ISSN 2181-3187

KO'PHADNI KO'PAYTUVCHILARGA AJRATISH

Abdusattorova G. A.

Annotatsiya. Ushbu maqolada ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratishning bir nechta samarali usullari keltirilgan. Ushbu mavzuga dior bir necha misollar yechib ko'rsatilgan. Ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratish – bu uni ikki yoki undan ortiq ko'phadlar ko'paytmasi shaklida yozish hamda algebrik tenglama va tengsizliklarni yechishda ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratish usulidan keng foydalanish ko'rsatib o'tilgan.
Kalit so'zlar: Ko'phad, umumiy ko'paytuvchi, to'la kvadrat, koffisent, ozod had, yechim.

Ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratish – bu uni ikki yoki undan ortiq ko'phadlar ko'paytmasi shaklida yozishdir. Algebrik tenglama va tengsizliklarni yechishda ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratish usulidan keng foydalaniladi. Biz ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratishning ba'zi usullarini ko'rib o'tamiz.

1) Umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish.

Agar ko'phadning hamma hadlari umumiy ko'paytuvchiga ega bo'lsa uni qavsdan tashqariga chiqarish yordamida ko'phad ko'paytuvchilarga ajratiladi.

Misol: $x^3-3x+4x$ ko'paytuvchilarga ajrating.

Yechish: $x^3-3x+4x=x\left(x^2-3x+4\right)$

2)Qisqa ko'paytirish formulalaridan foydalanish. Ba'zida $P_n(x)$ ko'phadni qisqa ko'paytirish formulalaridan foydalanib ko'paytuvchilarga ajratish mumkin.

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$$
$$a^3+b^3=(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)$$
$$a^3-b^3=(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)$$
$$a^4-b^4=\left(a^2+b^2\right)\left(a^2-b^2\right)=(a-b)(a+b)\left(a^2+b^2\right)$$
$$a^5-b^5=(a-b)\left(a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3+b^4\right)$$

....

....

....

$$a^n-b^n=(a-b)\left(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\ldots+ab^{n-1}+b^{n-1}\right)$$

Misol: $(4x-3)^3-(2x-1)^3$ ni ko'paytuvchilarga ajrating.

Yechish: Qisqa ko'paytirish formulasiga ko'ra

ISSN 2181-3187

$$(4x-3)^3-(2x-1)^3$$
$$=\left((4x-3)-(2x-1)\right)\left((4x-3)^2+(4x-3)(2x-1)+(2x-1)^2\right)=(2x-2)\left(28x^2-38x+13\right)$$

3)To'la kvadrat ajratish usuli. Bazida ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratishda undan to'la kvadratni ajratish va kvadratlar ayirmasi formulasidan foydalaniladi.

Misol: x^4+6x^2-10 ni ko'paytuvchilarga ajrating.

Yechish:

$$x^4+6x^2-10=\left(x^2\right)^2+2\cdot3\cdot x^2+3^2-3^2-10=\left(x^2+3\right)^2-19=\left(x^2+3\right)-\left(\sqrt{19}\right)^2=\left(x^2+3-\sqrt{19}\right)\left(x^2+3+\sqrt{19}\right)$$

4) Gurppalash usuli. Bu usuldan foydalanishda ko'p hollarda umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish usuli qo'llaniladi. Bunda ko'phad umumiy ko'paytuvchiga ega bo'lsa hadlari gruppalanadi. Umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqargandan so'ng qavs ichida har bir gruppa uchun umumiy ko'paytuvchi bo'lgan ifoda hosil bo'lishi kerak.

Misol: $x^4-5x^2+x^3-5x$ ni ko'paytuvchilarga ajrating.

Yechish: $x^4-5x^2+x^3-5x=x^2\left(x^2-5\right)+x^2\left(x^2-5\right)=x^2\left(x^2-5\right)$

5) Aniqmqs koffisentlar usuli. Bu usul quydagi tasdiqlarga asoslanadi.

1) Ikkita ko'phad aynan teng bo'lishi uchun darajalari teng bo'lgan x larning koffisentlari teng bo'lishi kerak.

2) Uchinchi darajali har qanday ko'phad chiziqli va ko'phad ko'paytuvchilar ko'paytmasiga ajratiladi.

3) To'rtinchi darajali har qanday ko'phad ikkita ikkinchi darajali ko'phadlar ko'paytmasiga ajratiladi.

Misol: x^3-5x^2+7x-3 ko'phadni ko'paytuvchilarga ajrating

Yechish: $x-\alpha$ va $\beta_1x^2+\beta_2x+\beta_3$ ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratamiz

$$x^3-5x^2+7x-3=(x-\alpha)\left(\beta_1x^2+\beta_2x+\beta_3\right) \quad (1)$$

O'ng qismini ko'paytuvchilarga yoyib olamiz.

$\beta_1x^3+\left(\beta_2-\alpha\beta_1\right)x^2+\left(\beta_3-\alpha\beta_2\right)x-\alpha\beta_3$ (1) tenglikdagi darajalari teng bo'lgan x lar oldidagi koffisentlarni tenglaymiz va quydagi sistema hosil qilamiz.

$$\begin{cases}\beta_1=1\\ \beta_2-\alpha\beta_1=-5\\ \beta_3-\alpha\beta_2=7\\ \alpha\beta_3=3\end{cases}$$

Bundan $\beta_1=1,\ \beta_2=-2,\ \beta_3=1,\ \alpha=3$

Demak $x^3-5x^2+7x-3=(x-3)\left(x^2-2x+1\right)$

6) Ko'phadni bosh koffisenti va ozod hadi bo'yicha ildizini toppish

Ba'zi hollarda ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratishda quydagi tasdiqlar foydalidir.

1) Agar $a_n + a_{n-1}x + ... + a_0x^n - a_0 \neq 0$ bunda koffisentli ko'phad $x_0 = \frac{p}{q}$ ildizga ega bo'lsa ($x_0 = \frac{p}{q}$ - qisqarmas kasr), u holda p ozod had a_n ning, q bosh koffisent a_0 ning bo'luvchisi bo'ladi.

2) Agar $x = a$ n darajali $P_n(x)$ ning ildizi bo'lsa , $P_n(x)$ ko'phadni $P_n(x) = (x-a)P_{n-1}(x)$ ko'rinishda yozish mumkin.

$P_{n-1}(x)$ ko'phadni $P_n(x)$ ko'phadni $x-a$ ikkihadga ustun shaklida bo'lib, gruppalash usulidan foydalanib yoki aniqmas koffisentlar usulidan foydalanib topishimiz mumkin.

Misol: $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 6$ ko'phadni ko'paytuvchilarga ajrating

Yechish: Ko'phadni bosh koffisenti 1ga teng. Demak u ratsional ildizlarga ega bo'lsa, bu ildizlar ozod had 6 ning bo'luvchilari bo'ladi, yani ±1, ±2, ±3, ±6 Berilgan ko'phadni $P_4(x)$ deb belgilaymiz. $P_4(1) = 4$, $P_4(-1) = 23$. Demak 1 va -1 sonlari ko'phadning ildizi bo'lmaydi. $P_4(2) = 0$ $x = 2$ ildizi bo'ladi, bundan $P_n(x)$ ko'phad $x-2$ ga bolinadi.

$\frac{x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 6}{x-2} = x^3 - 3x^2 + x - 3$ natijada

$$P_4(x-2) = (x-2)(x^3 - 3x^2 + x - 3)$$

$$x^3 - 3x^2 + x - 3 = x^2(x-3) + (x-3) = (x-3)(x^2+1)$$

$$x^4 - 5x^3 + 7x^2 + 6 = (x-2)(x-3)(x^2+1)$$

7) Parametr kiritish usuli. Ba'zi hollarda ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratishda parametr usuli yordam beradi.

Misol: $x^3 - (\sqrt{3}+1)x^2 + 3$ ko'phadni ko'paytuvchilarga ajrating.

Yechish: Parametr a bo'lgan ko'phadni qaraymiz. $x^3 - (a+1)x^2 + a^2$ bu $a = \sqrt{3}$ da berilgan ko'phadga qaytadi. Bu ko'phadni a ga nisbatan kvadrat uchxad shaklida yozib olamiz.

$a^2 - ax^2 + (x^3 - x^2)$ a ga nisbatan bu kvadrat uchxad ildizlari $a_1 = x$ va $a_2 = x^2 - x$ quydagi yenglik o'rinli.

$a^2 - ax^2 + (x^3 - x^2) = (a-x)(a - x^2 + x)$ $a = \sqrt{3}$ da quydagicha ko'paytuvchilarga ajraladi.

$x^3 - (\sqrt{3}+1)x^2 + 3 = (x - \sqrt{3})(x^2 - x - \sqrt{3})$

8) Yangi o'zgaruvchi kiritish usuli. Ko'p xollarda $P_n(x)$ ko'phadga $f(x)$ ifodani yangi o'zgaruvchi bilan almashtirib, yangi o'zgaruvchiga bog'liq oson ko'paytuvchilarga ajraladigan ko'phad hosil qilinadi. So'ngra almashtirishga qaytiladi.

Misol: $x(x+1)(x+2)(x+3) - 15$ ko'phadni ko'paytuvchilarga ajrating.

ISSN 2181-3187

Yechish: $x(x+1)(x+2)(x+3)-15=[x(x+3)][(x+1)(x+2)]-15=(x^2+3x)(x^2+3x+2)-15$

$x^2+3x=t$ deb belgilash kiritamiz.

Uholda:

$t(t+2)-15=t^2+2t-15=t^2+2t+1-16=(t+1)^2-16=(t+1+4)(t+1-4)=(t+5)(t-3)$

Belgilashga ko'paytiramiz

$x(x+1)(x+2)(x+3)-15=(x^2+3x+5)(x^2+3x-3)$

9) Har hil usullarning kombinatsiyasi. Ba'zi hollarda ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratishda yuqorida keltirilgan usullarni ketma-ket qo'llashga to'g'ri keladi.

Misol: x^4-3x^2+4x-3 ko'phadni ko'paytuvchilarga ajrating.

Yechish: Guruppalsh usulidan foydalanib ko'phadni ko'paytuvchilarga yoyib olamiz. $x^4-3x^2+4x-3=(x^4-2x^2)-(x^2-4x+3)$ birinchi qavs ichiga to'la kvadratni ajratish usulini qo'llaymiz.

$$x^4-3x^2+4x-3=(x^4-2x^2+1)-(x^2-4x+4)$$

$$x^4-3x^2+4x-3=(x^2-1)^2-(x-2)^2$$

Endi kvadratlar ayirmasi formulasini qo'llaymiz

$x^4-3x^2+4x-3=(x^2-1+x-2)(x^2-1-x+2)=(x^2+x-3)(x^2-x+1)$

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Abduhamidov A.U., Nasimov H.A., Nosirov U.M., Xusanov J.H, "Algebra va matematik analiz asoslari". 1-qism. "O'qituvchi". T.: 2008.

2. М.Мирзааҳмедов ва бошқалар. Тенглама ва тенгсизликларни ечиш. Тошкент, "Ўқитувчи", 1989 й.

3. Т.Тўлаганов, А.Норматов. Математикадан практикум. Тошкент, Ўқитувчи, 1989 й.

4. Е.Е.Вересова, Н.С.Денисова, Т.Н.Полякова. Практикум по решению математических задач. Москва. 1979 г.

5. Ахборотнома. Тошкент. 2000-2003 й.

6. Г.А.Ястребинецкий, Уравнения и неравенства, содержащие параметры. Москва, 1972 г.

7. Ашкинузе В.Г. "IXсинфда квадрат тенглама ва тенгсизликлар ечишни параметрлар билан ўрганиш. М. ВШ, 1963, №4,34-43 б.