

ВАЖНОСТЬ НЕСТАНДАРТНЫХ ВОПРОСОВ В НАУЧНЫХ ОЛИМПИАДАХ

*Хамраева Хуршида
Санаева Зебо
Эгамбердиева Гулшан*

Анотация: в данной статье рассматривается важность нестандартных задач на олимпиадах по естественным наукам и их значение в творческом мышлении учащихся

Ключевые слова: нестандартная задача, образование, неравенство, среднее арифметическое, геометрическая прогрессия, вектор

FAN OLIMPIADALARIDA NOSTANDART MASALALARNING AHAMIYATI

*Egamberdiyeva Gulshan Raxmon qizi
Xamrayeva Xurshida Janikulovna
Sanayeva Zebo Ziyadullayevna*

Anotatsiya: ushbu maqolada nostandart masalalarning fan olimpiadalaridagi ahamiyati va ularning o'quvchilarning ijodiy rivojlanishi dagi o'rni haqida fikr yuritiladi.

Kalit so'zlar: nostandart masalalar, ta'lim, tengsizlik, vektor, o'rta arifmetik, o'rta geometrik, geometrik progressiya,

Respublikamiz ta'lim -tarbiya tizimida qator islohiy o'zgarishlar amalga oshirilgan bo'lib, ularning asosiy maqsadi yosh avlodni layoqati, qobiliyati, iqtidorini aniqlash, ochish va ularning rivojlanishi uchun shart-sharoit va imkoniyatlar yaratishdan iboratdir. Bular o'quvchilarning fanga bo'lgan qiziqishini shakllashtirish, faolligini oshirish va ularni rag'batlantirish bilan bog'liqdir. Buning yorqin bir misoli sifatida fan olimpiadalarini aytishimiz mumkin. Olimpiadalar o'quvchi va talabalarning ijodiy faolligini o'stirishda, tafakkur jarayonlarini shakllantirishda, mantiqiy fikrlash ko'nikmalarini rivojlantirishda yordam beradi va bunda **nostandart misol va masalalarning** o'rni katta ahamiyatga egadir

Iqtidorli o'quvchilarning egallagan bilim va ko'nikmalarini qanchalik chuqur va mustahkamligini, ularning ijodiy fikrlash doirasining kengligini aniqlovchi mezonlardan biri sifatida nostandart misol va masalalarni ayta olamiz.

Mamlakatimiz barkamol avlodni voyaga yetkazish borasida keng ko‘lamli ishlar amalga oshirilmoqda .Bugungi kunda yurtimizdagi umumta‘lim maktablarining qiyofasi tubdan o‘zgarib,ulardan moddiy -texnik bazasi mustahkamlanib borayotganligi Milliy dastur ijrosining natijasidir.

Shu bilan birga ,maktab ta‘limini rivojlantirishga qaratilgan tadbirlar ichida Respublika fan olimpiadasining barcha bosqichlari uyushgan holda o‘tkazish va takomillashtirish ,o‘quvchilarning har tomonlama iste‘dodlarini ,fanlarga bo‘lgan qiziqishlarini ,qobiliyatlarini ,zamonaviy texnika vositalardan foydalana olish va mustaqil fikrlash jarayonlarini uyg‘unlashtirish ,o‘quvchilarni nufuzli xalqaro olimpiada va musobaqalarda muvaffaqiyatli ishtirok etishini ta‘minlash ishlari katta ahamiyatga ega .Mamlakatimiz o‘quvchilarining xalqaro matematika olimpiadalaridagi ishtirok etish geografiyasi juda tor doirada bo‘lib qolmoqda. Shu sababli , bu geografiyani kengaytirish maqsadida butun mamlakat bo‘yicha iqtidorli o‘quvchilarni jahon olimpiadalariga tayyorlash zarur deb hisoblaydi.

Ta‘lim -tarbiya jaroyonida qo‘llanilayotgan pedagogik usul hamda vositalar iste‘dodli yoshlar bilan ishlashda katta samara beryapti . Pedagogik usullar qanchalik mukammal va izchil bo‘lmasin ,iqtidorli bola bilan muloqotga kirishayotgan ustoz ham ma‘lum ma‘noda iste‘dod sohibi bo‘lmasa , kutilayotgan natijaga erishib bo‘lmaydi.

Nostandart masalalar – bu yechim g‘oyasi ma‘lum bo‘lmagan , aniq bir algoritm asosida hal qilinmaydigan hamda shartida ma‘lum miqdorlar yetarli bo‘lmagan hisoblanib , bunday masalalar o‘quvchilarning darsdagi kognitiv faolligini faollashtirishga imkon beradi . Chunki o‘quvchilarda masalani yechish uchun g‘ayritabiiy g‘oyalar tug‘lishi mumkin . bu esa mavzu va masala uchun kashfiyot deganidir. Ular o‘quvchilarni izlanish ,harakat, taqqoslash ,tahlil qilish , sintez qilish ,umumlashtirish , bitta obyektning funksiyalarini ko‘rish , bu ob‘yektning boshqalar bilan aloqalarini o‘rnatish qobiliyatiga yo‘naltiradi. Bularning barchasi o‘quvchilarning ijodiy tafakkurini rivojlantirish uchun zarurdir.Nostandart masalalar quyidagi printsiplarga muvofiq tanlanishi kerak:

Mumkin bolgan qiyinchilik ,ya‘ni masalalar o‘quvchilar uchun qiyin bo‘lishi mumkin,lekin bolalarning individual va yosh xususiyatlarini hisobga olgan holda va dastur materialiga to‘liq asoslangan bo‘lishi kerak;

Jozibadorlik , ya‘ni masalalar qiziqarli ,ko‘ngilochar , xilma-xil bo‘lishi kerak;

Rivojlanish xarakteridagi nostandart masalalar bo‘lib ,agar o‘qituvchi bolalarning qidiruv faoliyatini mohirona tashkil etsa ,o‘quvchilarning fikrini to‘g‘ri yo‘naltirsa , eng kattasamarani berishi mumkin.

Har xil nostandart masalalar va mashqlar uchun o‘quvchilarning yoshiga mos bo‘lgan har qanday masalalarni hal qilishning umumiy usullarini shakllantirish muhimahamiyatga ega .

Matematika darsliklari va darsliklarini tahlil qilish shuni ko'rsatdiki, ma'lum sharoitda har bir matn muammosini nostandart bo'lishi mumkin.

Matematikani o'qitishda nostandart masalalardan foydalanish nazariyasi va amalyotini tahlil qilish asosida ularning umumiy va o'ziga xos rolini belgilash mumkin.

1. a) $2^n - 1$ soni 7 ga qoldiqsiz bo'linadigan n ning barcha butun musbat qiymatlarini toping.

b) n ning hech bir butun musbat qiymatida 2^{n+1} soni 7 ga bo'linmasligini isbotlang.

Yechish:

a) Avval ikkining darajalarini qaraylik:

b) $2^1 = 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, 2^5 = 32, 2^6 = 64, \dots$

ko'rinib turibdiki,

$2^1 - 1 = 1, 2^2 - 1 = 3, 2^3 - 1 = 7, 2^4 - 1 = 15, 2^5 - 1 = 31, 2^6 - 1 = 63$

$n=1, n=3, \dots$ bo'lganda 7 ga qoldiqsiz bo'linar ekan. Shu sababi u holda javob $n=3k, k=1,2,3,4, \dots$ bo'ladi degan xulosa chiqaramiz.

b) Ushbu munosabatlar Nyuton binomi formulasidan kelib chiqadi:

$$2^{3k} = 8^k = (7 + 1)^k = 7M + 1,$$

$$2^{3k+1} = 2 \cdot 8^k = 2 \cdot (7 + 1)^k = 2 \cdot (7M + 1) = 14M + 2,$$

$$2^{3k+2} = 4 \cdot 8^k = 4 \cdot (7 + 1)^k = 4 \cdot (7M + 1) = 28M + 4,$$

Ular har biriga bir sonini qo'shsak ham yettiga bo'linmaydi. Ma'lumki ixtiyoriy natural son $3k, 3k+1, 3k+2$ ko'rinishdan biriga ega. Demak, n ning hech bir butun son qiymatida 2^{n+1} soni 7 ga bo'linmaydi.

2. 101 dan kichik 3 ga ham, 5 ga ham, 7 ga ham bo'linmaydiganlar natural sonlar nechta.

Yechish:

Biz bilamizki sonlarning bolinmaslik belgilari degan tushuncha yo'q, lekin bo'luvchilari degan tushuncha mavjud. Demak biz bu masalani yechish uchun 1 dan 100 gacha sonlar ichida faqat 3 ga, faqat 5 ga, faqat 7 ga bo'linadiganlarini topib olib jami 100 ta sondan ajratib olsak qolgan sonlar albatta bo'linmaydiganlar bo'ladi.

1 dan 100 gacha sonlar ichida 3 ga karralilar soni $\left[\frac{100}{3} \right] = 33$ ta ekan.

1 dan 100 gacha sonlar ichida 5 ga karralilar soni $\left[\frac{100}{5} \right] = 20$ ta ekan.

1 dan 100 gacha sonlar ichida 7 ga karralilar soni $\left[\frac{100}{7} \right] = 14$ ta ekan.

1 dan 100 gacha sonlar ichida 15 ga karralilar soni $\left[\frac{100}{15} \right] = 6$ ta ekan.

1 dan 100 gacha sonlar ichida 21 ga karralilar soni $\left[\frac{100}{21} \right] = 4$ ta ekan

1 dan 100 gacha sonlar ichida 35 ga karralilar soni $\left[\frac{100}{35} \right] = 2$ ta ekan

1 dan 100 gacha sonlar ichidan 3 ga karralilar sonini topganimizda 3 va 5 bo‘linadiganlar ham ,3 va 7 ga bo‘linadiganlar ham sanalgan edi ularni chiqarib tashlaymiz: $33-(6+4)=23$ ta faqat 3 ga bo‘linadiganlar qoldi.

1 dan 100 gacha sonlar ichidan 5 ga karralilar sonini topganimizda 3 va 5 bo‘linadiganlar ham ,5 va 7 ga bo‘linadiganlar ham sanalgan edi ularni chiqarib tashlaymiz: $20-(6+2)=12$ ta faqat 5 ga bo‘linadiganlar qoldi.

1 dan 100 gacha sonlar ichidan 7 ga karralilar sonini topganimizda 7 va 5 bo‘linadiganlar ham ,3 va 7 ga bo‘linadiganlar ham sanalgan edi ularni chiqarib tashlaymiz: $14-(2+4)=8$ ta faqat 7 ga bo‘linadiganlar qoldi.

Endi 100 ta sondan 3ga,5 ga ,7ga bo‘linadiganlarni chiqarib tashlaymiz:

$$100-(23+12+8+6+4+2)=100-55=45$$

Javob 45 ta ekan.

3. Quyidagi 702, 787, va 855 sonlarini m ga bo‘lingandagi bir xil r qoldiq qoladi . 412,722 va 815 sonlarini n ga bo‘lganda bir xil s ($s \neq r$) qoldiq qoladi . $m+n+r+s$ ni toping ?

Yechish:

Qoldiqli bo‘lish xossalariidan foydalangan holda quyidagi tengliklarni hosil qilamiz:

$$702=mx+r \quad (1)$$

$$787=my+r \quad (2)$$

$$855=mz+r \quad (3)$$

Bulardan foydalanib ikkinchi va birinchi , uchinchi va ikkinchi tengliklar o‘zaro ayriladi.

$$787-702=my-mx \quad , \quad 85=m(y-x) \quad , \quad 17 \cdot 5=m(y-x)$$

$$855-787=mz-my \quad , \quad 68=m(z-y) \quad , \quad 17 \cdot 4=m(z-y)$$

Yuqoridagi oxirgi tengliklardan $m=17$ bundan esa $r=5$ ekanligi kelib chiqadi.

Keying sonlarimiz uchun ham yuqoridagi xossalarni qo‘llab yechimlarni topamiz:

$$412=na+s$$

$$722=nb+s$$

$$815=nc+s$$

$$722-412=n(b-a), \quad 310= n(b-a), \quad 31 \cdot 10=n(b-a)$$

$$815-722=n(c-b), \quad 93= n(c-b), \quad 31 \cdot 3=n(c-b)$$

Yuqoridagi oxirgi ikki tengliklardan $n=31$, $s=9$ ekani kelib chiqar ekan .

$$m+n+r+s=17+31+5+9=62$$

4. Birinchisi $1\frac{1}{3}$ gektar , ikkinchisi 10 gektar va uchinchisi 24 gektar keladigan bu o‘tloq bir xil qalinlikdagi va bir tekis o‘sadigan maysa bilan qoplangan . Birinchi o‘tloq 4 hafta davomida 12 ta molni , ikkinchi o‘tloq 9 hafta davomida 21 ta molni

boqa olishi mumkin. Uchinchi o'tloq 18 hafta davomida nechta molni boqishi boqishi mumkin?

Yechish : Masala shartiga ko'ra $3\frac{1}{3}$ gektarli o'tloq 4 hafta davomida 12 ta molni boqar ekan. 24 gektarli o'tloq 18 hafta davomida nechta molni boqishi mumkin?

$3\frac{1}{3}$ gektarni 12 ga bo'lsak , bitta molni 4 hafta boqishi mumkin bo'lgan maydon $3\frac{1}{3} : 12 = \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{12} = \frac{5}{18}$ gektar ekanini , bu maydonni to'rtga bo'lib esa, bitta molni bir hafta davomida boqishi mumkin bo'lgan maydon $\frac{5}{18} : 4 = \frac{5}{18} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{72}$ gektar ekanini topamiz . Demak, 1 ta molni 18 hafta davomida boqish uchun $18 \cdot \frac{5}{72} = \frac{5}{4}$ gektar yer kerak ekan . 24 gektarli o'tloqda 18 hafta davomida $24 : \frac{5}{4} = \frac{96}{5} = 19\frac{1}{5}$ ta molni boqish mumkin bo'ladi. Ana xolos ! $19\frac{1}{5}$ ta mol? Shu ham masala bo'ldi-yu! Darvoqe , ikkinchi o'tloq haqidagi ma'lumotni hech qayerda ishlatmadik-ku?

Masalada 10 gektarli o'tloq 9 hafta davomida 21 t molni boqishi mumkin deyilgan . Demak , yuqoridagidek fikr yuritadigan bo'lsak $\frac{10}{21 \cdot 9} = \frac{10}{189}$, bundan bitta molni bir hafta davomida boqish kerak bo'ladigan maydon $\frac{10}{189}$ ga teng bo'lishini topamiz. Bu sonni 18 ga ko'paytiramiz . 24 ni ko'paytmaga bo'lib , uchinchi o'tloqda 18 hafta davomida $24 : \frac{10}{189} = \frac{126}{5} = 25\frac{1}{5}$ ta molni boqish mumkin degan xulosaga kelamiz . Bunisi yanayam qiziq bo'ldi-ku? Birinchidan shartlar keragidan ortiq , ikkinchidan biridan foydalansak bir javob , ikkinchisidan esa boshqa javob chiqyapti. Yana kasr javoblar . Nyuton bunaqa masala tuzmagan bo'lsa kerak !

„O'tloqdagi maysalar bir xil qalinlikda va bir tekis o'sadi ”, -masalaning bu shartichi ? Biz maysalarning kun o'tishi bilan o'sishini hech qayerda esga olmadik - ku! „Yechim” ning g'ayritabiiy va zidligi shu yerda bo'lsa kerak.

Bir boshdan yana qayta mulohaza yuritishimiz lozim . Lekin endi bu ishni aljabrsiz bajarish mushkul . Shuning uchun bir hafta ichida 1 gektar maydonda o'sib chiqib qo'shiladigan maysa miqdoriga teng maydonni y bilan belgilaymiz.

Birinchi o'tloqda bir hafta davomida $3\frac{1}{3}$ y gektar , 4 hafta davomida $3\frac{1}{3}$ y $\cdot 4 = \frac{40}{3}$ y gektar qo'shimcha maydon qo'shiladi, deb faraz qilishimiz mumkin . Demak , birinchhi o'tloqda 12 ta molni boqish uchun 4 hafta davomida $3\frac{1}{3}$ gektar maydonni emas, go'yo $3\frac{1}{3} + \frac{40}{3}$ y gektar maydondagi maysani yegan bo'lib chiqadi . U holda bir hafta davomida 12 ta mol $\frac{1}{4} (3\frac{1}{3} + \frac{40}{3})$ gektar maydondagi maysani , bitta mol esa $\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{4} (3\frac{1}{3} + \frac{40}{3})$ maydondagi maysani yer ekan .

Xuddi shunga o'xshash, ikkinchi o'tloq uchun ham 21 ta mol 9 hafta davomida 10+90y gektar yer maydonidagi maysani yer ekan . demak bir hafta davomidabitta mol $\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{20} (10 + 90y)$ gektar maydondagi maysani yegan degan xulosaga kelamiz. Bu ikki ifodalar bir xil, bo'lgani uchun

$$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{4} (3 \frac{1}{3} + \frac{40}{3}y) = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{21} (10 + 90y)$$

$$\frac{10+40y}{144} = \frac{10+90y}{189} \quad \text{ko'rinishga keltirib olib y ning qiymatini topib olamiz :}$$

$$189(10+40y)=144(10+90y)$$

$$1890+7560y=1440+12960y$$

$$450=5400y \quad , \quad y=\frac{1}{12} \quad \text{topilgan qiymatni } \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{4} (3 \frac{1}{3} + \frac{40}{3}y) \quad \text{ifodaga keltirib qo'ysak}$$

$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{4} (3 \frac{1}{3} + \frac{40}{3}y) = \frac{10+40y}{144} = \frac{10+40 \cdot \frac{1}{12}}{144} = \frac{5}{54}$ gektar ekani kelib chiqadi . Masala shartida ko'zda tutilgan bo'yicha bu kattalik hamma o'tloq uchun bir xil .

Bizdan 24 gektarli o'tloq 18 haftada nechta molni boqa olishi so'ralgan edi(molar soni x). Yuqoridagi mulohazalarga bir hafta davomida bitta molni boqish uchun uchinchi o'tloqda $\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{18} (24 + 24 \cdot 18y)$ gektar maydon kerak ekanligi kelib chiqadi va bu maydon $\frac{5}{54}$ gektar ekan.

$$\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{18} (24 + 24 \cdot 18y) = \frac{5}{54} \quad , \quad \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{18} (24 + 24 \cdot 18 \cdot \frac{1}{12}) = \frac{5}{54} \quad ,$$

$$\frac{60}{18x} = \frac{5}{54} \quad , \quad \text{bu tenglikdan } x=36 \quad \text{ekanligi kelib chiqadi.}$$

5. a,b,c musbat sonlar uchun $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq a+b+c$ tengsizlik o'rinli ekani ma'lum bo'lsa, $a+b+c \geq 3abc$ tengsizlikning o'rinli bo'lishini tekshiring.

Yechish:berilgan $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq a+b+c$ tengsizlikni umumiy maxrajga keltirib ,unga teng kuchli ushbu teng $bc+ac+ab \geq (a+b+c)abc$ tengsizlikni hosil qilamiz.

Endi ushbu $(a + b + c)^2 \geq 3(ab+bc+ac)abc$ yordamchi tengsizlikni isbotlaymiz: $(a - b)^2 + (a - c)^2 + (b - c)^2 \geq 0$, qavslarni ochib , $2(a^2+b^2 + c^2) \geq 2(ab+bc+ac)$ ni yoki $(a^2+b^2 + c^2) \geq (ab+bc+ac)$ ega bo'lamiz. Tengsizlikning ikkala tomoniga $2(ab+bc+ac)$ ni qo'shamiz .

$$(a^2+b^2 + c^2) + 2(ab+bc+ac) \geq (ab+bc+ac) + 2(ab+bc+ac) \quad \text{bundan}$$

$$(a + b + c)^2 \geq 3(ab+bc+ac) \quad \text{kelib chiqadi}$$

$(a + b + c)^2 \geq 3(ab+bc+ac) \geq (a+b+c)abc$. Tengsizlikni ikkala tomonini $(a+b+c)$ ga bo'lib yuborsak , $a+b+c \geq 3abc$ tengsizlik kelib chiqar ekan . tengsizlik isbotlandi .

6. Agar x,y,z musbat sonlari uchun $x^2 + y^2 + z^2=1$ bo'lsa, u holda $\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{xz}{y}$ ifodaning eng kichik qiymatini toping .

Yechish: O‘rta arifmetik va o‘rta geometrik miqdorlar orasidagi bog‘lanish formulasidan $a+b \geq 2\sqrt{ab} \gg (a+b)^2 \geq (2\sqrt{ab})^2 \gg a^2 + b^2 \geq 2ab$ tengsizlikni hosil qilib olamiz .Bu munosabatga ko‘ra :

$$\begin{aligned} \left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 &\geq 2 \cdot \frac{xy}{z} \cdot \frac{yz}{x} \gg \left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 \geq 2y^2 \\ \left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{xz}{y}\right)^2 &\geq 2 \cdot \frac{xy}{z} \cdot \frac{xz}{y} \gg \left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{xz}{y}\right)^2 \geq 2x^2 \\ \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{xz}{y}\right)^2 &\geq 2 \cdot \frac{yz}{x} \cdot \frac{xz}{y} \gg \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{xz}{y}\right)^2 \geq 2z^2 \end{aligned} \quad \text{larga erishamiz.}$$

Bu uchala tengsizliklarni qo‘shib yuboramiz:

$$\begin{aligned} \left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{xz}{y}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{xz}{y}\right)^2 &\geq 2y^2 + 2x^2 + 2z^2 \\ 2\left(\left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{xz}{y}\right)^2\right) &\geq 2(y^2 + x^2 + z^2) \\ \left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{xz}{y}\right)^2 &\geq (y^2 + x^2 + z^2) \\ \left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{xz}{y}\right)^2 + 2(y^2 + x^2 + z^2) &\geq 3(y^2 + x^2 + z^2) \\ \left(\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{xz}{y}\right)^2 &\geq 3(y^2 + x^2 + z^2) \quad \text{bundan, } \frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{xz}{y} \geq \sqrt{3(y^2 + x^2 + z^2)} \\ \text{hosil bo‘ladi } x^2 + y^2 + z^2 = 1 \text{ ekanligidan } \frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{xz}{y} &\geq \sqrt{3} \text{ natijaga ersishamiz.} \end{aligned}$$

Demak yig‘indining eng kichik qiymati $\sqrt{3}$ ga teng ekan.

7. $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n), (b_1, b_2, b_3, \dots, b_n)$ haqiqiy sonlarning istalgan ketma-ketligi uchun quyidagi tengsizlik o‘rinli ekanini isbotlang:

$$(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n)^2$$

Yechish :

Bu tengsizlikni isbotlashda vektorlardan foydalanib isbotlash mumkin.

Quyidagi ikkita vektorni $\bar{a}(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n), \bar{b}(b_1, b_2, b_3, \dots, b_n)$ olaylik .

Bu vektorlarning skalyar ko‘paytmasi va moduli mos ravishda

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n$$

$$|\bar{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}$$

$$|\bar{b}| = \sqrt{(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)}$$

Yuqoridagi formulalardan topiladi.

Boshqa tomondan skalyar ko‘paytma $\bar{a} \cdot \bar{b} = |\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \cos \alpha$ kabi topiladi.

$\cos \alpha = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|\bar{a}| \cdot |\bar{b}|}$ cosa ning qiymatlar sohasiga ko‘ra $\cos \alpha \leq 1$ edi .Demak bundan

$$\frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|\bar{a}| \cdot |\bar{b}|} \leq 1 \text{ bo‘lib, } \bar{a} \cdot \bar{b} \leq |\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \text{ natija kelib chiqadi.}$$

Yuqoridagi formulalardan foydalanib
$$\frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2} \cdot \sqrt{(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)}} \leq 1$$

$$a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n \leq \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2} \cdot \sqrt{(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)}$$

$$(a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)$$

Natijaga erishamiz. Teorema isbotlandi.

8. Agar $a, b, c > 0$ bo'lsa quyidagi tengsizlikni isbotlang. $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$

Yechish :

Berilgan tengsizlik bir jinsli bo'lganligi uchun umumiylikka putur yetkazmagan holda $a+b+c=1$ deb faraz qilamiz va berilgan tengsizlikka teng kuchli $\frac{2a}{b+c} + \frac{2b}{a+c} + \frac{2c}{a+b} \geq 3$ tengsizlikni isbotlaymiz .

Bu tengsizlikni isbotlashda quyidagi lemmadan foydalanamiz.

Lemma: musbat a, b, c sonlar uchun quyidagilar o'rinli :

- a) $\frac{a}{b} \geq \frac{a+n}{b+n} + \frac{(a-b)n}{a(a+n)}$
 b) $\frac{a}{b} \leq \frac{a-n}{b-n} + \frac{(b-a)n}{a(a+n)}$ $a, b > n$

Tengsizliklar n ning ixtiyoriy nomanfiy qiymatlarida o'rinli bo'ladi va (a) dagi $\frac{(a-b)n}{a(a+n)}$ va (b) dagi $\frac{(b-a)n}{a(a+n)}$ larning maxrajidagi ixtiyoriy a ni b ga almashtirish mumkin.

Bunda tengsizlik ishorasi o'zgarmaydi.

Isboti: (a) dan $\frac{a}{b} + \frac{a+n}{b+n} \geq \frac{(a-b)n}{a(a+n)} \leftrightarrow \frac{a-bn}{b(b+n)} \geq \frac{a-bn}{a(a+n)}$ ni hosil qilamiz. Bundan agar $a \geq b$ bo'lsa $\frac{1}{b(b+n)} \geq \frac{1}{a(a+n)}$ ni hosil qilamiz .

$a \leq b$ da $\frac{1}{b(b+n)} \leq \frac{1}{a(a+n)}$ ham xuddi shunday o'rinli . Tenglik $a=b$ bajariladi .

(b) qismining isboti ham xuddi shunday.

Lemmadan $\frac{2a}{b+c} \geq \frac{2a+a}{b+c+a} + \frac{(2a-b-c)a}{2a(a+b+c)} = 3a + \frac{2a-b-c}{2}$ ni hosil qilamiz (bu yerda lemmadagi a ni b ga almashtirish mumkinligidan foydalandik). Xuddi shunday $\frac{2b}{a+c} \geq 3a + \frac{2b-a-c}{2}$ va $\frac{2c}{a+b} \geq 3c + \frac{2c-a-b}{2}$ bularni hadma -had qo'shib $\frac{2a}{b+c} + \frac{2b}{a+c} + \frac{2c}{a+b} \geq 3$ tengsizlikni hosil qilish mumkin.

Nostandart masalalar:

Bolalarni nafaqat tayyor algoritmdan foydalanaishga , balki muammolarni hal qilishning yangi usullarini mustaqil topishga o'rgatish, ya'ni muammolarni hal qilishning asl yo'llarini topishga ko'maklashadi;

O'quvchilarning zukkoligining rivojlanishiga ta'sir ko'rsatadi;

Masalalarni hal qilishda noto'g'ri fikrlarning oldini olish , ularning bilim , ko'nikmalarida noto'g'ri fikrlarni yo'q qilish , bilimda yangi bog'lanishlarni topish,

ularni yangi sharoitlarda qo'llash, aqliy faoliyatning turli usullarini egallash uchun algoritmik metodlarni o'zlashtirishga yordam beradi;

O'quvchilar bilimining kuchi va chuqurligini oshirish uchun qulay sharoit yaratadi, matematik tushunchalarni ongli o'zlashtirishni ta'minlaydi;

O'quvchilar tomonidan o'rganilgan tayyor algoritmlar yo'q ;

Barcha o'quvchilar uchun kontent mavjud bo'lishi kerak;

Masala tarkibi qiziqarli bo'lishi ;

Biz dars davomida quyidagi metodlardan foydalanishimiz mumkin:

O'quvchilarga darsning nazariy qismi tushuntirilmaydida ,ularga amaliy-nostandart masalalar beriladi;

O'qituvchi tomonidan hech qanday ko'mak berilmagan holda amaliy masalalarni tahlil qilish o'quvchining o'ziga qoldiriladi;

O'quvchilarni fikrlari tinglanadi va ko'mak berilgan holda amaliy masalarni tahlil qilish o'quvchining o'ziga qoldiriladi.

O'quvchilarning fikri tinglanadi va berilgan amaliy masalani hal qilish uchun o'quvchi duch kelgan yangi tushuncha o'qituvchi tomonidan nazariy asoslanadi.

Ta'limning sifati va uni tashkil etish usuli o'qituvchining mahoratiga, talabanning xohish -istagiga ,qobiliyati va bilim darajasiga bog'liq. Ta'limning natijasi bilim bilan belgilanadi . Bilim ob'ektiv borliqdagi voqea -hodisalarning in'ikosi inson miyasidagi mushohada va tasavvurlar natijasida hosil bo'ladigan tushunchalar yig'indisi sifatida namoyon bo'ladi.

Xulosa qilib aytganda, ta'limning sifati uni berishda ishtirok etadigan kishilar salohiyati va o'quv jarayonining darajasiga bog'liq.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yhati

1. H.Norjigitov,J.A.Baxromov. "Matematikadan olimpiada masalalarini yechish uchun qo'llanma ".Guliston -2014
2. SH.N .Ismailov . "Sonlar nazariyasi", Toshkent -2008
3. A.S.Yunusov, S.I.Afonina , M.A.Berdiqulov , D.I.Yunusova .Qiziqarli matematika va olimpiada masalalari. „O'qituvchi" Toshkent -2007
4. SH.A.Ayupov, B.B.Rixsiyev ,O.SH.Qo'chqorov Matematika olimpiada masalalari(I,II,IIIqism).. „Fan" nashriyoti. Toshkent 2004.
5. SH.Ismoilov, O.Axmedov,M.Ro'ziboyev Matematikadan olimpiada testlari..Toshkent 2008.
6. Umid Ismoilov. Matematikadan olimpiada masalalari.,Yangi asr avlodi" toshkent.2007
7. E.B.Галкин. Нестандартные задачи по математике.,, Взгляд Челябинск" .2004