LOGARIFM HAQIDA TUSHUNCHA. LOGARIFMIK FUNKSIYA. LOGARIFMIK TENGLAMA VA TENGSIZLIKLAR MAVZUSINI MUSTAHKAMLASHGA DOIR MISOLLAR YECHISH YUZASIDAN MATEMATIKA O'QITUVCHILARI UCHUN METODIK TAVSIYALAR

Shakirova Ra'no Artiksherovna
Toshkent viloyati Yuqori Chirchiq tumani
23-maktabning matematika fani o'qituvchisi

Annotatsiya: Ushbu maqolada logarifmlarning fan va texnikada qo'llanilishiga doir bir qator misollar keltirilgan hamda logarifmik shkala va biz ishlatadigan odatiy shkala orasidagi farqlar hayotiy misollar yordamida tushuntirib berilgan. Jumladan, insonning tovushni va yorug'likni qabul qilishi, zilzilaning Rixter shkalasi bo'yicha o'lchanishi, moddalar kislotaliligi yoki ishqoriyligining logarifmik o'lchovi, aholi demografik o'sishida logarifmlarning qo'llanishi kabi masalalar muhokama qilingan. Shuningdek, logarifm orqali aniq natijalar olish, logarifmlarni quyidagi yo'nalishlarda ham tatbiq qilish, iqtisodiy sohada logarifmik hosilalar turli xil mahsulotlarning narxlari o'zgarishini taqqoslash, statistikada logarifmlardan egri chiziqli tarzda ifodalangan ma'lumotlarni chiziqli tarzda ifodalash va elektrik muhandislar logarifmik chizmadan manbadagi kuchlanishni aniqlash bo'yicha hayotiy masalalar o'rganilgan.

Kalit so'zlar: logarifm, logorifmik funksiyasi, logarifmologiya, logorifmik tenglama va tengsizlik.

Logarifm (qadimgi yunoncha. λόγος (logos) — munosabat va ἀριθμός (a.rious) — son) -musbat sonlar to'plamida aniqlanadigan funksiya. *b sonning a asosga ko'ra logarifmi* deb b sonni topish uchun a asosni ko'tarish kerak bo'lgan daraja ko'rsatkichiga aytiladi. $\mathbf{\log_a b}$ ko'rinishida belgilanadi va "b ning a asosga logarifmi" deb o'qiladi. Ta'rifdan kelib chiqadiki, $x = log_a b$ ni topish $a^x = b$ tenglamani yechishga tengdir. Masalan, $\log_2 8 = 3$. Chunki $2^3 = 8$.

Logarifmik funksiya $y=\log_a x$ bo'lib, bu yerda *a>0 va a=b*. Funksiyaning aniqlanish sohasidagi barcha sonlar musbatdir.

$D(y) = (0; +\infty)$.

Logarifmlarni hisoblash **logarifmologiya** deyiladi. a,b qiymatlar ko'p hollarda haqiqiy bo'ladi, lekin kompleks logorifmlar ham mavjud.

Logarifmlar o'ziga xos xususiyatlarga ega bo'lib, ular vaqt talab qiladigan hisob-kitoblarni sezilarli darajada soddalashtirish uchun keng qo'llaniladi. "Logarifmlar olamiga" o'tishda Sonlarni ko'paytirish amali qo'shish bilan almashtiriladi, ayirish amali bilan esa bo'lish bajariladi va darajaga ko'tarilish va ildiz chiqarish mos ravishda darajaga ko'paytirish va bo'linishga aylanadi. Laplas logarifmlarning ixtiro qilinishi haqida "Logarifmlar matematikning mehnatini qisqartirib, uning hayotini ikki baravar oshirdi", degan.

Logarifmlarning ta'rifi va ularning qiymatlari jadvali (trigonometrik funksiyalar uchun) birinchi marta 1614 yilda Shotlandiya matematigi Jon Nepier tomonidan nashr qilingan. Boshqa matematiklar tomonidan kengaytirilgan va takomillashtirilgan. Logarifmik jadvallar tuzilib, logarifmik lineykalardan foydalanilgan. Logarifmik jadvallar elektron hisob mashinalari va Kompyuterlar paydo bo'lgunga qadar uch asrdan ko'proq vaqt davomida ilmiy va muhandislik hisob-kitoblari uchun keng qo'llanilgan.

Logarifmlar inson faoliyatining boshqa ko'plab sohalarida ham ajralmas hisoblanadi: differensial tenglamalarni echish, miqdorlar qiymatlarini tasniflash (masalan, tovush chastotasi va intensivligi), turli bog'liqliklarni taxmin qilish, axborot nazariyasi, ehtimollar nazariyasi , va hokazo. Bu funksiya elementar sonni bildiradi, u ko'rsatkichli funksiyaga nisbatan teskari. Eng ko'p ishlatiladigan lagarifm turi bu haqiqiy logarifmlardir.

2 (ikkilik),

e (natural) va

10(o'nlik logarifm)

Qo'shish, ko'paytirish va darajaga ko'tarish uchta eng asosiy arifmetik amallardir. Qo'shishning teskarisi ayirish, ko'paytirishning teskarisi bo'linishdir. Xuddi shunday, logarifm ko'rsatkichning teskari amalidir. Ko'rsatkichlar - b soning asosi ma'lum darajali y darajaga ko'tarilib, x qiymatini berish; bu belgilanadi.

Logarifma bu quyidagi shaklning ifodasidir: $\log_a b = c$, ya'ni har qanday manfiy bo'lmagan sonning (ya'ni har qanday musbat) logarifmi "a" bazasiga asoslanib, "b" qiymatini olish uchun "a" bazasini ko'tarish kerak bo'lgan "c" darajasi. Keling, logaritmni misollar bilan tahlil qilaylik, aytaylik ifoda $\text{jurnali}_2 8$. Javobni qanday topish mumkin? Juda sodda, siz shunday darajani topishingiz kerakki, 2 dan kerakli darajaga 8. 8. Aqlda ba'zi hisob-kitoblarni amalga oshirgandan so'ng, biz 3 raqamini olamiz! Va bu haqiqat, chunki 3 darajadagi 2 javobda 8 raqamini beradi.

Logarifmik funksiya. a > 0, a ≠ 1 bo‘lsin. N soning a asos bo‘yicha logarifmi deb, N sonini hosil qilish uchun a sonini ko‘tarish kerak bo‘lgan daraja ko‘rsatkichiga aytiladi va logaN bilan belgilanadi. Ta’rifga ko‘ra, a x = N (a > 0, a ≠ 1) tenglamaning x yechimi x = logaN sonidan iborat. Ifodaning logarifmini topish amali shu ifodani logarifmlash, berilgan logarifmiga ko‘ra shu ifodaning o‘zini topish esa potensirlash deyiladi. x = logaN ifoda potensirlansa, qaytadan N = a x hosil bo‘ladi. a > 0, a ≠ 1 va N > 0 bo‘lgan holda a x = N va logaN = x tengliklar teng kuchlidir. Shu tariqa biz o‘zining aniqlanish sohasida uzluksiz va monoton bo‘lgan y = loga x (a > 0, a ≠ 1) funksiyaga ega bo‘lamiz. Bu funksiya a asosli logarifmik funksiya deyiladi. y = loga x funksiya y = a x funksiyaga teskari funksiyadir. Uning grafigi y = a x funksiya grafigini

$y = x$ to‘g‘ri chiziqqa nisbatan simmetrik almashtirish bilan hosil qilinadi. Logarifmik funksiya ko‘rsatkichli funksiyaga teskari funksiya bo‘lganligi sababli, uning xossalarini ko‘rsatkichli funksiya xossalaridan foydalanib hosil qilish mumkin. Jumladan, f (x) = a x funksiyaning aniqlanish sohasi $D(f) = \{-\infty < x < +\infty\}$, o‘zgarish sohasi $E(f) = \{0 < y < +\infty\}$ edi. Shunga ko‘ra f(x) = loga x funksiya uchun $D(f) = \{0 < x < +\infty\}$, $E(f) = \{-\infty < y < +\infty\}$ bo‘ladi. $a > 1$ da loga x funksiya $(0; +\infty)$ nurda uzluksiz, o‘suvchi, $0 < x < 1$ da manfiy, $x > 1$ da musbat, $-\infty$ dan $+\infty$ gacha o‘sadi. Shu kabi $0 < a < 1$ da funksiya $(0; +\infty)$ da uzluksiz, $+\infty$ dan 0 gacha kamayadi, $0 < x < 1$ oraliqda musbat, $x > 1$ da manfiy qiymatlarni qabul qiladi. Ordinatalar o‘qi loga x funksiya uchun vertikal asimptota.

Mavzuga doir misol va masalalar ishlash:

185. Hisoblang:

1) $\mathrm{Iog}_5 125 = \mathrm{Iog}_5 5^3 = 3 \log_5 5 = 3$

2) $\mathrm{Iog}_{1/3} 9 = \mathrm{Iog}_{1/3} (\frac{1}{9})^{-1} = \mathrm{Iog}_{1/3} (\frac{1}{3})^{-2} = -2$

3) $\mathrm{Iog}_5 0{,}04 = \mathrm{Iog}_5 (25)^{-1} = \mathrm{Iog}_5 (5)^{-2} = -2$

4) $\mathrm{Iog}_{0{,}1} 1000 = \mathrm{Iog}_{0{,}1} (10)^3 = \mathrm{Iog}_{0{,}1} (0{,}1)^{-3} = -3$

5) $\mathrm{Iog}_3 (\frac{1}{27}) = \mathrm{Iog}_3 (27)^{-1} = \mathrm{Iog}_3 (3)^{-3} = -3$

186. Taqqoslang:

1) $\mathrm{Iog}_2 3$ va $\mathrm{Iog}_2 5$, $3 < 5$ sababli ,

J: $\mathrm{Iog}_2 3 < \mathrm{Iog}_2 5$

2) $\frac{Ig2}{Ig5}$ va $\mathrm{Iog}_5 4$, $\frac{\mathrm{Iog}5\ \ 2}{\mathrm{Iog}5\ \ 5} = \mathrm{Iog}_5 2$ ekani,

$2 < 4$ sababli , J: $\frac{Ig2}{Ig5} < \mathrm{Iog}_5 4$

3) $\mathrm{Iog}_3 2 + \mathrm{Iog}_3 5$ va $\mathrm{Iog}_3 (2+5)$

$\mathrm{Iog}_3 2 + \mathrm{Iog}_3 5 = \mathrm{Iog}_3 (2*5) = \mathrm{Iog}_3 10$ $\qquad$ $\mathrm{Iog}_3 (2+5) = \mathrm{Iog}_3 7$

$10 > 7$ sababli J: $\mathrm{Iog}_3 10 > \mathrm{Iog}_3 7$

4) $\mathrm{Iog}_2 3$ va 1 $\quad 1 = \mathrm{Iog}_2 2$ va $3 > 2$ sababli, $\qquad$ J: $\mathrm{Iog}_2 3 > 1$

6) $\mathrm{Iog}_7 \frac{1}{2}$ va 0 $\quad \mathrm{Iog}_7 1 = 0$, $\frac{1}{2} < 1$ sababli , J: $\mathrm{Iog}_7 \frac{1}{2} < 0$

5 уйга

187. Hisoblang.

1) $1{,}5^{\mathrm{log}_{1,5} 2} = 2$ $\qquad$ 2) $E^{\mathrm{In}5} = 5$ $\qquad$ 3) $2^{3\mathrm{Iog}_2 5} = 125$

5) $7^{-2\log_7 6} = 6^{-2} = \frac{1}{36}$

6) $3^{3-\log_3 54} = 3^{\log_3(\frac{27}{54})} = \frac{1}{2}$

7) $\log_6 2 + \log_6 18 = \log_6 (2 * 18) = \log_6 36 = 2$

8) $\lg 25 + \lg 4 = \lg(25*4) = \lg 100 = 2$

10) $\frac{\lg 2+\lg 162}{2\lg 3+\lg 2} = \frac{\lg 324}{\lg 18} = \log_{18} 324 = 2$

4 , 9 , 11 , 12 mustaqil yeching.

188. Funksiyaning aniqlanish sohasini toping:

1) $y = \log_3 (2x - 5)$ $2x - 5 > 0$, yechsak,

$x > 2{,}5$ j:An.sohasi $(2{,}5 ; +\infty)$

2) $y = \log_7 (x^2 - 2x + 1)$ $x^2 - 2x + 1 > 0$ ni yechsak ,

$x < -1$ va $x > 3$ ni topamiz

J: An.sohasi $(-\infty; -1)$ va $(3; +\infty)$

3) $y = \log_5 (4 - x^2)$ $4 - x^2 > 0$ ni yechib

$-2 < x < 2$ ni topamiz. j: $(-2;2)$

6) $y = \log_2 \frac{x-1}{x+2}$ $x = -2$ bo'la olmaydi, 1 ham

j: An.sohasi $(-2;1)$

4 va 5 larni mustaqil yeching.

189.Tenglamani yeching:

1) $\log_2 x = -5$ j: $x = 2^{-5} = \frac{1}{32}$

2) $\log_{\sqrt{3}} x = 0$ j: $x = 1$

3) $\log_{\frac{1}{2}} X = -2$ j: $x = (\frac{1}{2})^{-2} = 4$

4) $\log_x 128 = 7$ $128 = x^7$ $2^7 = x^7$

j: $x = 2$

6) $Iog_{\sqrt{x}}27 = 3$ boshqa asosga o'tkazamiz , $\frac{Iog3\ 27}{Iog3\,(\sqrt{x})} = \frac{3}{Iog3\,(\sqrt{x})}$

$\frac{3}{Iog3\,(\sqrt{x})} = 3$ dan, $3 = 3\,Iog3\,(\sqrt{x})$ $Iog3\,(\sqrt{x}) = 1$ kelib chiqadi

$\sqrt{x} = 3^1 = 3$, demak x = 9 j : x = 9

8) $Iog_2\,(x - 5) = Iog_2\,(4x + 1)$ asoslar tengligidan (potensirlab) $x – 5 = 4x + 1$,

bir noma'lumli tenglamani yechib, x = 4 ni topamiz. J: x = -2

9) $Iog_{\frac{1}{2}}\ X = -2$ $X = (\frac{1}{2})^{-2} = 4$ j: x = 4

13) $Iog_x5 = 2$ $5 = x^2$ j: $x = \sqrt{5}$

15) $Iog^2{}_7\ X – Iog_7X = 2$ $Iog_7X = a$ deb belgilash kiritamiz va $a^2 – a – 2 = 0$

Kvadrat tenglamaga ega bo'lamiz,yechib $a_1 = 2$ $a_2 = -1$ ni topdik,endi belgilagan ifoda o'rniga qo'yamiz. $Iog_7X = 2$ bundan x = 49 va

$Iog_7X = -1$

Bundan $x = \frac{1}{7}$ chiqadi. J: 49 va $\frac{1}{7}$

22) $Ig(x^2 - 21) = 2$ $x^2 – 21 = 10^2 = 100$

$x^2 = 121$ x = 11 va x = -11

j: 11 va -11 qolgan misollarni mustaqil yeching.

191. Tengsizlikni yeching:

1) $Iog_8x > 2$ $x > 8^2$ $x > 64$ j: $(64: +\infty)$
2) $Iog^2{}_3\ X – 3 > 2\,Iog_3X$

$Iog^2{}_3\ X - 2\,Iog_3X – 3 > 0$ $Iog_3X = a$ deb belgilash kiritamiz,

$a^2 – 2a - 3 > 0$ ni yechib, $a_1 = 3$ $a_2 = -1$ ni topamiz, endi belgilagan ifoda o'rniga qo'yamiz. $Iog_3X = 3$ bundan x = 27 va

$Iog_3X = -1$ intervallar metodi bilan tekshirsak ,

Bundan $x = \frac{1}{3}$ chiqadi. J: x >27 va $x < \frac{1}{3}$

7) $Iog_3(2x - 4) < Iog_3(x + 1)$ asoslar tengligidan (potensirlab), $2x - 4 < x + 1$ ni hosil qilamiz tengsizlikni yechib, $x < 5$ hosil qilamiz. J: $(-\infty: 5)$

qolgan misollarni o'zingiz mustaqil yeching.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

1. M.A.Mirzaahmedov va b., 10-sinf matematika, I,II qismlar, T:Extremum Press, 2017
2. U.A.Rozikov, N.H.Mamatova, Matematika va Turmush, T:Fan, 2020
3. E.V.Glazer, J.W.McConnell, Real-life math: everyday use of mathematical concepts, London, Greenwood Press, 2002
4. Gulhayo Bakhodirovna Kuzmanova, Nurseit Alijan Ogli Beketov (2020). Use Of Historical Materials In Teaching Mathematics In Continuous Education. The American Journal of Social Science and Education Innovations, 2(09), 531-537.
5. https://uz.hydroponicsbc.com/2928-logarithms-examples-and-solutions.html
6. https://uz.khanacademy.org/math/algebra2/exponential-and-logarithmic-functions/introduction-to-logarithms/a/intro-to-logarithms