещением (4). аналогично в остальных случаях при $\alpha=\beta=\gamma=\xi=\eta=\delta=1/2$ квадратичный оператор $V_l(\alpha,\beta,\gamma,\xi,\eta,\delta)$ совпадает с само совмещением $\pi_l,\ l=\overline{1,24}$. Повторяя приведенные выше рассуждения, можно дать описание классов сюрьективных квадратичных операторов, соответствующих остальным само совмещениям $\pi_l,\ l=\overline{1,24}$.

Обозначим через $\tilde{v}_l$ совокупность всех сюрьективных квадратичных операторов вида $V_l(\alpha,\beta,\gamma,\xi,\eta,\delta),\ l=\overline{1,24}$.

Из построения следует

Предложения 2. Для любого $l=\overline{1,24}$ выпуклая линейная комбинация квадратичных операторов из $\tilde{v}_l$ опять принадлежит $\tilde{v}_l$.

Теорема 2. Любой сюрьективный оператор является гомеоморфизмом симплекса S^3.

Доказательство. Из теоремы 1 следует, что произвольный сюрьективный квадратичный оператор принадлежит одному из классов $\tilde{v}_l$, $l=\overline{1,24}$. При $l=1$ это утверждение доказано в предложении 1.

Пусть $l \neq 1$. Тогда квадратичный оператор $V_l(\alpha,\beta,\gamma,\xi,\eta,\delta)$ является композицией двух преобразований.

$V_l(\alpha,\beta,\gamma,\xi,\eta,\delta)=V_1(1/2,\ 1/2,1/2,1/2,1/2,1/2)\,V_1(\alpha,\beta,\gamma,\xi,\eta,\delta)$. Здесь оператор $V_1(\alpha,\beta,\gamma,\xi,\eta,\delta)$ является гомеоморфизмом в силу предложения 1, а преобразование $V_1(1/2,\ 1/2,1/2,1/2,1/2,1/2)$, совпадающее с само совмещением π_l, очевидно, является гомеоморфизмом. Так как композиция двух гомеоморфизмов является гомеоморфизмом, то отсюда следует утверждение теоремы 2.

В качестве следствия приведем следующую теорему.

Теорема 3. Квадратичный оператор, определенный на симплексе S^3, сюрьективен тогда и только тогда, когда он биективен.

Доказательство. Из рассмотренных выше случаев видно, что квадратичные операторы V_l из $\tilde{v}_l$ при любых $\alpha,\beta,\gamma,\xi,\eta,\delta \in [0,1]$ являются взаимно однозначными отображениями симплекса S^3 на S^3.

Заключение

В статье исследованы сюръективных квадратичных операторов $V(S^{n-1})=S^{n-1}$ где S^{n-1} симплекс и V- квадратичный оператор, определенный на

Мы определили 24 классов сюрьективных квадратичных операторов и доказали, что они исчерпывают все множество сюрьективных квадратичных операторов.

Мы рассмотрели симплекс в R^4 тогда несложно показали, что группа само совмещений тетраэдра, G в R^4 состоит из группы всех перестановок вершин этого тетраэдра т.е. $G=\{\pi_l\}_{l=1}^{24}$

Доказали, что 1.Квадратичный оператор V, определенный на симплексе S^3, соответствует некоторому само совмещению π_l, если V переводит вершины симплекса S^3 в вершины и ребра симплекса в ребра таким же образом, как само совмещение $\pi_l, l=\overline{1,24}$.

2.Любой сюрьективный квадратичный оператор, соответствующий само совмещению $\pi_l, l=\overline{1,24}$, является гомеоморфизмом симплекса S^3.

3. Для любого $l=\overline{1,24}$ выпуклая линейная комбинация квадратичных операторов из $\tilde{v}_l$ опять принадлежит $\tilde{v}_l$.

4. Любой сюрьективный оператор является гомеоморфизмом симплекса S^3 .

5. Квадратичный оператор, определенный на симплексе S^3, сюрьективен

тогда и только тогда, когда он биективен.

Т.е. можно изучат все свойство сюрьективный квадратичный операторы определенный на симплексе S^3, с помаши 24 сюрьективных квадратичных операторов.

ЛИТЕРАТУРЫ:

[1]. Александров П.С. Введение в теорию групп. М.: Учпедиз, 1938. 125с.
[2]. Бернштейн С.Н. Решение одной математической проблемы, связаной с теорией наследственности. Уч. Зап. Н.И. кафедр. Украины, отд.матем.1924, вып.1.с 83-115.
[3]. Ганиходжаев Р.Н. Квадратичные стохастические операторы. Функции Ляпунова и турниры.// Матем. Сб.,1992.Т.183, №8, с. 119-140.
[4]. Генетика и наследственность. // Сб .статей. Мю,1987. 300 с.
[5]. Абдирасулов, Х., & Холбеков, Ш. О. (2022). применение бета и гамма функцией к вычислению некоторых важных в прикладных задачах. Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences, 2(4), 955-963.
[6]. Xolbekov, S.O., & Omonova, N.R. (2022). A-analitik funksiyalarning umumlashmasini operatorlar yordamida kiritilishi. Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences, 2(4), 946-954.
[7]. Мейлиев, Х. Ж., & Холбеков, Ш. О. (2021). неподвижный точки квадратичные стохастические операторы на S1*S1. Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences, 1(10), 1152-1155.
[8]. Meyliev, K.J., & Kholbekov, S.O. (2021). Voltaire quadratic stochastic operators of a bisexual population. ACADEMICIA: An International Multidisciplinary Research Journal, 11(5), 56-64.
[9]. A.Mallayev, J.Sevinov, S.Xusanov, O.Boborayimov Algorithm for the synthesis of gradient controllers in a nonlinear control system. II International Conference CAMSTech-II 2021: Section 2. Mechanical engineering and automation of technological processes for Industry 4.0. Camstech-II-2003. AIP Conference Proceedings 2467, 030003 (2022). –PP. 030003-1 -030003, 7p; https://doi.org/10.1063/5.0093749
[10]. Ибрагимов Г.Т., Рустамов Е.Т., Маллаев А.Р. Алгоритмизация технологии формирования и обработки базы знаний для создания советующих-распознающих систем. Узбекский журнал «Проблемы информатики и энергетики». N 3. Ташкент-1993, 5 бет
[11]. Шарипов, Э.О., Шодиев, С.Ю., Чуянов, Х.У. ТЕОРЕМАНИНГ ИСБОТЛАШ АЛГОРИТМИ // International scientific journal of Biruni. 2022. №1. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/teoremaning-isbotlash-algoritmi (дата обращения: 24.12022).
[12]. Шарипов, Э. О., Шодиев, С. Ю., & Рахмонов, Б. Н. (2021). БАЪЗИ БИР ТЕСКАРИ ТРИГОНОМЕТРИК ФУНКЦИЯЛАРНИ ЎЗ ИЧИГА ОЛГАН ТЕНГЛАМАЛАРНИ ЕЧИШ ҲАҚИДА. Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences, 1(9), 516-521.
[13]. Batirov, Z., Toirov, I., Boymuratov, F., & Sharipov, S. (2021). Layered application of mineral fertilizers with the coulter ripper of a combined unit. In IOP Conference Series: Materials Science and Engineering (Vol. 1030, No. 1, p. 012168). IOP Publishing.
[14]. Toirov, I., Batirov, Z., & Sharipov, E. (2023). Theoretical prerequisites for improving durability of fixed rolling bearing joints restored with anaerobic. In E3S Web of Conferences (Vol. 365, p. 04020). EDP Sciences.