MATRITSALAR ALGEBRASINING TADBIQLARI

Turdiqulov Azizbek ; Soliyev Islom,
SHernazarov Samandar ; Robiyev Sulton.
O'zbekiston Milliy universiteti Jizzax filiali talabalari

Kalit so'zlar: Matritsa, Diagonal matritsa, Matritsalar ustida amallar, matritsaning elementlari.

Matritsa bir qator matematik va iqtisodiy masalalarni yechishda juda ko'p qo'llaniladigan tushuncha bo'lib, uning yordamida bu masalalar va ularning yechimlarini sodda hamda ixcham ko'rinishda ifodalanadi.

Matritsa ta'rifi: m ta satr va n ta ustundan iborat to'g'ri to'rtburchak shaklidagi $m\cdot n$ ta sondan tashkil topgan jadval $m\times n$ tartibli ***matritsa,*** uni tashkil etgan sonlar esa ***matritsaning elementlari*** deb ataladi.

Matritsalar $A,B,C,\ldots$ kabi bosh harflar bilan, ularning i-satr va j-ustunida joylashgan elementlari esa odatda a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} kabi mos kichik harflar bilan belgilanadi. Masalan,

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1.2 \\ 0 & 7.5 & -1 \end{pmatrix}$$

matritsa 2×3 tartibli, ya'ni 2 ta satr va 3 ta ustun ko'rinishidagi 2·3=6 ta sondan tashkil topgan. Uning 1-satr elementlari $a_{11}=1$, $a_{12}=-3$, $a_{13}=1.2$ va 2-satr

elementlari $a_{21}=0$, $a_{22}=7.5$, $a_{23}=-1$ sonlardan iborat. Bu matritsaning 1-ustuni $a_{11}=1$ va $a_{21}=0$, 2-ustuni $a_{12}=-3$ va $a_{22}=7,5$, 3-ustuni esa $a_{13}=1.2$ va $a_{23}=-1$ elementlardan tuzilgan.

Agar biror A matritsaning tartibini ko'rsatishga ehtiyoj bo'lsa, u $A_{m\times n}$ ko'rinishda yoziladi va umumiy holda

$$A_{m\times n}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

yoki qisqacha $A_{m\times n}=(a_{ij})$ ko'rinishda ifodalanadi.

A_{mxn} matritsada $m=n\neq 1$ bo'lsa, u ***kvadrat matritsa***, $m\neq n$ ($m\neq1$, $n\neq1$) bo'lsa ***to'g'ri burchakli matritsa*** , $m=1$, $n\neq1$ holda ***satr matritsa*** va $m\neq1$, $n=1$ bo'lganda ***ustun matritsa*** deb ataladi.

A_{nxn} kvadrat matritsa qisqacha A_n kabi belgilanadi va n-tartibli kvadrat matritsa deyiladi.

Masalan, xalq xo‘jaligining n ta tarmoqlari orasidagi o‘zaro mahsulot ayirboshlash $A_n =(a_{ij})$ kvadrat matritsa yordamida ifodalanadi. Bunda a_{ij} (i,j=1,2, … , n va $i\neq j$) i-tarmoqda ishlab chiqarilgan mahsulotning j-tarmoq uchun mo‘ljallangan miqdorini, a_{ii} (i=1,2, … , n) esa i-tarmoqning o‘zi ishlab chiqargan mahsulotga ehtiyojini bildiradi.

Shuni ta’kidlab o‘tish kerakki, m=1 va n=1 bo‘lganda $A_{1\times 1}$ matritsa bitta sonni ifodalaydi va shu sababli ma’lum bir ma’noda matritsa son tushunchasini umumlashtiradi.

A va B matritsalar bir xil tartibli va ularning mos elementlari o‘zaro teng bo‘lsa, ya’ni $a_{ij} = b_{ij}$ shart bajarilsa, ular ***teng matritsalar*** dir

A va B matritsalarning tengligi $A=B$ yoki $(a_{ij})= (b_{ij})$ ko‘rinishda belgilanadi. Masalan, ixtiyoriy $a\neq 0$ soni uchun

$$A=\begin{pmatrix} a+a & a-a \\ a:a & a\cdot a \end{pmatrix}, \qquad B=\begin{pmatrix} 2a & 0 \\ 1 & a^2 \end{pmatrix}$$

matritsalar o‘zaro teng, ya’ni $A = B$ bo‘ladi.

$A=\{a_{ij}\}$ matritsada i=j bo‘lgan a_{ii} elementlar ***diagonal elementlar***

Masalan, yuqorida ko‘rilgan $A_{2\times 3}$ matritsaning diagonal elementlari a_{11} =1 va a_{22} =7.5 bo‘ladi.

Diagonal matritsa diagonal elementlaridan boshqa barcha elementlari nolga teng bo‘lgan (a_{ij} =0, $i \neq j$) kvadrat matritsadir.

Diagonal matritsaning diagonal elementlari nolga ham teng bo‘lishi mumkin.

Masalan,

$$A_{2\times 2}=A_2=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad , \quad B_{3\times 3}=B_3=\begin{pmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

diagonal matritsalar bo‘ladi.

Barcha diagonal elementlari a_{ii} =1 bo‘lgan n-tartibli diagonal matritsa n-tartibli birlik matritsa yoki qisqacha ***birlik matritsadir***

Odatda n-tartibli birlik matritsa E_n yoki qisqacha E kabi belgilanadi. Masalan,

$$E_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad E_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

mos ravishda ikkinchi va uchinchi tartibli birlik matritsalardir.

Barcha elementlari nolga teng (a_{ij}=0) bo‘lgan ixtiyoriy $m\times n$ tartibli matritsa ***nol matritsa*** deyiladi.

$m\times n$ tartibli nol matritsa $O_{m\times n}$ yoki qisqacha O kabi belgilanadi. Masalan,

$$O_{2\times3}=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix},\quad O_{3\times2}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\\0&0\end{pmatrix},\qquad O_{3\times3}=O_3=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$$

ko‘rsatilgan tartibli nol matritsalar bo‘ladi.

Endi matritsalar ustida algebraik amallar kiritib, matritsalar algebrasini hosil etamiz.

Ixtiyoriy tartibli $A_{m\times n}=(a_{ij})$ matritsaning istalgan λ ***songa ko‘paytmasi*** deb $C_{m\times n}=\{\lambda\, a_{ij}\}$ kabi aniqlanadigan matritsaga aytiladi.

Bunda A matritsaning λ songa ko‘paytmasi λA deb belgilanadi. Masalan,

$$A=\begin{pmatrix}5&4&-1\\0&2&7\end{pmatrix}\Rightarrow 6A=\begin{pmatrix}6\cdot5&6\cdot4&6\cdot(-1)\\6\cdot0&6\cdot2&6\cdot7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}30&24&-6\\0&12&42\end{pmatrix}.$$

Bir xil tartibli $A_{m\times n}=(a_{ij})$ va $B_{m\times n}=(b_{ij})$ ***matritsalar yig‘indisi*** deb elementlari $c_{ij}=a_{ij}+b_{ij}$ kabi aniqlanadigan $C_{m\times n}=(c_{ij})$ matritsaga aytiladi.

Bunda A va B matritsalarning yig‘indisi $A+B$ ko‘rinishda belgilanadi va ularning mos elementlarini qo‘shish orqali hisoblanadi. Masalan,

$$A=A_{2\times3}=\begin{pmatrix}5&3&-1\\0&7&2\end{pmatrix},\quad B=B_{2\times3}=\begin{pmatrix}1&0&1\\2&-3&4\end{pmatrix},$$

matritsalar uchun

$$A+B=\begin{pmatrix}5+1&3+0&-1+1\\0+2&7+(-3)&2+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6&3&0\\2&4&6\end{pmatrix}.$$

Matritsalarni songa ko‘paytirish va o‘zaro qo‘shish amallari quyidagi qonunlarga bo‘ysunishi bevosita ularning ta’riflaridan kelib chiqadi:

I. $A+B=B+A$ (qo‘shish uchun kommutativlik qonuni);

II. $A+(B+C)=(A+B)+C$ (qo‘shish uchun assotsiativlik qonuni);

III. $\lambda(A+B)=\lambda A+\lambda B$, $(\lambda+\mu)A=\lambda A+\mu A$ (distrubutivlik qonuni)

Bundan tashqari yuqoridagi ta’riflar orqali bu amallar ushbu xossalarga ham ega bo‘lishini ko‘rsatish qiyin emas:

$$A+O=A,\quad A+A=2A,\quad 0\cdot A=O,\quad \lambda\cdot O=O.$$

Bir xil tartibli $A_{m\times n}=(a_{ij})$ va $B_{m\times n}=(b_{ij})$ ***matritsalar ayirmasi*** deb $A_{m\times n}$ va $(-1)\,B_{m\times n}$ matritsalarning yig‘indisiga, ya’ni $A_{m\times n}+(-1)B_{m\times n}$ matritsaga aytiladi.

Bunda A va B matritsalarning ayirmasi $A-B$ ko‘rinishda belgilanadi va ularning mos elementlarini o‘zaro ayirish orqali hisoblanadi. Masalan,

$$A=A_{2\times3}=\begin{pmatrix}5&3&-1\\0&7&2\end{pmatrix},\quad B=B_{2\times3}=\begin{pmatrix}1&0&1\\2&-3&4\end{pmatrix},$$

matritsalar uchun

$$A-B=\begin{pmatrix} 5-1 & 3-0 & -1-1 \\ 0-2 & 7-(-3) & 2-4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & 3 & -2 \\ -2 & 10 & -2 \end{pmatrix}.$$

$A_{m\times p}=(a_{ij})$ va $B_{p\times n}=(b_{ij})$ ***matritsalarning ko'paytmasi*** deb shunday $C_{m\times n}=(c_{ij})$ matritsaga aytiladiki, uning c_{ij} elementlari ushbu

$$c_{ij}=\sum_{k=1}^{p} a_{ik}b_{kj}\,, \qquad i=1,\,2,\,\cdots,\,m\,; \quad j=1,\,2,\,\cdots,\,n$$

yig'indilar kabi aniqlanadi.

Shunday qilib, $A_{m\times p}=(a_{ij})$ va $B_{q\times n}=(b_{ij})$ matritsalar uchun $p=q$, ya'ni A matritsaning ustunlari soni B matritsaning satrlari soniga teng bo'lgandagina ularning ko'paytmasi mavjud bo'ladi va AB kabi belgilanadi. Bunda $AB=C_{m\times n}=(c_{ij})$ matritsaning satrlar soni m birinchi A ko'paytuvchi matritsa, ustunlar soni n esa ikkinchi B ko'paytuvchi matritsa orqali aniqlanadi. Bundan tashqari $AB=C_{m\times n}=(c_{ij})$ ko'paytma matritsaning c_{ij} elementi A matritsaning i – satr elementlarini B matritsaning j-ustunidagi mos elementlariga ko'paytirib, hosil bo'lgan ko'paytmalarni qo'shish orqali hisoblanadi. Bu "satrni ustunga ko'paytirish" qoidasi deb aytiladi.

Iqtisodiyotga tadbiqlari

Iqtisodiyotni o'rganmoqchi bo'lgan insondan avvalo matematikani yetarlicha tushunish talab qilinadi. Buning asl sabablaridan biri qilib, iqtisodiyotning katta qismi matematik va statistik metodlardan iboratligini ko'rsatishimiz mumkin. Shuningdek matematik iqtisodiyot hamda raqamli iqtisodiyot rivojiga mamlakatimizda jiddiy e'tibor qaratilayotganini takidlashimiz zarur. So'zimizning isboti sifatida yurtboshimizning: "Tarmoq va hudud rahbarlari raqamlashtirishsiz natija, rivojlanish bo'lmasligini tushunib yetishi shart. Barcha darajadagi rahbarlar buni o'ziga kundalik vazifa sifatida belgilab, raqamlashtirish sohasini alifbosidan boshlab chuqur o'rganishi kerak" degan fikrlarini keltirishimiz mumkin. Demak, matematik iqtisodiyot qanday aniqlanadi? Matematik iqtisodiyot, nazariy iqtisodning matematik jihatlarini o'rganadigan, uni statistik tahlil qiladigan, iqtisodning kichik maydoni sifatida aniqlanadi. Boshqacha qilib aytganda, iqtisodiy farazlarni tahlil qilish maqsadida hisob-kitob, differensial tenglamalar, matritsali algebra va algebraik funksialardan keng foydalaniladi.

1-misol. Xalq xo'jaligining tarmoqlari o'rtasida ayrim ishlab chiqarish resurslarining taqsimoti quyidagi jadval orqali berilgan bo'lsin (umumiy hajmga nisbatan foiz hisobida, raqamlar shartli):

Resurslar	Xalq xo‘jaligi tarmoqlari		
	Sanoat	Qishloq xo‘jaligi	Boshqa tarmoqlar
1.Yoqilg‘i	45	30	25
2. Elektr energiyasi	53	27	20
3. Mehnat resurslari	38	21	41
4. Suv resurslari	40	48	12

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. R.R.Kucharov, E.P.Normatov, R.Q. G’aybullayev. Chiziqli Algebra (Mustaqil yechish uchun misollar to’plami)
2. B.A.Xudayarov “Chiziqli algebra va analitik geometriya”.
3. Шарипова, С. Ф., and А. Олтмишев. "СОВРЕМЕННЫЕ ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ." (2022): 178-182