

## НЕКОТОРЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С АППРОКСИМАЦИЕЙ ХАРАКТЕРИСТИК В ВИДЕ СТЕПЕННОГО ПОЛИНОМА

*А.А.Алимов, к.т.н., доцент кафедры «Электротехника»,  
Ташкентского государственного технического университета  
Х.Э.Холбутаева, Ташкентский государственный технический  
университет, старший преподаватель кафедры «Электротехника»  
Х.К.Абдуллаев, Директор по маркетингу  
ООО «ABREST Energy Engineering»*

**Аннотация.** В статье рассматривается некоторое преобразование уравнения, связанные с аппроксимации в виде полинома, который достаточно быстро переносят к удобному уравнению составленному относительно основных входных и выходных величин и дают обобщенные зависимости для ряда нелинейных систем. В качестве примера приведены часть магнитной цепи с продольными и ортогональными полями намагничивания. Представлены соотношения связывающее индукции  $B_1$ ,  $B_2$  как входная и выходная величины которые в свою очередь непосредственно связанные и соответствующими напряжениями  $U_1$  и  $U_2$ . Получены для всех трех магнитных цепей зависимости, преобразующие входной и выходной токи  $i_1$ ,  $i_2$  во входную и выходную индукции  $B_1$ ,  $B_2$  с аппроксимирующей функцией в виде полинома любой степени.

**Ключевые слова:** нелинейный элемент, аппроксимирующая функция, полином любой степени, магнитная цепь, магнитная индукция, напряженность магнитного поля, обобщенные зависимости.

**Abstract.** The article discusses some transformations of the equation associated with approximations in the form of a polynomial, which is quickly transferred to a convenient equation compiled with respect to the main input and output values and gives generalized dependencies for a number of nonlinear systems. As an example, a part of a magnetic circuit with longitudinal and orthogonal magnetization fields is given. Relations are presented that connect the inductions  $B_1$ ,  $B_2$  as input and output quantities, which in turn are directly related to the corresponding voltages  $U_1$  and  $U_2$ . For all three magnetic circuits, dependencies are obtained that convert the input and output currents  $i_1$ ,  $i_2$  into input and output inductions  $B_1$ ,  $B_2$  with an approximating function in the form of a polynomial of any degree.

**Key words:** non-linear element, approximating function, polynomial of any degree, magnetic circuit, magnetic induction, magnetic field strength, generalized dependencies.

При исследований процессов в электрических цепях с нелинейными элементами в ряде случаев возникает задача преобразования уравнений включающих в себя аппроксимации характеристик нелинейных элементов. Эти преобразования часто сводятся к получению таких зависимостей (обычно связывающих основные исходной и входной величины) которые удобны при исследовании амплитудных, частотных фазовых и других характеристик. Однако подобны преобразования нередко вызывают большие затруднения, свойственные операция от нелинейными зависимостями.

В статье рассматриваются некоторые преобразования уравнения, связанные с аппроксимацией в виде полинома, который достаточно в быстро переносят к удобному уравнению составленному относительно основных входных и выходных величин и дают обобщенные зависимости для ряда нелинейных систем.

В качестве примера приводятся три магнитные цепи (рис.1,2,3,) являющиеся частями тех или иных электрических цепей.

Материал ферромагнитных сердечников принимается изотропным и одинаковы для всех трех магнитных цепей, а зависимость индукции от напряженности магнитного поля (кривая намагничивания) – однозначной и симметричной относительно начало координат. Как известно такая кривая намагничивания может быть аппроксимирована полиномом в виде:

$$H = \sum_{1,3,5} a_n B^m \quad (1)$$

где:  $H$  – напряженность магнитного поля;  $m$  – целое четное число;  $B$  – индукция магнитного поля;  $a_1, a_3, a_5$  – коэффициенты аппроксимации.

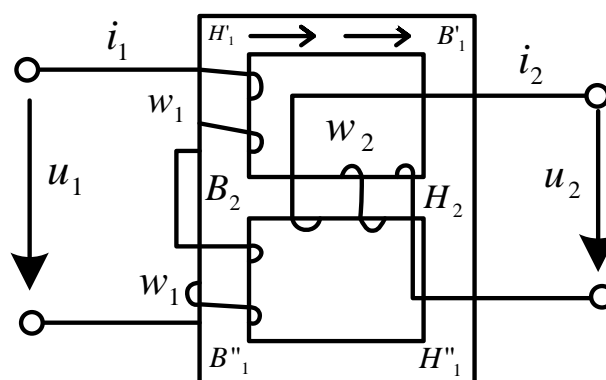


Рис. 1. Магнитная цепь с продольными магнитными цепями намагничивания

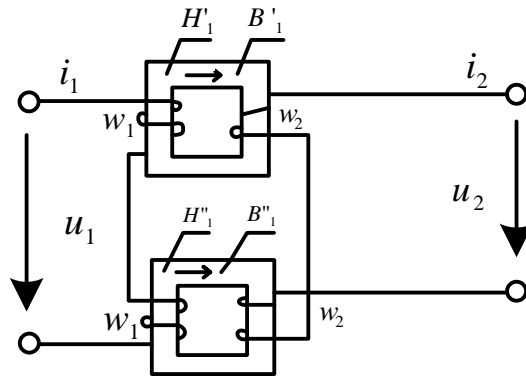


Рис. 2. Двухсердечниковая магнитная цепь

На рис.1,2 предоставлены магнитные цепи с продольными магнитными цепями намагничивания. Крайние стержни трехстержневой цепи принимаются одинаковыми. Такое же условия (идентичности) накладывается и на сердечники двухсердечниковой цепи. На рис.3 изображена магнитная цепь с ортогональными магнитными полями намагничивания.

Преобразования уравнений производятся для общего случая, когда в первичных и вторичных электрических цепях функционируют любые источники энергии (в одной из электрических цепей в место источников может иметь место автопараметрического возбуждения колебаний на какой-либо частоте).

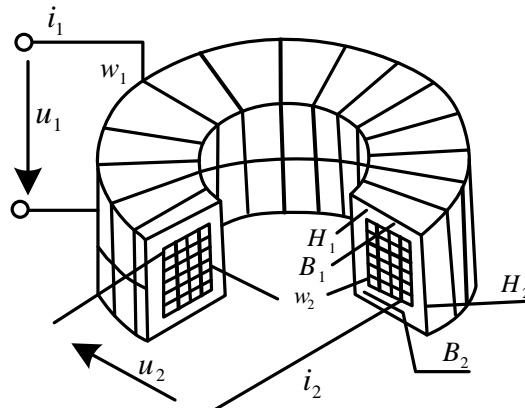


Рис. 3. Магнитная цепь с ортогональным магнитным полем намагничивания

Рассмотрим функциональные связи трехстержневой магнитной цепи (рис.1):

$$i_1 = \frac{l_1}{2w_1} (H'_1 + H''_1), \quad (2)$$

$$i_2 = \frac{l_1}{2w_2} (H'_1 + H''_1) + \frac{l_2}{w_2} H_2 \quad (3)$$

где:  $H'_1, H''_1$  – напряженности магнитных полей крайних стержней;  
 $l_1, l_2$  – длины крайних и среднего стержней соответственно.

Введем в (2) и (3) аппроксимацию (1)

$$i_1 = \frac{l_1}{2W_1} \sum_{m=1.3.5} am|(B'_1)^m + (B''_1)^m| \quad (4)$$

$$i_2 = \frac{l_1}{2W_2} \sum_{m=1.3.5} am|(B'_1)^m + (B''_1)^m| + \frac{l_2}{W_2} \sum amB_2^m \quad (5)$$

Выражения  $(B'_1)^m + (B''_1)^m$ ;  $(B'_1)^m - (B''_1)^m$  в (4) и (5) могут быть преобразованы в соотношения, связывающие входные и выходные величины по индукций. Для удобства преобразования принимаем  $B'_1 = x$ ,  $B''_1 = y$ .

Введем новые переменные:  $a = x + y$ ,  $b = x - y$

или

$$x = \frac{a + b}{2}, \quad y = \frac{a - b}{2}$$

Тогда

$$x^m \pm y^m = \frac{(a-b)^m}{2^m} \pm \frac{(a-b)^m}{2^m} = \frac{1}{2^m} [(C_m^0 a^m + C_m^1 a^{m-1} b + C_m^2 a^{m-2} b^2 + \dots + C_m^{m-1} a b^{m-1} + C_m^m b^m) \pm (C_m^0 a^m - C_m^1 a^{m-1} b + C_m^2 a^{m-2} b^2 + \dots + C_m^{m-1} a b^{m-1} - C_m^m b^m)] = \frac{1}{2^{m-1}} \sum_{k=m-1}^0 C_m^k (x \pm y)^k (x \pm y)^{m-k}$$

где:  $K = m - 1, m - 3, \dots, 2, 0$ ;  $C_m^k$  – сочетания из элементов по  $K$ .

Итак,

$$(B'_1)^m \pm (B''_1)^m = \frac{1}{2^{m-1}} \sum_{k=m-1}^0 C_m^k [(B'_1) \pm (B''_1)]^k [(B'_1) \pm (B''_1)]^{m-k} \quad (6)$$

Очевидно (рис. 1)

$$U_1 = W_1 S_1 \frac{dB}{dt} \quad (7)$$

$$B_1 = B'_1 + B''_1 \quad (8)$$

$$S_1 B'_1 = S_1 B''_1 + S_2 B_2$$

или

$$B_2 = n(B'_1 - B''_1) \quad (9)$$

$$n = S_1/S_2$$

и

$$U_2 = -W_2 S_2 \frac{dB_2}{dt} \quad (10)$$

С учетом (8) и (9) тождество (6) принимает вид:

$$(B'_1)^m + (B''_1)^m - \frac{1}{2^{m-1}} \sum_{k=m-1}^0 \frac{C_m^k}{n^k} B_2^k B_1^{m-k}, \quad (11)$$

$$(B'_1)^m - \frac{1}{2^{m-1}} \sum_{k=m-1}^0 \frac{C_m^k}{n^{m-k}} B_1^k B_2^{m-k}. \quad (12)$$

Таким образом, выражение  $(B'_1)^m \pm (B''_1)^m$  преобразуется в соотношения (11) и (12), связывающие индукции  $B_1, B_2$ , представленные здесь как входная и выходная величины и, в свою очередь непосредственно связанные с соответствующими напряжениями  $U_1$  и  $U_2$ .

Введем в (4), (5) тождества (11), (12):

$$i_1 = \sum_{m=1,3,5} \sum_{k=m-1}^0 \frac{a_m l_1 C_m^k}{2^m n^k W_1} B_2^k B_1^{m-k} \quad (13)$$

$$i_2 = \sum_{m=1,3,5} \sum_{k=m-1}^0 \frac{a_m l_1 C_m^k}{2^m n^{m-k} W_2} B_1^k B_2^{m-k} + \sum_{m=1,3,5} \frac{a_m l_2}{w_2} B_2^m \quad (14)$$

Для двухсердечниковой магнитной цепи (рис.2) справедливы функциональные связи:

$$i_1 = \frac{C(H_1' + H_1'')}{2W_1} \quad (15)$$

$$i_2 = \frac{C(H_1' - H_1'')}{2W_2} \quad (16)$$

И соотношения (7) (12) при п=

Связи (15) и (16) принимают вид:

$$i_1 = \sum_{m=1,3,5} \sum_{k=m-1} \frac{a_m l C_m^k}{2^m W_1} B_2^k B_1^{m-k} \quad (17)$$

$$i_2 = \sum_{m=1,3,5} \sum_{k=m-1}^0 \frac{a_m l C_m^k}{2^m W_2} B_1^k B_2^{m-k} \quad (18)$$

Для магнитной цепи с ортогональными магнитными полями (рис.3) имеют место соотношения [1, 2]:

$$\frac{B_1}{H_1} = \frac{B_2}{H_2} = \frac{B}{H} \quad (19)$$

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$$

$$H = \sqrt{H_1^2 + H_2^2} \quad (20)$$

где:  $B_1, B_2, B$  - магнитные индукции продольного, поперечного и результирующего магнитных полей соответственно;

$H_1, H_2, H$  - напряженности продольного, поперечного, результирующего полей соответственно.

С учетом (19), (20), (1) и некоторых преобразований получим:

$$H_1 = B_1 \frac{H}{B} = \sum_{m=1,3,5} a_m B_2 B^{m-1} = \sum_{m=1,3,5} \sum_{k=m-1}^0 a_m \frac{C_{m-1}^{1/2}}{2} B_2^k B_1^{m-k}$$

$$H_2 = B_2 \frac{H}{B} = \sum_{m=1,3,5} a_m B_1 B^{m-1} = \sum_{m=1,3,5} \sum_{k=m-1}^0 a_m \frac{C_{m-1}^{1/2}}{2} B_1^k B_2^{m-k}$$

где:  $K=m-1, m-3, \dots, 2, 0$ . или

$$i_1 = \frac{l_1}{W_1} H_1 = \sum_{m=1,3,5} \sum_{k=m-1}^0 \frac{a_m l_1 C_{m-1}^{k/2}}{W_1} B_2^k B_1^{m-k} \quad (21)$$

$$i_2 = \frac{l_2}{W_2} H_2 = \sum_{m=1,3,5} \sum_{k=m-1}^0 \frac{a_m l_2 C_{m-1}^{k/2}}{W_2} B_1^k B_2^{m-k} \quad (22)$$

Если характеристика нелинейного элемента несимметрична относительно начала координат, то аппроксимирующая функция имеет слагаемые и с четными

степенями. А для четных степеней можно получить следующие тождества:

$$x^m - y^m = \frac{1}{2^{m-1}} \sum_{k=m-1}^1 C_m^k (x+y)^k (x-y)^{m-k}$$

где:  $K=m-1; m-3; \dots 5; 3; 1;$

$$x^m + y^m = \frac{1}{2^{m-1}} \sum_{k=m}^0 C_m^k (x+y)^k (x-y)^{m-k}$$

где,  $K=m; (m-2); (m-4); \dots 4; 2; 0.$

В заключение можно сделать следующие выводы:

1. Получены для всех трех магнитных цепей зависимости, преобразующие входной и выходной токи  $i_1, i_2$  во входную и выходную индукции  $B_1, B_2$  с аппроксимирующей функцией в виде полинома любой степени.

2. Соотношения (13), (14) трехсердечниковой магнитной цепи, (17), (18) – двухсердечниковой, (21), (22) – цепи с ортогональными полями отличаются только формой записи коэффициентов (слагаемое  $\sum_{m=1,3,5} \frac{a_m l_2}{W_2} B_2^m$  в (14) объединяется с первым слагаемым при  $K=0$ , что позволяет получить обобщенные зависимости для подобных магнитных цепей, являющихся частями тех или иных электрических цепей.

### Литература

1. Каримов А.С., Абдуллаев Б.А., Алимов А.А., Бегматов Ш.Э. Обобщенная модель нелинейной индуктивности. Известия высших учебных заведений «Энергетика», № 1. Минск. 1992 г. - с. 55-59.

2. Абдуллаев Б.А., Алимов А.А. Анализ феррорезонансно-полупроводникового стабилизатора напряжения с питанием от источника постоянного тока. Узбекский журнал проблемы информатики и энергетики, № 3, Ташкент. 2000 г. - с. 28-31.

3. Alimov, A. et al. (2021) 'Relationship between mains costs and voltage switches', E3S Web of Conferences, 289, p. 07035. doi:10.1051/e3sconf/202128907035.

4. Абдуллаев Б.А., Алимов А.А., Холбутаева Х.Э. Энергетические характеристики и эквивалентные параметры нелинейной индуктивности. «Управление, качество и эффективность использования энергоресурсов», 7-Всероссийской научно-технической конференции с международным участием. - г. Благовещенск. 2013. – С. 130-131.

5. Абдуллаев Б, Холбутаева Х.Э., Идрисходжаева М.У. Магнитно-транзисторные параметрические стабилизаторы постоянного напряжения с повышенной энергосберегающей характеристикой. Москва, РФ, Ежемесячный

научный журнал “Евразийский союз ученых” № 3, 2019.

6. Абидов К.Г. Повышение надежности работы мелиоративных насосных станций с применением самозапуска электродвигателей // Электрооборудование: эксплуатация и ремонт. -Москва, 2020 № 3 (189) март. С.34-38.

7. Усманов Э.Г., Абдураимов Э.Х., Каримов Р.Ч. Оптоэлектронное бесконтактное реле напряжения // Агентство по интеллектуальной собственности РесУз. Патент на изобретение № IAP 05122. 29.10.2015.

8. Каримов И.Ч., Каримов Р.Ч. Электр таъминоти тизимларида контактсиз ускуналарнинг ишлатилиши // «Техника юлдузлари» журналы (ISSN: 1682-7686). Тошкент, 2017. - №4. – Б.53-56.

9. Бобожанов М.Қ., Расулов А.Н., Каримов Р.Ч., Саттаров Х.А. Электр таъминоти тизимида контактсиз кучланиш стабилизаторларини тадқиқ қилиш // «Муҳаммад ал-Хоразмий авлодлари» журналы (ISSN: 2181-9211). Тошкент, 2018. - №3(5). – Б.106-109.

10. Каримов Р.Ч., Рўзиназаров М.Р., Паноев А.Т. Электр таъминоти тизимида сифимли филтрли тўғрилагични таҳлил қилиш // «Фан ва технологиялар тараққиёти» илмий-техникавий журналы. Бухоро, 2017. - №1. – Б.22-27.

11. Каримов Р.Ч., Рафиқова Г.Р. Сифимли тўплагичлар энергиясини зарядловчи қурилмаларнинг параметрлари ва иш режимларини танлаш // «Фан ва технологиялар тараққиёти» илмий-техникавий журналы. Бухоро, 2016. - №1. – Б.9-19.

12. Суллийев А.Х., Каримов Р.Ч. Электр таъминоти тизимида оптодисторли контактсиз кучланиш релесини ишлатиш // «ТошТЙМИ ахбороти» журналы (ISSN: 2091-5365). Тошкент, 2018. - №4. – Б.149-154.

13. Бобожанов М.Қ., Каримов Р.Ч. Электр таъминоти тизимида оптоэлектронли резистив занжирларни тадқиқ қилиш // «ТошДТУ хабарлари» журналы (ISSN: 1684-789X). Тошкент, 2017. - №4(101). – Б.53-57.

14. Расулов А.Н., Каримов Р.Ч., Абдураимов Э.Х., Рўзиназаров М.Р. Электр таъминоти тизимида транзисторли резистив занжирларни ишлатиш // «ТошДТУ хабарлари» журналы (ISSN: 1684-789X). Тошкент, 2015. - №3(92). – Б.108-113.

15. Абдураимов Э.Х., Расулов А.Н., Каримов Р.Ч., Рўзиназаров М.Р. Электр таъминоти тизимида куч тиристорларини бошқаришида оптоэлектронли резистив занжирларни ишлатиш // «ТошДТУ хабарлари» журналы (ISSN: 1684-789X). Тошкент, 2015. - №2(90). – Б.103-108.

16. Усманов Э.Г., Абдураимов Э.Х., Каримов Р.Ч. Использование бесконтактных реле для улучшения качества электроэнергии // Журнал «Вестник ТашГТУ» (ISSN: 1684-789X). Ташкент, 2013. - №3-4. – С.48-51.



17. Усманов Э.Г., Абдураимов Э.Х., Каримов Р.Ч., Авлакулов Х.П. Ночизикли электр занжирида динамик жараёнларнинг таҳлили // «ТошДТУ хабарлари» журнали (ISSN: 1684-789X). Тошкент, 2010. - №1-2. – Б.72-75.
18. Усманов Э.Г., Абдураимов Э.Х., Каримов Р.Ч. Нелинейная динамическая цепь с тиристором // Журнал «Проблемы информатики и энергетики». Ташкент, 2006. - № 2-3. – С.37-41.
19. Bobojanov M.K., Usmanov E.G., Abduraimov E.H., Karimov R.Ch. Resistive time delay switches // Scientific journal «European Science Review» (ISSN: 2310-5577). Vienna (Austria), 2018, January–February. №1-2. – PP.210-212.
20. Karimov R.Ch., Rasulov A.N., Meliqo'ziyev M.V., Almardonov O., Rafiqov M.Z. Analysis on diode electrical circuits // International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology. India. Issue 3, March 2019, - №6, – P.8294-8298.
21. Rasulov A.N., Karimov R.Ch. The Contactless Relay of Tension in System of Power Supply // Scientific journal «Eastern European» (ISSN: 2199-7977). Dusseldorf (Germany), Ausgabe. 2015. - №4. – PP.174-178.
22. Rasulov A.N., Karimov R.Ch. The Contactless Thyristor Device for Inclusion and Shutdown of Condenser Installations in System of Power Supply // Scientific journal «Eastern European» (ISSN: 2199-7977). Dusseldorf (Germany), Ausgabe. 2015. - №4. – PP.179-183.
23. Мухиддинов Ш.С., Абдураимов Э.Х., Каримов Р.Ч. Оптоэлектронные резистивные цепи // Сборнике материалов IV-международной научно-практической конференции «Наука и современное общество: взаимодействие и развитие». Россия, Уфа, 2017. Том 2. – С.72-75.
24. Каримов Р.Ч., Бобожанов М.К. Стабилизаторы напряжения на базе бесконтактных устройств. Монография. – Т.: ТГТУ, 2020, – Стр.113.
25. Karimov R.Ch. Kontaktsiz kommutatsiyalovchi qurilmalar asosida elektr energiya sifatini oshirish. Texnika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD) ilmiy darajasini olish uchun dissertatsiya ishi. – Т.: TDTU, 2019, – 113 bet.
26. Abidov K.G.; Rakhmatullaev A.I. Investigation of an electromagnetic vibration-excitation device with a series-connected capacitor in an electric circuit. – Т.: №3. TSTU. 2018, – P.58-63.