FUNKSIYA HOSILASINI TEXNIK TA'LIMDAGI GEOMETRIYA VA MEXANIKA MASALALARIGA TATBIQI

Komolova Gulhayo Shukirillo qizi
Andijon mashinasozlik instituti doktoranti

Annotatsiya: Maqolada funksiya hosilasi yordamida texnik ta'limdagi masalalarni yechish koʻrsatilgan boʻlib, bu yechimlar orqali ekstremumlar nazariyasini geometrik va mexanik masalalariga tadbiqi keltirilgan.

Annotation: The article shows how to solve problems in technical education using the derivative of a function, and through these solutions, the theory of extremums is applied to geometric and mechanical problems.

Аннотация: В статье показано, как решать задачи технического образования с использованием производной функции, и посредством этих решений теория экстремумов применяется к геометрическим и механическим задачам.

Kalit soʻzlar: hosila, ekstremum, qavariqlik, botiqlik, funksiya, radius, shar.

Key words: product, extremum, convexity, concavity, function, radius, sphere.

Ключевые слова: произведение, экстремум, выпуклость, вогнутость, функция, радиус, сфера.

Funksiya hosilasi tushunchasi yordamida funksiyani ko`p xususiyatlarini bilish mumkin. Masalan, birinchi tartibli hosila yordamida funksiyani monotonlik oraliqlarini va ektremum qiymatlarini aniqlash mumkim. Ikkinchi tartibli hosila yordamida esa funksiyani qavariqlik, botiqlik oraliqlarini va burilish (egilish) nuqtalarini toppish mumkin. Ekstremumlar nazariyasini geometrik va mehanik masalalarga ham tadbiq qilish mumkin.

Miqdorlarning eng katta va eng kichik qiymatlarini hisoblashga doir masalalarni yechishda eng avval masalada qanday miqdorning eng katta (yoki eng kichik) qiymati topilayotganligini aniq bilib olish kerak. Ana shu miqdor tekshirilayotgan funksiya bo'ladi. So'ngra, o'zgarishlaridan funksiyaning ham o'zgarishi kelib chiqadigan miqdorlardan birini erkli o'zgaruvchi deb qabul qilib, funksiyani u orqali ifodalash kerak.

1-MASALA. Radiusi R bo'lgan sharga eng katta hajmga ega bo'lgan silindrni ichki chizing.

YECHISH. Sharning balandligi, asos radiusi va xajmini mos ravishda h, r va V bilan belgilaymiz. U holda shar hajmi:

$V = \pi r^2 h$. $r^2 = R^2 - \frac{h^2}{4}$ ekanligini hisobga olsak, silindr xajmi uchun ifoda hosil qilamiz:

$$V=\pi\left(R^2-\frac{h^2}{4}\right)h=\pi\left(R^2h\frac{h^3}{4}\right).$$

Shunday qilib, masala ushbu $V(h)=\pi\left(R^2h-\frac{h^3}{4}\right)$

funksiyaning $(0{,}2R)$ dagi eng katta qiymatini topishga keltiriladi. Bu funksiyaning hosilasinim topamiz:

$$V'(h)=\pi\left(R^2-\frac{3}{4}h^2\right).V'(h) \text{ ni nolga tenglab,}$$

$(0{,}2R)$ intervalga tegishli bo'lgan yagona $h_0=\frac{2}{\sqrt{3}}R$ kritik nuqtani hosil qilamiz, bu nuqtada $V(h)$ funksiyaning o'zining eng katta qiymatiga ega bo'ladi. $V(h_0)=\frac{4\pi R^3}{3\sqrt{3}}$

Shunday qilib, balandligi $h=\frac{2}{\sqrt{3}}R$ bo'lgan silindr eng katta hajmga ega bo'lar ekan.

2-MASALA. Elektr lampochkasini OB vertikal to'gri chiziq bo'ylab siljitish mumkin. Gorizontal tekislikning A nuqtasida eng ko'p yoritilganlikka ega bo'lish uchun lampochkani tekislikdan qanday masofada joylashtirish kerak?

YECHISH. Yoritilganlik $J=c\frac{\sin\varphi}{r^2}$ formula yordamida hisoblanadi, bu erda $r=AB$, $\varphi=\angle OAB$; $c=const$ (V manbaning yoruglik kuchi). Erkli o'zgaruvchi uchun (uning o'zgarishi bilan lampochkadan tekislikkacha bo'lgan masofa, demak, J yoritilganlik ham o'zgaradi) h kattalikning o'zini, φ yoki r ni tanlash mumkin. Erkli o'zgaruvchi uchun φ burchakni qabul qilib va

$r=\frac{a}{\cos\varphi}$ ekanligidan foydalanib, J ning φ orqali ancha sodda ifodasini hosil qilamiz: $J=\frac{c}{a^2}\sin\varphi\cos^2\varphi$.

Hosil qilingan $J(\varphi)$ funksiyaning erkli o'zgarvchi φ ning o'zgarish oraligi $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ dagi eng katta qiymatini topamiz. $J(\varphi)$ ni diffrensiallab, topamiz:

$$J'(\varphi)=\frac{c}{a^2}(\cos^2\varphi-2\sin^2\varphi\cos\varphi)=2\frac{c}{a^2}\cos^3\varphi\left(\frac{1}{2}-tg^2\varphi\right).$$

$J'(\varphi)=0$ tenglamani yechib, $J(\varphi)$ funksiya $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ intervalda yagona kritik nuqta

$\varphi_0 = arctg\frac{1}{\sqrt{2}}$ ga ega ekanligini ko'ramiz. $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ oraliqning uchlarida $J(\varphi)$ funksiya noga teng va $J(\varphi_0) > 0$ bo'lganligi sababli $\varphi = \varphi_0$ da $J(\varphi)$ yoritilganlik eng katta bo'ladi.

Shunday qilib, $h = atg\varphi_0 = \frac{a}{\sqrt{2}}$ bu izlanayotgan kattalikdir.

$y = y(x)$ funksiyaning argumentning $x = x_0$ nuqtasida hisoblangan $y'(x_0)$ hosilasi bu funksiyaning erkli o'zgaruvchi x ga nisbatan $x = x_0$ nuqtadagi o'zgarish tengligidan iboratdir.

Xususiy holda agar to'gri chiziqli xarakatda o'tilgan yo'l S va t vaqt orasidagi munosabat $s = s(t)$ formula bilan ifodalanadigan bo'lsa, u holda t vaqtning istalgan momentdagi harakat tezligi $\frac{ds}{dt}$ dan, tezlanish $\frac{d^2s}{dt^2}$ dan iborat bo'ladi.

3-MASALA. Nuqta $s = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - t$ (s - metrlarda, t - sekundlarda ifodalanadi) qonun bo'yicha to'gri chiziqli harakat qilyapti. Harakat boshlangandan 1 sek. o'tgandan keyingi harakat tezligi va tezlanishini toping.

YECHISH. To'gri chiziqli harakat tezligiyo'ldan vaqt bo'yicha olingan hosilaga teng: $v(t) = \frac{ds}{dt} = t^2 + 4t - 1$. Bu erdan $v(1) = 4$ (m/sek).

To'gri chiziqli harakat tezlanish yo'ldan vaqt bo'yicha olingan ikkinchi tartibli hosilaga teng. To'gri chiziqli harakat tezlanish yo'ldan vaqt bo'yicha olingan ikkinchi tartibli hosilaga teng:

$a(t) = \frac{d^2s}{dt^2} = 2t + 4$. Demak, $a(1) = 6(м/сек^2)$

4-MASALA. Silindr asosining radiusi 3/m sek tezlik bilan ortadi, balandligi esa 2m/ sek tezlik bilan kamayadi. Silindr hajmning o'zgarish tezligi qanday?

YECHISH. Silindr hajmi $V = \pi r^2 h$, bu erda r - asos radiusi, h - silindr balandligi, v, r va h lar t ga bogliqligini etiborga olib, tenglikning ikala tomonini t vaqt bo'yicha differensiallaymiz:

$$\frac{dV}{dt} = \pi\left(2r\frac{dr}{dt}h + r^2\frac{dh}{dt}\right).$$

Shartga ko'ra $\frac{dr}{dt} = 3$ (m/sek), $\frac{dh}{dt} = -2$ (m/sek) bo'lganligi uchun

$$\frac{dV}{dt} = \pi(6rh - 2r^2).$$

Hosil qilingan formula silindr hajmining o'zgarish tezligini bildiradi.

5-MASALA. Quyidagi funksiyalarning eng katta va eng kichik qiymatlarini toping:

1) $f(x)=x^3-3x^2+4$, $\quad x\in[1,\ \ 3]$;

2) $\varphi(x)=x+\dfrac{1}{x}$, $\quad x\in[1,\ \ 2]$

YECHISH. 1) $f(x)$ funksiya $[1,\ \ 3]$ kesmada uzluksiz. Differensiallab, topamiz:

$$f'(x)=3x^2-6x\ .$$

Bu holda $f'(x)$ hosila nolga teng bo'lgan nuqtalargina, ya'ni $x=0$ va $x=2$ nuqtalar kritik nuqtalar bo'ladi. $[1,\ \ 3]$ kesmaga bu nuqtalarning biri, ya'ni $x=2$ nuqta tegishlidir. $f(x)$ funksiyaning $x=2$ nuqtadagi va kesma uchlari $x=1$ va $x=3$ dagi qiymatlarini hisoblaymiz:

$$f(2)=0,\qquad f(1)=2,\ f(3)=4\ .$$

Shunday qilib funksiyaning eng katta qiymati 4 ga teng va funksiya unga kesmaning o'ng uchida $x=3$ nuqtada erishadi; funksiyaning eng kichik qiymati nolga teng bo'lib, unga kesmaning ichki nuqtasi da erishadi.

2) funksiya kesmaga tegishli nuqtada uzilishga ega. Funksiya xarakterini uzilish nuqtasi atrofida tekshiramiz:

Demak, nuqta atrofida funksiya absolyut qiymati jihatidan musbat hamda manfiy istalgancha katta qiymatlarga erishadi, va binobarin, na eng katta va na eng kichik qiymatga ega bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Sa`dullayev A, Mansurov X va boshqalar. "Matematik analiz kursidan misol va masalalar to`plami" Toshkent. "O`zbekiston" 1995y
2. G.Komolova "Elementar tasodifiy miqdorlar va Lebeg integralining ehtimoliy ma`nosi." "SCIENCE AND EDUCATION" SCIENTIFIC JOURNAL. ISSN 2181-0842. VOLUME 1, ISSUE 9, DECEMBER 2020, 18-21 betlar.2020-yil,dekabr.
3. G.Komolova. "Hosilani ketma-ketlikdagi ba`zi masalalarni yechishga tadbig`i." "O`ZBEKISTON VA AVTOMOBIL SANOATI: FAN, TA`LIM VA ISHLAB CHIQARISH INTEGRATSIYASI" xalqaro ilmiy-amaliy anjuman materiallari, 386-389 betlar,AndMI.
4. G.Komolova. "Diffrensial hisobning asosiy teoremalari" "SCIENCE AND EDUCATION" SCIENTIFIC JOURNAL. ISSN 2181-0842. VOLUME 2, ISSUE 10, OCTOBER 2021, 9-12 betlar.2021-yil,oktabr.
5. Djalilova T, Atabayev K, Komolova G. "Solution of the energy equation of a two-phase medium taking into account heat transfer between phases" "ACTUAL PROBLEMS OF MODERN SCIENCE, EDUCATION AND TRAINING." Electronic journal. KhorezmsScience.Uz, October,2021 10/2. ISSN 2181-9750. 80-85 betlar.