ELLIPS VA UNING KANONIK TENGLAMALARI

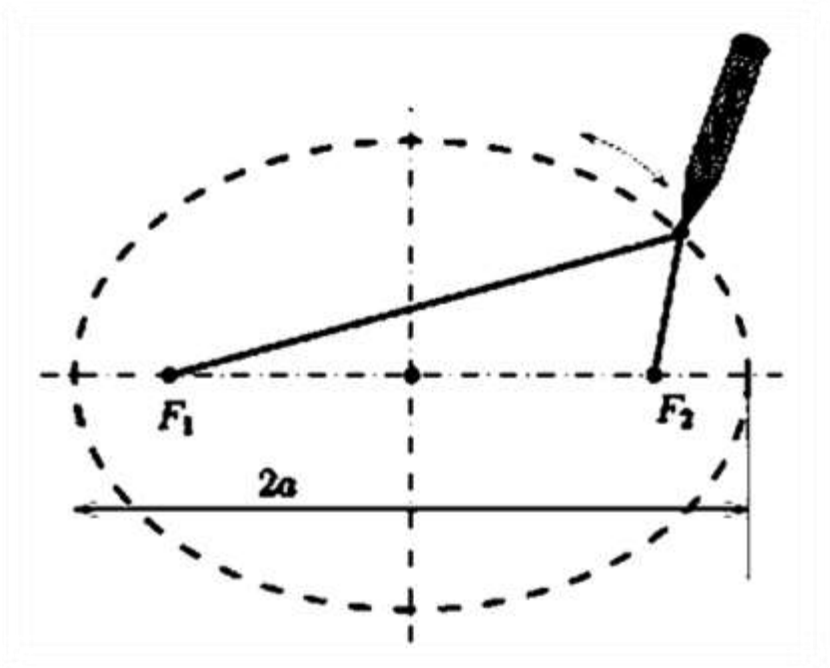
Jumanov Fazliddin Farhod o'g'li
Ahmatov Abbos Husan o'g'li
Sodiqov Eshmirod
Ro'zimurodov Javohir

Annotatsiya: Ellips matematikada geometrik shakl sifatida aniqlanadi. Ellips ikkita fokusli tekislikni kesish orqali hosil bo'ladi va ularning bu fokus nuqtalariga masofalari yig'indisi doimiydir. Ushbu tekislik ellipsning markazini va uning ikkita asosiy o'qini aniqlaydi. Ellipsning uzun o'qi fokus nuqtalari orasidagi masofaning yarmiga, qisqa o'qi esa ellips markazidagi perpendikulyar chiziq bo'ylab ajratuvchi chiziqdir.

Kalit so'z: Fokus, katta yarim o'q, kichik yarim o'q, ekstsentrisitet, kanonik tenglama, fokal radius.

Ta'rif. *Berilgan qo'zg'almas F_1 va F_2 nuqtalargacha bo'lgan masofalarning yig'indisi o'zgarmas 2a songa teng bo'lgan nuqtalarning geyometrik o'rniga ellips diyiladi.*

F_1 va F_2 nuqtalar ellips fokuslari hisoblanadi.



Geometriyada ellips ikki o'lchovli shakl bo'lib, uning o'qlari bo'ylab aniqlanadi. Konusni tekislik bilan asosiga nisbatan burchak ostida kesishganda ellips hosil bo'ladi.

Ellipsning maydoni = pab , bu erda a va b - ellipsning yarim katta va yarim kichik o'qlarining uzunligi. Ellips shakli ochiq va chegaralanmagan parabola va giperbola kabi konus qsimining boshqa qismlariga o'xshaydi . Elipslar bir qancha muhim xususiyatlarga ega, jumladan:

1. Eksentriklik: Ellipsning ekssentrikligi uning fokuslari orasidagi masofaning asosiy o'q uzunligiga nisbati. Bu qiymat har doim 0 dan 1 gacha, jumladan, 0 doirani va 1 juda cho‘zilgan ellipsni ifodalaydi.

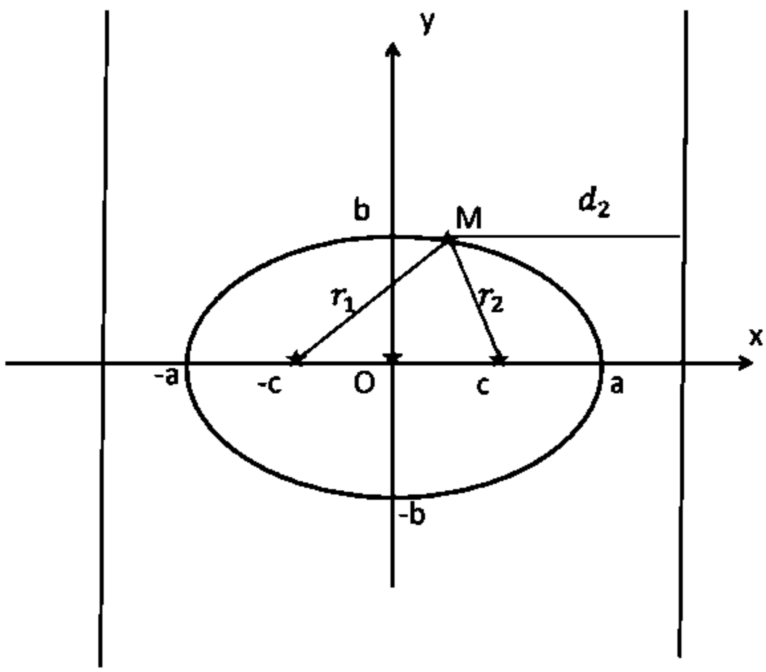
Ellepsdagi M(x, y) nuqtalardan fokuslargacha bo’lgan r_1 va r_2 masofalarni aniqlash formulasi quydagicha

$$r_{1\,2} = a \pm \varepsilon x, \qquad bu\ yerda \qquad \varepsilon = \frac{c}{a}$$

2. Focus-Directrix xossasi: Elipsning fokus-direktrix xususiyati shuni ko'rsatadiki, agar yorug'lik nuri ellipsning bir fokusidan tushsa, u ellipsning perimetri bo'ylab shunday aks etadiki, u boshqa fokusdan o'tadi. Bu shuni anglatadiki, agar biz yorug'lik manbasini elliptik oynaning bir fokusiga, ob'ektni boshqa fokusga joylashtirsak, oynadan aks etadigan yorug'lik nurlari ob'ektga yaqinlashadi va natijada aniq va fokuslangan tasvir paydo bo'ladi.

3. Maydon: ellipsning maydonini pab formulasi yordamida hisoblash mumkin, bu erda a va b mos ravishda katta va kichik o'qlarning uzunligidir.

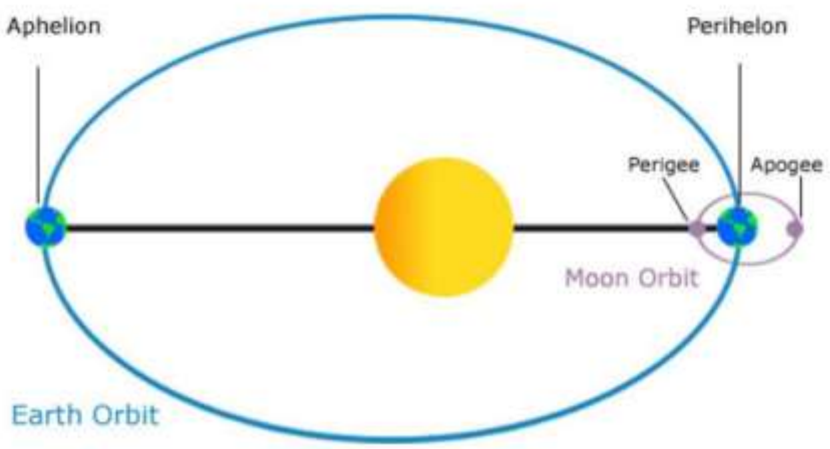
4. Parametrik tenglamalar: ellipsni t parametri bo'yicha x va y koordinatalarini tavsiflovchi tenglamalar yordamida parametrik tarzda tasvirlash mumkin. Xususan, x = a cos(t) va y = b sin(t), bu erda a va b mos ravishda katta va kichik o'qlarning uzunliklari.



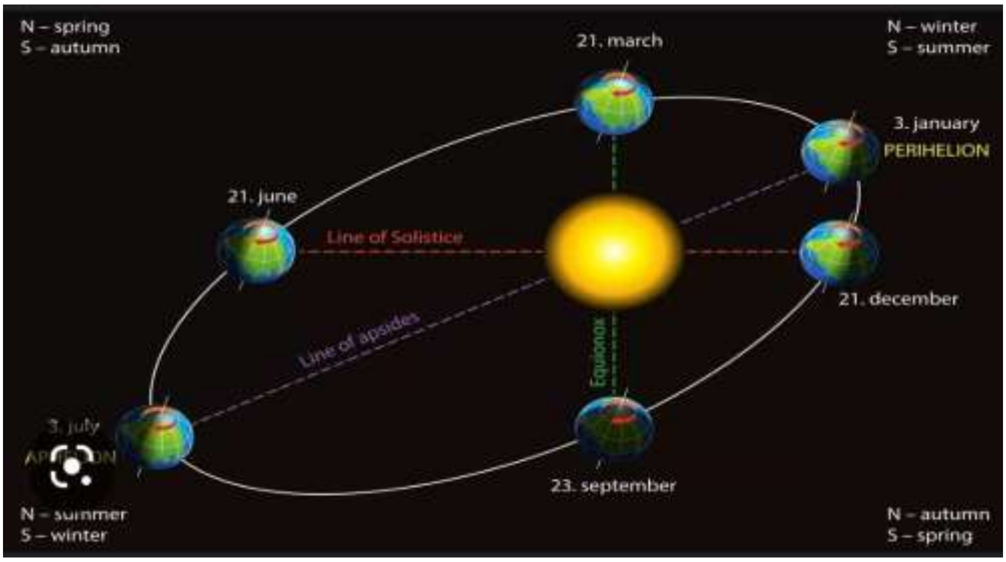
Ellipsni sayyoralarda xam kuzatishimiz mumkun

Bizning quyosh sistemamizda ular juda kam eksantriklik ellipslari, ya'ni deyarli aylana shaklida! Lekin baribir ellipslar (doira emas). Bu, asosan, tashqi buzilishlar, boshqa jismlarning tortishish ta'siri tufayli sodir bo'ladi.

Sayyoralar Quyosh atrofidagi elliptik yo'llarni tasvirlaydi va Quyosh bu ellipsning o'choqlaridan birini egallaydi. Bu Kepler qonunlarining birinchisi bo'lib, orbitalar qonuni deb nomlanadi. Ammo bu qonun nafaqat sayyoralarning Quyosh atrofidagi harakatlarini tavsiflaydi.



Sakkizta sayyora, asosan, tortishish kuchining o'zaro ta'siri tufayli quyosh atrofida elliptik tarzda aylanadi. Quyosh ko'pchilik sayyoralar kabi tortishish kuchiga ega; boshqa samoviy jismlar va bu kuchlarning o'zaro ta'sir qilish va bir-birini tortish yoki qaytarish usullari orbitaga sabab bo'ladi.



1.1 misol

$x^2 + 2y^2 = 2$ ellipsning ekssentrisiteti va direktrisasini toping.

Yechish. Tenglamani 2 ga bo’ib, kanonik ko‘rinishga keltiramiz:

$$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = 1,$$

$$a^2 = 2,\ b^2 = 1.\ c^2 = a^2 - b^2 = 2 - 1 = 1$$

$$\varepsilon = \frac{c}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Direktrisa formulasiga ko'ra

$$x=\pm\frac{a}{\varepsilon} \quad x=\pm\frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \pm 2$$

1.2 misol

Ekssentrisiteti $\varepsilon = \frac{2}{3}$ ga teng bo'gan ellipsning focuslaridan biri (6;0) nuqtada boisa, uning kanonik tenglamasini tuzing.

Yechish. Shartga ko'ra $c = 6,\ \varepsilon = \frac{c}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow c = \frac{2}{3}a.$

$$6 = \frac{2}{3}a \Rightarrow a = 9.$$

$c^2 = a^2 - b^2$ tenglikdan b ning qiymatini topamiz

$$6^2 = 9^2 - b^2 \Rightarrow b^2 = 45$$

Ellipsning kanonik tenglamasini yozamiz

$$\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{45} = 1$$

1.3 misol

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ ellipsning fokuslari, ekssentnsiteti va direktrisasini toping.

Yechish. Tenglamadan maiumki, $a < b$, ya'n $a = 3$, $b = 5$.

U holda ellips fokuslari Oy o'qida bo'ib, $c = \sqrt{b^2 + a^2}$; $c = \sqrt{5^2 - 3^2} \Longrightarrow c = 4$, $F_1(0\ ;\ -4)$, $F_2(0;\ 4)$

$\varepsilon = \frac{c}{b} = \frac{4}{5}$ bo'ladi. Direktrisa formulasiga ko'ra $y = \pm\frac{b}{\varepsilon}$, $y = \pm\frac{5}{\frac{4}{5}} = \pm\frac{25}{4}$.

Ellipsning hayotga tadbiqi va tarixi.

Ellipsni astranomik shakillarda.

Masalan Nemis astronomi I.Keplerning 1609-yilda chop etiigan planetalar harakati haqidagi birinchi qonuniga ko'ra, planetalar orbitasi fokuslaridan birida Quyosh joylashgan ellipsni tashkil etadi. Asteroidlar, kometalar va boshqa osmon jism lari Quyosh atrofida elliptik traektoriya bo'yicha harakatlanadi. Quyosh massasidan kichik bo'lgan planetaning elliptik orbitasi keltirilgan. Fokuslaridan birida Quyosh joylashgan. Elliptik trayektoriyadagi Quyoshga eng yaqin nuqta - "peregeliy", eng uzoq nuqta - “afeliy” deyiladi. “Peregeliy” va “afeliy” orasidagi masofa - ellipsning katta o ‘qidir.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Тимашёв.Д.А “Линейная алгебра и геометрия
2. Claudio Canuto, Anta Tabacco. Mathematical Analysis I, П.
3. П.Е.Данко ва бошқалар. “Олий математика мисол ва масалаларда” Тошкент, “Ўқитувчи” 2007 йил. 136 б.