# MAKTAB O'QUVCHILARIDA " FUNKSIYA HOSILASI, UNING GEOMETRIK VA FIZIK MA'NOSI" HAQIDAGI BILIMLARINI KENGAYTIRISH

***Mustafaqulova Jasmina O'ktam qizi***
*Termiz davlat pedagogika instituti Matematika va informatika fakulteti*
*Matematika va informatika yo'nalishi talabasi*

**Annotatsiya:** Ushbu maqola orqali maktab o'quvchilari "Funksiya hosilasi, uning geometrik va fizik ma'nosi" haqidagi tasavvurlarini kengaytirishi va oliy ta'limda o'tiladigan materiallar bilan qisman tanishishi, olgan bilimlarini tahlil qila olishi mumkin.

**Kalit so'zlar:** Hosila, limit, orttirma, burchak koeffitsienti, oniy tezlik, funksiya, differensiallash, argument.

**Funksiya hosilasining ta'rifi.** Aytaylik, $f(x)$ funksiya (a, b) intervalda aniqlangan bo'lsin. Bu intervalga tegishli $x_0$ nuqta olib, unga shunday $\Delta x$orttirma beraylikki, $x_0 + \Delta x \in (a, b)$ bo'lsin. Natijada $f(x)$ funsiya ham $x_0$ nuqtada $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ orttirmaga ega bo'ladi.

1-ta'rif. Agar Δx→0 da $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nisbatning limiti $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$ mavjud va chekli bo'lsa, bu limit $f(x)$ funksiyaning $x_0$ nuqtadagi hosilasi deyiladi va f'($x_0$) yoki y'($x_0$), $\frac{dy(x_0)}{dx}$ kabi belgilanadi.

Demak, $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$.

Bunda $x_0 + \Delta x = x$ deb olaylik. U holda $\Delta x = x - x_0$ va Δx→0 bo'lib, natijada

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

bo'ladi. Demak, f(x) funksiyaning nuqtadagi hosilasi x→$x_0$ da $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ nisbatning limiti sifatida ham ta'riflanishi mumkin:

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$x_0$ nuqtada hosilaga ega bo'lgan funksiya shu nuqtada differensiallanuvchi deyiladi. Agar f(x) funksiya (a,b) intervalning har bir nuqtasida differensiallanuvchl bo'lsa, u (a,b) intervalda differensiallanuvchi funksiya deyiladi.

Hosila topish amali differensiallash amali deyiladi.

Yuqoridagi limit mavjud bo'lgan har bir $x_0$ nuqtaga aniq bitta son mos keladi, demak $f'(x)$ – bu yangi funksiya bo'lib, u yuqoridagi limit mavjud bo'lgan barcha x larda aniqlangan. Bu funksiya f(x) funksiyaning hosila funksiyasi, odatda, hosilasi deb yuritiladi.

Endi hosila ta'rifidan foydalanib, $y = f(x)$ funksiya hosilasini topishning quyidagi algoritmini berish mumkin:

$1^0$. Argumentning tayinlangan x qiymatiga mos funksiyaning qiymati f(x) ni topish.

2⁰. Argument x ga f(x) funksiyaning aniqlanish sohasidan chiqib ketmaydigan Δx orttirrna berib, f(x+Δx) ni topish.

3⁰. Funksiyaning Δf(x)=f(x+Δx)-f(x) orttirmasini hisoblash.

4⁰. $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ nisbatni tuzish.

5⁰. $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ nisbatning Δx→0 dagi limitini hisoblash.

1-misol. f(x)=kx+b funksiyaning hosilasini toping.

Yechish. Hosila topish algoritmidan foydalanamiz.

1⁰. Argument x ni tayinlab, funksiya qiymatini hisoblayrniz: $f(x) = kx + b$.

2⁰. Argumentga Δx orttirma beramiz, u holda $f(x + \Delta x) = k(x + \Delta x) + b =$
$= kx + k\,\Delta x + b$.

3⁰. Funksiya orttirmasi: $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x) = (kx + k\Delta x + b) - (kx + +b) = k\Delta x$.

4⁰. $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{k\Delta x}{\Delta x} = k$.

5⁰. $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} k = k$.

Demak, $(kx + b)' = k$ ekan.

Xususan, $f(x) = b$ o'zgamas funksiya (bu holda k=0) uchun $(b)' = 0$; $f(x) = x$ $(k = 1)$ funksiya uchun x'=1 bo'ladi.

2-misol. $f(x) = x^2$ funksiyaning hosilasini toping.

Yechish. Yuqoridagi algoritmdan foydalanamiz.

1°. Argument x ni tayinlab, funksiya qiymatini hisoblayaiz:
$f(x) = x^2$.

2°. Argumentga Δx orttirma beramiz, u holda $f(x + \Delta x) = (x + \Delta x)^2 = x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2$

3⁰. Funksiya orttirmasi $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x) = (x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2)$
$-x^2 = \Delta x(2x + \Delta x)$.

4⁰. $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{\Delta x(2x+\Delta x)}{\Delta x} = 2x + \Delta x$.

5⁰. $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} (2x + \Delta x) = 2x$.

Demak, $(x^2)'$ =2x ekan.

3-misol. $f(x) = \frac{1}{x}$ funksiyaning hosilasini toping.

Yechish. 1⁰ . $f(x) = \frac{1}{x}$

2⁰. $f(x + \Delta x) = \frac{1}{x+\Delta x}$ . Bu yerda umumiylikni cheklamagan holda
$x > 0$ va $|\Delta x| < x$ deb hisoblaymiz.

3⁰. $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x) = \frac{1}{x+\Delta x} - \frac{1}{x} = -\frac{\Delta x}{x(x+\Delta x)}$

4⁰. $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = -\frac{\Delta x}{x(x+\Delta x)\Delta x} = -\frac{1}{x^2+x\Delta x}$

5⁰. $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \left(-\frac{1}{x^2+x\Delta x}\right) = -\frac{1}{x^2}$.

Demak, $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$.

Hosilaning geometrik ma'nosi. Yuqorida biz, agar y=f(x) funksiya grafigining $M_0(x_0$;f$(x_0))$ nuqtasidan urinma o'tkazish mumkin bo'lsa, u holda urinmaning burchak koeffitsienti $k_{urinma} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ ekanligini ko'rsatgan edik. Bundan hosilaning geometrik ma'nosi kelib chiqadi:

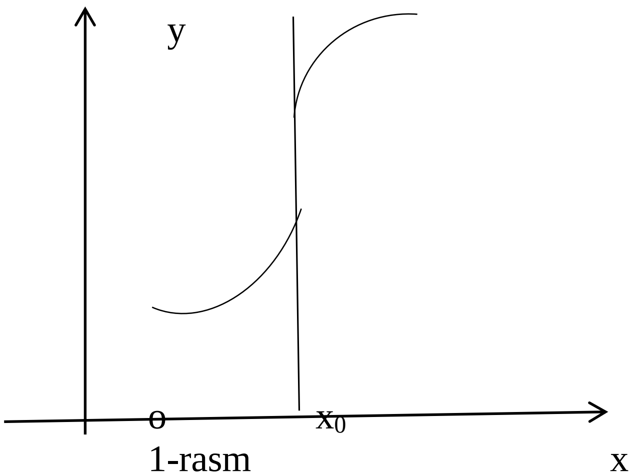
y=f(x) funksiya grafigiga abssissa $x = x_0$ bo'lgan nuqtasida o'tkazilgan urinmaning burchak koeffitsienti hosilaning shu nuqtadagi qiymatiga teng k_urinma= f' $(x_0)$.

Aytaylik, $y = f(x)$ funksiya $x = x_0$ nuqtada uzluksiz va $f'(x_0) = +\infty$ bo'lsin. U holda funksiya grafigi abssissasi $x = x_0$ nuqtada vertikal urinmaga ega bo'lib, unga nisbatan funksiya grafigi 1-rasmda ko'rsatilgandek joylashadi.

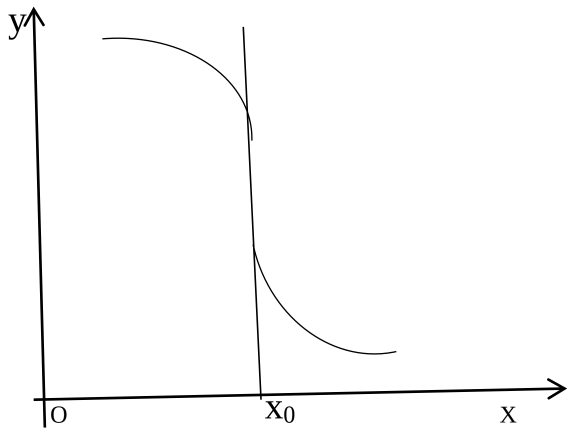
Xuddi shu kabi $f'(x_0) = -\infty$ bo'lganda ham $x = x_0$ nuqtada funksiya grafigi vertikal urinmaga ega bo'ladi, funksiyaning grafigi urinmaga nisbatan 2-rasmdagidek joylashadi.

Agar $f'(x_0) = +\infty$ va $f'(x_0) = -\infty$ bo'lsa, u holda funksiya grafigining $x = x_0$ nuqta atrofida 3-rasmda tasvirlangandek bo'ladi. Xuddi shunga o'xshash, $f'(x_0) = -\infty$ va $f'(x_0) = +\infty$ bo'lganda, funksiya grafigi $x = x_0$ nuqta atrofida 4-rasmdagidek ko'rinishda bo'ladi. Bunday hollarda $\left(x_0; f(x_0)\right)$ nuqtada urinma mavjud, ammo hosila mavjud emas.

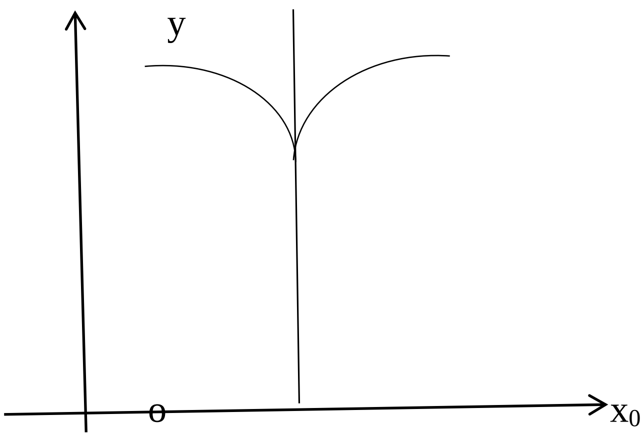
Agar $x = x_0$ nuqtada chekli bir tomonli hosilalar mavjud, lekin $f'_+(x_0) = f'_-(x_0)$ bo'lsa, u holda funksiya. $(x_0, f(x_0))$ nuqta grafikning sinish nuqtasi bo'ladi.



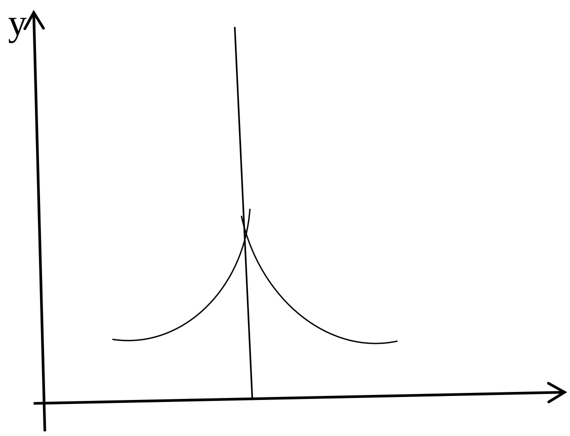

1-rasm




2-rasm




3-rasm




4-rasm

Hosilaning fizik ma'nosi. Hosila tushunchasiga olib keladigan ikkinchi masalada harakat qonuni $s = s(t)$ funksiya bilan tavsiflanadigang to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanayotgan moddiy nuqtaning t vaqt momentidagi oniy tezligi $v_{oniy} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$ ekanligini ko'rgan edik. Bundan hosilaning fizik (mexanik) ma'nosi kelib chiqadi.

$s = s(t)$ funksiya bilan tavsiflanadigan to’g’ri chiziqli harakatda t vaqt momentidagi harakat tezligining son qiymati hosilaga teng: $v_{oniy} = s'(t)$.

Hosilaning mexanik ma’nosini qisqacha quyidagicha ham aytish mumkin: yo’ldan vaqt bo’yicha olingan hosila tezlikka teng.

Hosila tushunchasini nafaqat to’g’ri chiziqli harakatning oniy tezligini, balki boshqa jarayonning ham oniy tezligini aniqlashga imkon beradi. Masalan, aytaylik, $y = Q(T)$ jismni T temperaturaga qadar qizdirish uchun uzatilyotgan issiqlik miqdorining o’zgarishini tavsiflovchi funksiya bo’lsin. U holda jismning issiqlik sig’imi issiqlik miqdoridan temperature bo’yicha olingan hosilaga teng bo’ladi:

$$C = \frac{dQ}{dT} = \lim_{\Delta T \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

Umuman olganda, hosilani f(x) funksiya bilan tavsiflanadigan jarayon oniy tezligining matematik modeli deb aytish mumkin.

Yuqorida keltirilgan ma’lumotlar, grafik va misollar orqali mavzu o’quvchilarga tushunarli bo’ladi. Bu ma’lumotlar maktab darslik kitobidagiga nisbatan to’liqroq va mukammalroq.

Xulosa qilib aytganda, funksiya hosilasi - funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbati, argument orttirmasi limiti 0 ga intilganidagi qiymatga teng.

Hosilaning geometrik ma’nosi burchak koeffitsientini, fizik(mexanik) ma’nosi esa oniy tezligini ifodalar ekan.

## FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO’YXATI:


1. O'. Toshmetov, R. M. Turgunbayev, E.M. Saydamatov, M. Madirimov. "Matematik analiz" 1-qism . Toshkent "Extremum-Press" -2018.
2. 11-sinf "Matematika" darslik TOSHKENT "ZAMIN NASHR" -2018.
3. G. Xudoyberganov, A.K. Vorisov, X.T. Mansurov, B.A. Shoimqulov "Matematik analizdan ma'ruzalar" 1-qism Toshkent "Voris-nashriyot" – 2010.