

## GEOMETRIK TASA VVURNI KENGAYTIRISHDA YASASHGA OID MASALALARNING AHAMIYATI

*Mustafaqulova Jasmina O'ktam qizi*

*Termiz davlat pedagogika instituti Matematika va informatika fakulteti  
Matematika va informatika yo'nalishi talabasi*

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada geometriya fani o'rganuvchilari tasavvurini kengaytiruvchi yasash masalalari hal qilingan, masalalarni sirkul va chizg'ich yordamida mulohazalash yo'li bilan yechim topish yoritilgan. Maqola geometrik tasavvurni kengaytiradi.

**Kalit so'zlar:** Sirkul, chizg'ich, konstruktiv, analiz, yasash, isbot, tekshirish, aksioma.

Bir yoki bir necha yasash quroli (sirkul, chizg'ich, go'niya va boshqalar) yordamida ma'lum talablarga javob beruvchi geometrik figura yasashni talab etgan masala yasashga doir geometrik masala yoki ,qisqacha, konstruktiv geometriya deb ataladi. Geometrik yasashlarda ikki tomonli (parallel tomonli) chizg'ich va sirkul yordamida hal qilinadigan masalalarni qaraymiz. Masalalar yasash aksiomalari va yasashning elementar masalalari yordamida hal qilinadi.

Sirkul va chizg'ich aksiomalari: 1. Berilgan ikki nuqtadan to'g'ri chiziq o'tkazish yoki shu nuqtalarni tutashtiruvchi kesma chizish mumkin (chizg'ich yordamida).

2. Markazi va radiusi berilgan aylanani yoki markazi va ikki uchi berilgan yoy chizish mumkin (sirkul yordamida).

3. Berilgan ikki to'g'ri chiziqning kesishish nuqtalarini (agar ular kesishsa) topish mumkin (chizg'ich yordamida).

4. Berilgan ikki aylananing kesishish nuqtalarini (agar bunday nuqtalar mavjud bo'lsa) topish mumkin (sirkul yordamida).

5. Berilgan to'g'ri chiziq bilan berilgan aylananing kesishish nuqtalarini (agar bunday nuqtalar mavjud bo'lsa) topish mumkin (chizg'ich yordamida).

Yasash masalalari 4 bosqichda yechamiz: Analiz, yasash, isbot, tekshirish.

Analizda ko'pinchamasalada berilganlarga tayanib, shunday yordamchi figura topish nazarda tutiladiki, bu yordamchi figuradan izlangan figuraga o'tish mumkin bo'lsin.

Yasash – masala yechishning amaliy bosqichidir. Bu bosqichda analizda tuzilgan plan bo'yicha sirkul va chizg'ich yordamida izlangan figuraning ayrim elementlarini va butun figurani ustalik bilan chiza bilish talab etiladi.

Isbot (sintez). Bu bosqich masala yechishning sinash bosqichi bo'lib, unda masalaning to'g'ri yechilganligi, ya'ni yasalgan figuraning masala talablariga javob berishi isbot qilinadi. Yasashda bajarilgan ishlarga va tegishli teoremlarga tayanib isbotlanadi.

Tekshirish. Bu bosqich ham masala yechishning ijodiy bosqichi bo'lib, yasashga doir masalaning yechilishi umuman shu bosqichda yakunlanishi kerak.

1-masala. Berilgan ikki kesmaning yig'indisi va ayirmasini toping.

Berilgan  $a$  va  $b$  kesmalar bo'yicha  $x=a+b$  va  $y=a-b$  ( $a>b$ ) kesmalarni topish kerak. Bu masalani echish yo'li uning shartidan ko'rinib turganligi uchun analizga extiyoj yo'q.

Shuning uchun to'g'ridan-to'g'ri izlangan kesmalarning yasalishiga o'tamiz:

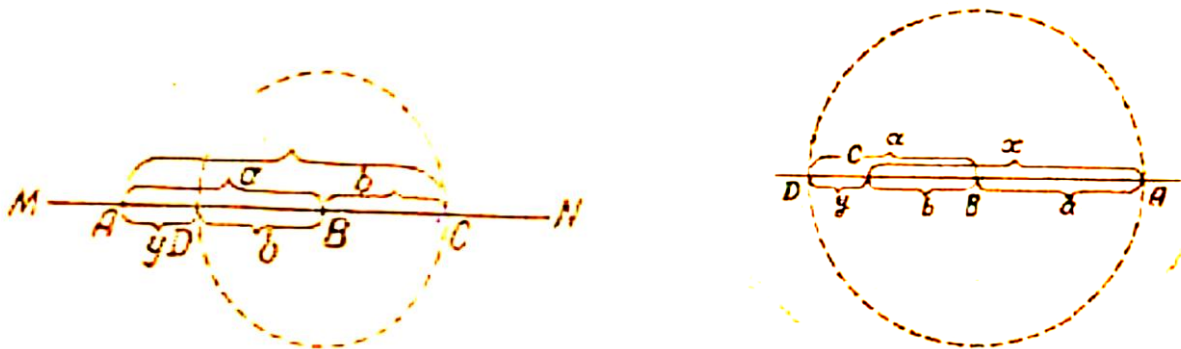
1-chizmada:  $x=a+b = AB+BC=AC$

$y=a-b = AB-BD=AD$

2-chizmada:  $x=a+b = AB+BC=AC$

$y=a-b = BD-BC=CD$

$y=a-b$  kesmani topishning ikkala yo'lini ham bilish lozim, chunki masalalar yechishda bularning ikkalasidan ham foydalanishga to'g'ri keladi.



2-masala. Berilgan to'g'ri chiziqqa shu to'g'ri chiziqda yotgan nuqtadan perpendikulyar o'tkazing.

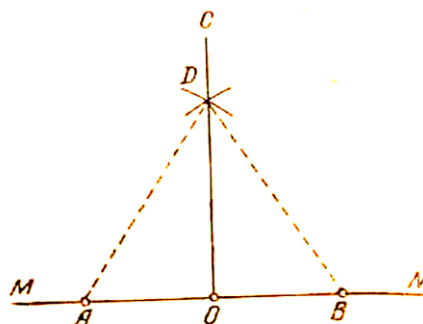
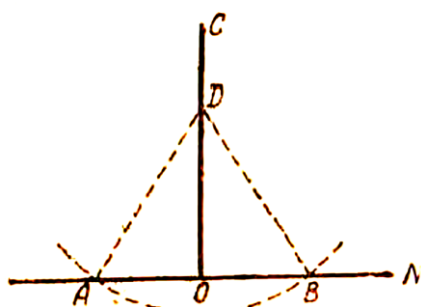
Analiz.  $OC \perp MN$  topildi deb faraz qilib, uni taxminan chizib qo'yaylik; bu farazga binoan, quyidagi tenglikni to'g'ri deb hisoblaymiz:

$$\angle MOC = \angle NOC = 90^\circ$$

OC perpendikulyarni chizish uchun uning berilgan O nuqtasidan boshqa yana biror nuqtasini topishimiz kerak; bu nuqtani Yasash yo'lini topish uchun faraz qilib chizilgan OC perpendikulyarning ixtiyoriy D nuqtasini markaz deb hisoblab, shunday yoy chizaylikki, bu yoy MN to'g'ri chiziqni ikki nuqtada kesib o'tsin; kesishish nuqtalarini A va B bilan belgilaylik, bularni D nuqta bilan tutashtirishdan hosil bo'lgan to'g'ri burchakli AOD va BOD uchburchaklarning gipotenuzalari teng va bir kateti umumiy bo'lgani uchun ular tengdir. Shuning uchun  $AO=BO$ .

Demak A va B nuqtalardan teng radiusli ixtiyoriy yoylar chizilsa, bu yoylarning kesishgan D (yoki  $D^1$ ) nuqtasi izlangan perpendikulyarning ikkinchi nuqtasi bo'ladi.

Yasash. MN to'g'ri chiziqning berilgan O nuqtasidan teng uzoqlikdagi A va B nuqtalaridan ixtiyoriy, lekin bir-biriga teng radiuslar bilan o'zaro kesishuvchi ikkita yoy chiziladi. Bu yoylarning kesishgan D (yoki  $D_1$ ) nuqtasi O nuqta bilan tutashtiriladi. OD – izlangan perpendikulyar bo'ladi.

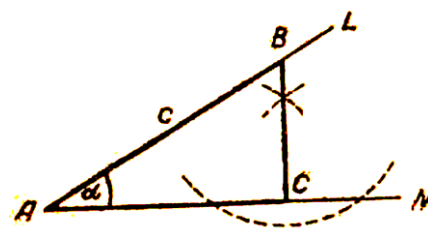


Isbot. Yasashga ko‘ra  $AO=BO$  va  $AD=BD$  bo‘lib,  $DO$  umumiy tomon bo‘lgani uchun  $\triangle AOD=\triangle BOD$ . Shuning uchun bu uchburchaklarning mos burchaklari  $\angle AOD$  va  $\angle BOD$  bir-biriga teng va qo‘shni burchaklar bo‘lgani uchun to‘g‘ri burchaklardir, ya‘ni  $OD \perp MN$

Tekshirish. Masala hamma vaqt yechimga ega va u yagona buladi.

3-masala. Gipotenuzasi va bir o‘tkir burchagi berilgan to‘g‘ri burchakli uchburchak yasang.

Yasash. Berilgan  $\alpha$  burchakka teng.  $\angle A$  burchak yasab bu burchakning bir tomonida,



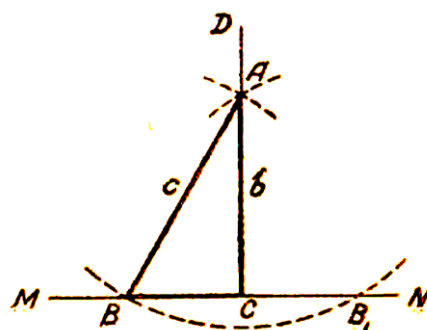
masalan  $AL$  da gipotenuzaga teng,  $AB=c$  kesma ajratamiz.  $AB$  kesmaning  $B$  uchidan  $AN$  to‘g‘ri chiziqqa  $BC$  perpendikulyar tushiramiz, bu perpendikulyarning  $AN$  to‘g‘ri chiziqdagi asosini  $C$  bilan belgilasak, hosil bo‘lgan  $ABC$  uchburchak izlangan uchburchak bo‘ladi, chunki yasalishiga ko‘ra  $\angle A=\alpha$  va  $AB=c$ .

4-masala. Gipotenuzasi va bir kateti berilgan to‘g‘ri burchakli uchburchak yasang.

$c$  va  $b$  kesmalar ( $c>b$ ) berilgan.

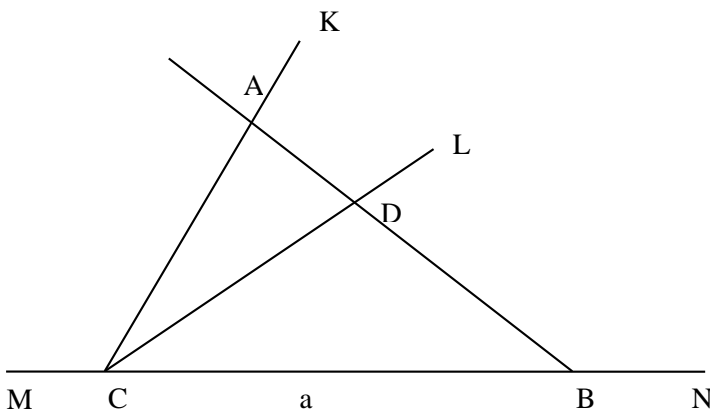
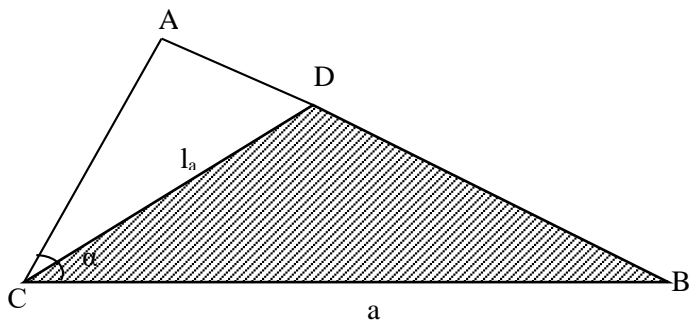
Yasash. Ixtiyoriy  $MN$  to‘g‘ri chiziqning biror  $C$  nuqtasidan  $CD$  perpendikulyar chiqaramiz; hosil bo‘lgan to‘g‘ri burchakning bir tomonida, masalan,  $CD$

tomonida,  $CA=b$  kesma ajratamiz. So‘ngra  $A$  nuqtani markaz qilib,  $c$  kesmaga teng radiusli yoy bilan  $MN$  to‘g‘ri chiziqni kesamiz: hosil bo‘lgan  $B$  (yoki  $B_1$ ) nuqtani  $A$  nuqta bilan tutashtiramiz.  $ABC$  (yoki  $AB_1C$ ) uchburchak-izlangan uchburchak bo‘ladi, chunki Yasashga ko‘ra u to‘g‘ri burchakli,  $AC$  kateti berilgan  $b$  kesmaga va  $AB$  gipotenuzasi esa berilgan  $c$  kesmaga teng.  $\triangle ABC=\triangle AB_1C$  bo‘lgani uchun masalaning javobi sifatida bularning biri -  $\triangle ABC$  olindi.



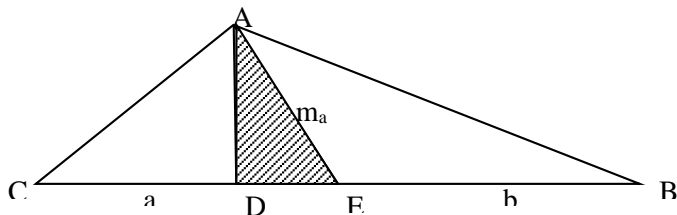
Tekshirish. Agar  $b > c$  bo‘lsa, masala echimga ega bo‘lmaydi.

5-masala. Bir tomoni, unga yopishgan bir burchagi va shu burchakning bissektrisasi berilgan uchburchak yasang.



7.  $BD$  nur bilan  $CK$  nurning kesishish nuqtasi  $A$  bo'ladi.
8.  $\triangle ABC$  talab etilayotgan uchburchak bo'ladi.

6 – masala. Asosiga tushirilgan balandlikning asosda xosil qilgan kesmalari va asosga tushirilgan medianasi bo'yicha uchburchak yasang.



Yechish. Analiz.  $CB = a$ ,  $\angle BCA = \alpha$ ,  $CD = l_c$  elementlarni belgilaymiz. U holda  $\triangle CDB$  - yordamchi figura bo'lib  $\triangle ABC$  ni yasashning quyidagi algoritimni olamiz:

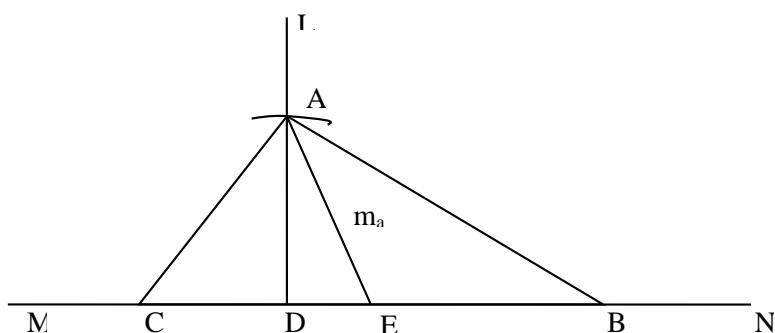
1.  $MN$  to'g'ri chiziq o'tkazamiz.
2.  $MN$  to'g'ri chiziqda  $BC = a$  kesma ajratamiz.
3. Uchi  $C$  nuqtada bo'lgan  $\angle BCK = \angle BCA = \alpha$  burchak yasaymiz.
4.  $\angle BCK = \alpha$  ni teng ikkiga bo'lib, uning  $CL$  bissektrissasini o'tkazamiz.
5.  $CL$  nurda  $CD = l_c$  bissektrissaga teng kesma ajratamiz.
6.  $BD$  nur o'tkazamiz.

Yechish. Analiz.  $CD = a$ ,  $DB = b$ ,  $AE = m_a$  elementlarni belgilaymiz. U holda  $\triangle ADE$  - yordamchi figura bo'ladi, chunki -  $m_a$  mediana bo'lgani uchun  $EB = \frac{a+b}{2}$

hamda,

$$DE = b - \frac{a+b}{2} = \frac{2b-a-b}{2} = \frac{b-a}{2}$$

bo'lib, bir kateti va gipotenuzasiga ko'ra to'g'ri burchakli uchburchakni yasash mumkin.



Demak talab etilayotgan uchburchakni yasashning quyidagi algoritmini olamiz:

1.  $MN$  to'g'ri chiziq o'tkazamiz

2.  $MN$  to'g'ri chiziqda  $DE = \frac{b-a}{2}$  kesma ajratamiz.

3.  $D$  nuqtadan  $DL \perp MN$  o'tkazamiz

4.  $E$  nuqtadan radiusi  $m_a$  ga teng bo'lgan aylana yoyi chizamiz.

5. Aylana yoyi bilan  $DL$  nurning kesishish nuqtasi  $A$  bo'ladi.

6.  $DM$  nurda  $DC = a$  kesmani,  $DN$  nurda  $DB = b$  kesmalarni qo'yamiz

7.  $AC$  kesma hamda  $AB$  kesmalarni o'tkazib, talab etilayotgan  $\triangle ABC$  uchburchakni yasaymiz.

Yuqoridagi masalalarda yeasashga doir elementar va ular asosida yasash masalalari yechilishi berildi. Ularga asoslangan holda yasashga doir boshqa masalalar ham xuddi shu tarzda, shu ketma-ketlik

asosida yechiladi.

Xulosa qilib aytganimizda geometriya fanidan tasavvur hosil qilish uchun yasash masalalari ahamiyati katta. Bu masalalar barcha sohalarda o'z tatbiqlariga egadir. Yasash masalalari nafaqat geometrik tasavvurni, balki insonning fikrlash qobiliyatini kengaytiradi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

1. R. K. Otajonov "Geometrik yasash metodlari" Toshkent "O'qituvchi" nashriyoti – 1971
2. A.V.Pogorelev, "Geometriya". Toshkent. "O'qituvchi" 1990-y
3. N.D.Dodajonov, M. Sh.Jo'rayeva. Geometriya. 2-qism, Toshkent. "O'qituvchi", 1996-y (o'quv qo'llanma)
4. H. H. Nazarov, X. O. Ochilova, Y.G. Podgornova