# MUHANDISLIK MASALALARIDA MATEMATIK YECHIMLAR

***Mehrochev Barot Botir o'g'li***
*Qarshi irrigatsiya va agrotexnologiyalar instituti katta o'qituvchisi*

**Annotatsiya:** Hozirgi kunda shaharsozlik va qurilish ishlari har bir shahar va mahhallagacha kirib bordi. Qurilish uchun esa turli qurilish materiallari va xom-ashyo kerak. Bu jarayonda taxta va yog'och xom-ashyosi alohida ahamiyat kasb etadi. Bu xom-ashyoning o'rmondagi daraxt holatidan tayyor material holiga kelishi esa bir qancha jarayonlardan iborat bo'lib bu uning narxiga va o'lchamlariga bevosita bog'liq.

**Kalit so'zlar:** Qishloq xo'jaligi, yog'och, matematik formula, sbeg, xo'jalik masalasi, optimallashtirish, funksiya, parabola, to'g'ri chiziq

**Аннотация:** В настоящее время градостроительные и строительные работы проникли в каждый город и район. А для строительства нужны различные стройматериалы и сырье. Особое значение в этом процессе имеют доски и древесное сырье. Превращение этого сырья из дерева в лесу в готовый материал состоит из нескольких процессов, что напрямую зависит от его цены и размеров

**Ключевые слова:** Сельское хозяйство, лес, математическая формула, сбег, экономическая задача, оптимизация, функция, парабола, прямая.

**Abstact:** Nowadays, urban planning and construction works have penetrated to every city and neighborhood. And for construction, various building materials and raw materials are needed. Board and wood raw materials are of particular importance in this process. The transformation of this raw material from a tree in the forest into a finished material consists of several processes, which directly depends on its price and size.

**Keywords:** Agriculture, wood, mathematical formula, sbeg, economic problem, optimization, function, parabola, straight line

Qirqilgan daraxtlarning tanasi shox-shabbadan tozalangandan so'ng yog'och tayyorlovchilar uni uzunligi bo'yicha qismlarga g'o'la yoki xoda shaklida arralaydilar. Bu ish shox-shabbadan *tozalash* deyiladi. Keyinchalik sifatli xodalardan yog'och arralash qurilmasida bo'ylamasida arralab brust va taxtalar olinadi. Yog'ochdan tejamli foydalanish va kuproq sifatli mahsulot chiqarish darajasi shoh-shabbadan tozalash va arralash jarayoni qanchalik ratsional bajarilganligiga bog'liq. Bu ishlarni optimal darajada bajarish ancha murakkab masala bo'lib, u faqat hom ashyo sifatiga emas, balki yog'och materiallar buyurtmachilarining talablariga va belgilangan standartlariga ham bog'liq.

Shox-shabbasiz daraxtdan arralab olinadigan xodalarning uzunligini aniqlashda xodaning uchidagi diametrining asosidagi diametrga nisbati bilan aniqlanadigan *“sbeg” (*xodaning asosidan uchiga qarab ingichkalashib borishi) deb ataluvchi kattalik muhim rol o’ynaydi. Bunda xoda eng katta “Slindrik hajmga” ega bo’lishi, ya’ni xodaga ichki chizilgan slindrning hajmi (xodaning uchidagi doira slindr asosi hisoblanadi) iloji boricha katta bo’lishi kerak degan qoidaga amal qilinadi. Bu talabning tabiiyligi o’z-o’zidan ravshan- xodadan arralab olinadiga taxta to’g’ri to’rtburchak shaklida bo’lishi kerak.

***1-Masala:*** Shox-shabbasiz daraxtdan arralab olinadigan xodalar ichida xoda eng katta “slindrik hajmga” ega bo’ladigan sbegining qiymatini aniqlang?

***Yechish:*** Shoh-shabbasiz daraxtlarning o’q kesimi va kordinatalar sestemasida tasvirlangan 1-rasmni qaraylik. Odatda shoh-shabbalardan tozalangan daraxtning ko’ndalang kesimi parabola bilan chegaralangan deb faraz qilinadi. Demak, $AO$ chiziq $x = py^2$ parabolaning qismi ekan, bu yerda $p$ birorta koeffisent. Shoh-shabbasiz daraxtdan $MN$ to’g’ri chiziq bo’yicha xoda arralab olamiz. Arralab olinga xodaning sbegi kattaligi $t$, asosidagi radiusi $R$ orqali belgilab, quyidagini hosil qilamiz:

$$|MN| = tR \qquad |OB| = pR^2 \qquad |ON| = pt^2R^2$$

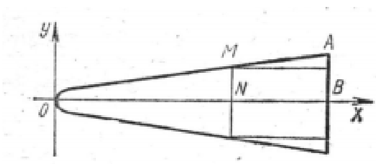
va demak, arralab olingan xodaning “slindrik hajmi”:

$$V = \pi |MN|^2 * |NB| = \pi pR^4(t^2 - t^4)$$

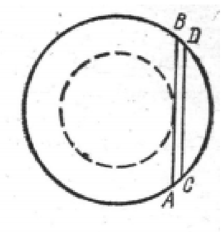
Hosila yordamida $V$ funksiya $[0;1]$ oraliqda o’zining eng katta qiymatiga erishadigan $t$ ni aniqlaymiz:

$$(V)' = (\pi pR^4(t^2 - t^4))' = \pi pR^4(2t - 4t^3) = 0$$

Bundan esa $2t - 4t^3 = 0 \Rightarrow 2t(1 - 2t^2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ 1 - 2t^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$




1-rasm




2-rasm

$t = 0$ da $V = 0$ bo’lganligi uchun bu qiymatni olmaymiz, u holda $t = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ da eng katta hajm hosil bo’lishini ko’rishimiz mumkin.

***2-Masala:*** Xodaning $AB$ va $CD$ to’g’ri chiziqlar bo’yicha (xodaning yuqoridagi yuzasi 2-rasmda shtrix chiziq bilan ko’rsatilgan ) arralash natijasida hosil qilingan yon taxtaning cheti o’zining shakli bo’yicha parabolaga yaqin (yuqoridagi masalaga qarang). Qolgan qismidan arralab olinadigan to’g’ri to’rtburchak taxta

(1-rasmga qarang) eng katta yuzaga ega bo'lishi uchun bunday taxtani qanchalik kaltalatish kerak?

***Yechish:*** $AO$ to'g'ri chiziqning tenglamasi $y = p\sqrt{x}$ . taxtaning uzunligi $l$ bo'lsin. Taxtadan uzunligi $|ON| = x$ bo'lgan bo'lakni arralab olamiz. U holda qolgan bo'lakdan uzunligi $l - x$ va eni $2|MN| = 2p\sqrt{x}$ bo'lgan to'g'ri to'rtburchakli taxta arralanadi. Uning yuzi

$$S(x) = 2p(l - x)\sqrt{x} \qquad (0 \le x \le l)$$

Funksiyani hosila yordamida eng katta qiymatini topamiz:

$$S'(x) = (2p(l-x)\sqrt{x})' = 2p\left(\frac{l}{2\sqrt{x}} - \frac{3}{2}\sqrt{x}\right) = p\left(\frac{l-3x}{\sqrt{x}}\right) = 0 \ \Rightarrow \ x = \frac{l}{3}$$

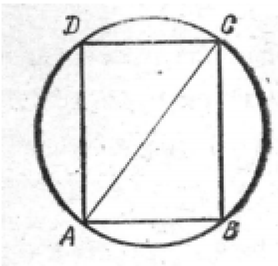
Demak, yog'ochning $1/3$ qismidan arralash kerak ekan.

***3-Masala:*** Xodadan arralab olinadigan barcha to'g'ri to'rtburchakli bruslar (parallepepedlar) ichida kvadrat kesimli brus eng katta katta yuzaga ega bo'lishini ko'rsating?

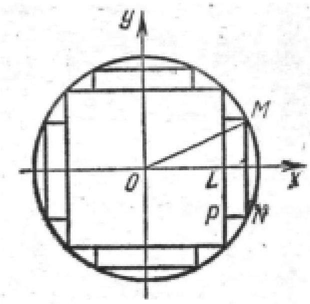
***Yechish:*** Doira – xodaning yuqori asosiga ichki chizilgan $ABCD$ to'g'ri to'rtburchak brusning asosi. (3-rasm) Agar yuqoridagi asosning diametri $d$ , xodaning uzunligi $l$ , brusning qalinligi $|AD| = \sqrt{d^2 - x^2}$ , uning hajmi esa

$$V(x) = lx(\sqrt{d^2 - x^2}) \qquad (0 \le x \le d) \text{ bo'ladi.}$$

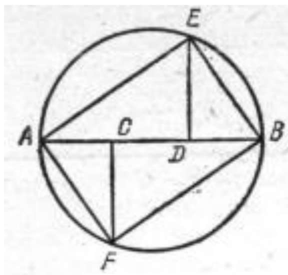
Hosila yordamida $V$ funksiya o'zining eng katta qiymatiga $x = \frac{d}{\sqrt{2}}$ da, ya'ni $ABCD$ to'g'ri to'rtburchak kvadratda iborat bo'lganda erishishini osongina topamiz.



3-rasm



4-rasm



5-rasm

***4- Masala:*** Xodadan kvadrat brus va ko'ndalang kesimlarining yuzi maksimal bo'lgan 4 ta taxta arralab olish juda ratsional hisoblanadi (4-rasm). Bundan arralashda diametri $d$ bo'lgan xodadan qalinligi qanday bo'lgan taxtalar hosil bo'ladi?

***Yechish:*** Koordinatalar sistemasini rasmda ko'rsatilgandek qilib olamiz. $M$ nuqta taxtaning qirrasini bildirsin. Agar $\angle MOX = \alpha$ bo'lsa, u holda $M$ ning koordinatalari quyidagicha: $x = r\cos\alpha$, $y = r\sin\alpha$, bunda $r = \frac{d}{2}$ . Taxtaning eni

$|MN|=2y$, uning qalinligi $|PN|=x-|OL|=x-\frac{r}{\sqrt{2}}$ demak, taxtaning ko'ndalang kesimi yuzi $S(\alpha)=2r^2\sin\alpha(\cos\alpha-\frac{1}{\sqrt{2}})$ $(0\le\alpha\le\frac{\pi}{4})$

Hosilani topamiz: $S'(\alpha)=2r^2(2\cos^2\alpha-\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\alpha-1)$

Hosila $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ oraliqda faqat $\cos\alpha_0=0.906$ bo'ladigan $\alpha_0$ nuqtada nolga aylanadi, shu bilan birga $S(\alpha_{,0})>0,\ S(0)=S(\frac{\pi}{4})=0$

Demak, $S$ funksiya o'zining eng katta qiymatiga $\alpha_0$ nuqtada erishadi, shuning uchun bunday kesishda taxtaning qalinligi $|PN|=r(\cos\alpha_0-\frac{\sqrt{2}}{2})=0{,}10d$ bo'lishi kerak ekan.

Hosil qilingan munosabat amalda juda kerak bo'ladi. U arralashga qadar hosil qilingan taxtalar standartga javob berish-bermasligi, ya'ni ayni xoda uchun shunday kesish to'g'ri kelish'kelmasligini aniqlash imkonini beradi. Birinchi savolga javob qoniqarli bo'lganda taxtalarning qalinligini avvalgidan bilish arralarni tegishlicha o'rnatishga ham kerak bo'ladi.

***5-Masala:*** Slindrik xodadan eng kam egiladigan balka arralab olish uchun xodaning $AB$ diametr (5-rasm) o'tkazib, uni uchta teng bo'lakka bo'linadi hamda $C$ va $D$ bo'lish nuqtalarida diamterga perpendicular o'tkaziladi. $AEBF$ to'g'ri to'rtburchakni izlanayotkan balkaning asosi deb olinadi. Egilish qarshiligi balkaning eni bilan kesimi balandligi kvadrati ko'paytmasiga to'g'ri proporsional bo'lishini nazarga olib, bunday usulning to'g'riligini isbotlang.

***Yechish:*** $d$ -xodaning diametri, $x$ - eni, $h$ -xodadan arralab olingan balkaning balandligi bo'lsin. $x$ va $h$ ning har qanday qiymatida $h^2=d^2-x^2$ bo'lgani uchun, berilgan balkaning egilishga qarshiligi quyidagiga teng bo'ladi:

$$F(x)=kx(d^2-x^2)\qquad(0\le x\le d)$$

Hosila yordamida $F$ funksiya o'zining eng katta qiymatiga $[0;d]$ oraliqda $x=\frac{d}{\sqrt{3}}$ nuqtada erishishini topishimiz mumkin. Shunday qilib, eng kam egiluvchan balkanig eni $x=\frac{d}{\sqrt{3}}$ va balandligi $h=\sqrt{d^2-x^2}=\frac{d\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ bo'lishini, ya'ni balandligi enidan $\sqrt{2}$ marta ortiq bo'lishi kerak. Biroq yuqorida bayon qilinga amaliy usul ham o'lchamlarning bunday nisbatini beradi. Haqiqatdan ham katet gepoteniza bilan gepotenizadagi o'z proyeksiyasi orasida o'rta proporsional kattalik ekanidan foydalanib:

$$\frac{|AE|^2}{|BE|^2} = \frac{|AD|}{|BD|} = 2$$

ni hosil qilamiz, bundan $|AE| = \sqrt{2}\,|BE|$

Biz yog'ochni shoh shabbadan tozalash va kesishga doir bir-biriga bog'liq bo'lmagan masalalarning bazilarini ko'rib chiqdik. Turli faktorlarning butun kompleksi o'z ichiga olgan yog'ochni optimal ravishda shoh-shabbadan tozalash va kesish muammolarini hal qilish maktabda maktablarda o'rganilganidan chuqurroq bilimlarni , matematik analiz metodlarini, shuningdek, chiziqli programmalash va ehtimollar nazariyasidan foydalanishni talab qiladi.

## Foydalanilgan adabiyotlar

1. V.A.Petrov. Matematikadan qishloq xo'jaligiga oid masalalar. "O'qituvchi"- Toshkent: 1984- yil
2. Barot Botir o'g'li Mehrochev. (2021). Matritsa argumentli funksiyalarni trigonometrik fure qatoriga yoyish. Academic Research in Educational Sciences, 2 (12), 277-279
3. Mehrochev Barot Botir o'g'li. Ta`lim sifat samaradorligini oshirishda xalqaro tajribalardan foydalanish. Ta'lim fidoyilari, 1 (4), 183-186