IKKI ZARRACHALI DISKRET SHRYODINGER OPERATORI TARIXI VA UNING BA'ZI XOSSALARI

Jumayeva Charos Ilhomjon qizi
Buxoro davlat universiteti
Matematik analiz kafedrasi o'qituvchisi
Hayitova Mohidil Alijon qizi
Buxoro davlat universiteti
Fizika-matematika fakulteti magistri

Annotatsiya: Ushbu maqolada dastlab Shryodinger operatori tarixi keltirilgan. Keyin esa $L_2(T^d)$ fazoda chegaralangan o'z-o'ziga qo'shma operator qaralgan. Bu operatorning unitar operator bo'lishligi teorema va isboti bilan keltirilgan.

Kalit so'zlar: Kvant nazariyasi, to'lqin nazariyasi, Hilbert fazosi, operator, izometrik operator, unitar operator, spektral xossalar, Furye almashtirishi.

HISTORY OF THE TWO-PARTICLE DISCRETE SCHROEDINGER OPERATOR AND SOME OF ITS PROPERTIES

Jumayeva Charos Ilkhomjon qizi
Bukhara State University,Teacher
of the Faculty of Physics and Mathematics
Khayitova Mokhidil Alijon qizi
Master Student, Faculty of Physics and Mathematics,
Bukhara State University

Annotation: This article, firstly, gives a description of a history of the Schryodinger operator. Then the self-adjoint operator bounded on the space $L_2(T^d)$ is considered. This is given by the theorem and proof that an operator is a unitary operator.

Key words: Kvant theory, wave theory, Hilbert space, operator, isometric operator, unitary operator, spectral properties, Furye transform.

XX-asrning eng buyuk fizik olimlaridan Ervin Shryodinger 1887-yil 12-avgustda Venada tug'ilgan. Ervin Shryodinger badavlat oilada tug'ilgan hamda yagona farzand bo'lib, boshlang'ich ta'limni otasi Rudolfning o'zi bergan. O'qishni, yozishni va arifmetikani otasidan o'rgangan. Shryodinger 1898-yilda Venaning Akademik Gimnazyasiga o'qishga qabul qilinadi. 8 yil mobaynida gimnaziyada ta'lim olib. 1906-yilda Vena universitetining fizika fakultetiga o'qishga kirgan. 1910-yilda Shryodinger bira to'la doktorlik dissertatsiyasini himoya qilib, universitetni a'loga tugatib, shu yerda Frans Eksner ismli fizik olimning assistenti bo'lib ishda qoladi. 1913-yil hamkasbi Kolraush bilan Avstro-Vengriya Imperiyasi Fanlar Akademiyasining Xaytinger mukofotini qo'lga kiritadi. Bu mukofot radiy elementini tadqiq qilish haqida olib borgan tajribalari natijalari uchun beriladi.

1923-yil boshida Shveytsariyaga boradi va Syurix universitetida fizika kafedrasida ish boshlaydi. U vaqtda yaqindagina ishdan bo‘shagan Albert Eynshteynning o‘rniga fizika professori lavozimiga tayinlanadi va u keyingi ishlarini kvant nazariyasi bilan bog‘lagaydi.

Shryodinger elektronlarning to‘lqin tabiatiga bog’liq mulohazalarni ya’ni kvant nazariyasi va mumtoz fizikani o‘zaro tutashtirishga harakatni boshlab berdi. Bu paytda mumtoz fizikada to‘lqinlar tabiatiga oid yetarlicha bilim yig‘ilgan, lekin kvant hodisalarining to‘lqin tabiati uchun bu fikrlar kamlik qilayotgan edi. Shryodingerning 1925-yilda amalga oshirgan dastlabki urinishi muvaffaqiyatsizlikka uchradi. Shryodingerning bu omadsiz nazariyasida elektronlarning tezligi yorug‘lik tezligiga teng bo‘lgani sabab Eynshteyn o‘rtaga tashlagan umum nisbiylik nazariyasi tamoyillarini ham inobatga olishni talab qilardi, ya’ni juda katta tezliklarda elektronning massasi ortib ketishi kerak bo‘lardi. Bu esa, ham kvant nazariyasiga va mumtoz fizikaga zid bo’lgan. Shryodingerning o‘sha dastlabki urinishidagi omadsizlikning zamiridagi sabablaridan eng asosiysi elektronning xos xususiyati – spinga ega ekanligini hisobga olmaganligida bo‘lgan.

Shryodinger keying urinishni 1926-yilda amalga oshirdi. Bu gal elektronlarning tezligini juda past qiymatli qilib olib ko‘rdi va shu bilan umum nisbiylik nazariyasini ham e’tiborga olish masalasini istisno qildi. Bu holatda Shryodingerning mashhur to‘lqin tenglamasi keltirib chiqarilgan. Bu tenglamaga ko’ra materiyaning matematik bayoni to‘lqin funksiyasi atamalariga asosan keltiriladi. Shryodinger nazariyasini «to‘lqin nazariyasi» deb nomlagan. Uning taqdim etgan tenglamasi va uning yechimi eksperimental kuzatuvlar orqasidan juda katta muvaffaqiyat bilan to‘g‘ri chiqdi va kvant nazariyasining keyingi rivoji uchun ta’sir ko‘rsatdi.

Shryodinger o‘zining to‘lqin tenglamasida parametrlarni e’tiborga olgani bilan muvaffaqiyatli yurish qildi. Lekin, uning o‘zi kvant mexanikasi doirasida to‘lqin nazariyasi va matritsali mexanika g‘oyadan birini muhim va boshqasini keyingi darajaga surib qo‘yish kerak degan fikrga qarshi bo‘lgan. Ervin Shryodinger o‘zi ixtiro qilgan to‘lqin nazariyasi va Geyzenbergning matritsali mexanikasi bir muammoga ikki yondoshuv va ikki yechim ekanini ta’kidlagan. Ular o‘zaro matematik ekvivalent ekanini Shryodingerning o’zidan juda ko’p eshitish mumkin edi. Haqiqatan ham keyinchalik kvant mexanikasi nomi bilan birlashgan ushbu ikki muhim nazariya kvant hodisaning mohiyati borasidagi ko’p yillar kutilgan savollarga javoblarni bera boshladi. Lekin Shryodingerning o‘zi to‘lqin funksiyasi va matritsalarni o‘zaro teng ko‘rish kerakligini ta’kidlasa ham amalda ko‘p fiziklar nima bo’lganda ham to‘lqin nazariyasining nisbatan qulayroq ekanini e’tirof qila boshlashdi. Ko‘pchilikning nazarida to‘lqin funksiyasining matematik apparati soddaroq va tushunarliroq bo‘ldi.

To‘lqin nazariyasi muvaffaqiyatidan so‘ng Shryodingerning ilm-fan borasidagi obro‘si keskin oshib ketdi. Uni kvant fizikasining eng ilg’or olimlaridan biri sifatida Yevropa butun qismining ilmiy jamiyati e’tirof eta boshladi.

Shundan keyin Shryodinger kvant nazariyasining eng yetuk olimlaridan biri deya tan olindi va uning Pol Dirak bilan birga 1933-yilda fizika bo‘yicha Nobel mukofotiga sazovor bo‘ldi.

$T=(-\pi,\pi)-$ 1 o‘lchamli tor, T^d- d o‘lchamli tor, $L_2(T^d)-T^d$ da aniqlangan barcha kvadrati bilan integrallanuvchi va H Gilbert fazosi berilgan bo’lsin.

Agar H Gilbert fazosida aniqlangan V operator ixtiyoriy $f,g\in H$ lar uchun

$(Vf, Vg) = (f, g)$ tenglikni qanoatlantirsa, V ga izometrik operator deyiladi. Agar bu yerda V operator H ni to'liq H fazoga o'tkazsa, u holda V ga unitar operator deyiladi. Shunday qilib, agar V izometrik operator bo'lib, $R(V) = H$ shart bajarilsa, u holda V ga unitar operator deyiladi. Ta'rifdan ko'rinib turibdiki, har qanday unitar operator albatta izometrik operator bo'ladi, teskari tasdiq umuman olganda o'rinli bo'lmasligi mumkin. [1-8]

Standart Furye almashtirishdan foydalanish

$$\mathfrak{I}: L_2((T^d)^2) \to l_2((Z^d)^2)$$

va bevosita integral bo'laklanish, h operatorning spektral xossalarini o'rganishni, T^d Gilbert fazosida bajaruvchi $h(k)$ operatorlar oilasining spektral xossalarini [9-14] o'rganishga kamaytirish natijasida, $L_2(T^d)$ formula bo'yicha $h(k)$ operator quyidagicha bo'ladi:

$$h(k) = h_0(k) - V.$$

Bu yerda $h_0(k)$ operator

$$\varepsilon_k(x) = l_1\varepsilon(x) + l_2\varepsilon(x+k)$$

funksiyaga teng.

$$\varepsilon(x) = \sum_{i=1}^{d}(1-\cos x_i)$$

$$\varepsilon(x+k) = \sum_{i=1}^{d}(1-\cos(x_i+k_i))$$

$V - \vartheta(x-s)$ning yadro integral operatori va quyidagiga teng:

$$Vf(x) = \int_{T^3} V(x-s)f(s)ds = \int_{T^3}(\mu_0 + \mu_1\sum_{i=1}^{3}\cos(x_i - s_i))f(s)ds$$

Faraz qilaylik $d = 3$ bo'lsin, $h(k)$ operator umumiy holatda quyidagi ko'rinishda tasvirlanadi:

$$h(k)f(x) = h_0(x)f(x) - vf(x) =$$
$$= l_1\sum_{i=1}^{3}(1-\cos x_i) + l_2\sum_{i=1}^{3}(1-\cos(x_i-k_i))f(x) -$$
$$-\int_{T^3}\left(\mu_0 + \mu_1\sum_{i=1}^{3}\cos(x_i-s_i)\right)f(s)ds$$

$L_2(T^d)$ fazoda aniqlangan quyidagi operatorni qaraymiz.

$$U_k\, f(x) = f(x+k)$$

Ta'rif: Agar $U \to H_1 : H_2$ chiziqli akslantirish barcha $x \epsilon H_1$ lar uchun

$$\|Ux\|H_2 = \|x\|H_1$$

munosabat o'rinli bo'lsa va $D(U) = H_1$, $D(U) = H_2$ bo'lsa, u holda U ga unitar operator deyiladi.

Lemma. a) U_k operator $L_2(T^d)$ fazoni $L_2(T^d)$ fazoga o'tkazadi, ya'ni

$U_k : L_2(T^d) \to L_2(T^d)$

b) U_k unitar operator bo'ladi va U_k operatorni teskarisi U_k^{-1} quyidagicha aniqlanadi:

$U_k^{-1}f(x) = f(x-k).$

Teorema: Ixtiyoriy kϵT^3 da quyidagi tenglik o'rinli:

$$h(k) = \frac{l_1}{l_1+l_2}h(0) + \frac{l_2}{l_1+l_2}U_k^{-1}h(0)U_k \qquad (1)$$

bunda U_k^{-1} va U_k unitar operatorlar.

Isboti: Faraz qilaylik, $h(0) \geq 0$ bo'lsin, $h(k)$ ni quyidagicha yozib olamiz:

$$h(k) = h_0(k) - V$$

Bizga ma'lumki:

$h_0(k)f(x) = \varepsilon_k(k-x)f(x)$

$\varepsilon_k(x)$ funksiya quyidagiga:

$$\varepsilon_k(x) = l_1\varepsilon_0(x) + l_2\varepsilon_0(x-k)$$

va $\varepsilon_0(x)$ va $\varepsilon_0(x-k)$ lar esa quyidagilarga teng:

$$\varepsilon_0(x) = \sum_{i=1}^{3}(1-\cos x_i)$$

$$\varepsilon_0(k-x) = \sum_{i=1}^{3}(1-\cos(x_i-k_i))$$

$\varepsilon_k(x)$ ni $\varepsilon_0(x)$ va $\varepsilon_0(k-x)$ lar bo'yicha ifodalaymiz:

$$\varepsilon_k(x) = l_1\sum_{i=1}^{3}(1-\cos x_i) + l_2\sum_{i=1}^{3}(1-\cos(x_i-k_i)) =$$

$$= (l_1+l_2)\left[\frac{l_1}{l_1+l_2}\sum_{i=1}^{3}(1-\cos x_i) + \frac{l_2}{l_1+l_2}\sum_{i=1}^{3}(1-\cos(x_i-k_i)\right]$$

$$= \frac{l_1}{l_1+l_2}\left[l_1\sum_{i=1}^{3}(1-\cos x_i) + l_2\sum_{i=1}^{3}(1-\cos x_i)\right] +$$

$$+\frac{l_2}{l_1+l_2}\left[l_1\sum_{i=1}^{3}(1-\cos(x_i-k_i) + l_2\sum_{i=1}^{3}(1-\cos(x_i-k_i)\right]$$

Yuqoridagi belgilashlarga ko'ra:

$$\varepsilon_k(x) = \frac{l_1}{l_1+l_2}\varepsilon_0(x) + \frac{l_2}{l_1+l_2}\varepsilon_0(x-k)$$

natijaga erishamiz.

$h_0(k)$ ga $f(x)$ ni ta'sir qildirib quyidagi tenglikka ega bo'lamiz [15-18]:

$$h_0(k)f(x) = \varepsilon_k(x-k)f(x) = U_k^{-1}h(0)U_kf(x)$$

Yuqoridagi tengliklardan $h_0(k)f(x)$ quyidagi ko'rinishga keladi:

$$h_0(k)f(x) = \left\{\frac{l_1}{l_1+l_2}h_0(0)f(x) + \frac{l_1}{l_1+l_2}h_0(0)f(x)\right\} =$$

$$= \left\{\frac{l_1}{l_1+l_2}h_0(0) + \frac{l_2}{l_1+l_2}U_k^{-1}h(0)U_k\right\}f(x) \; (2)$$

$Vf(x)$ ni quyidagicha yozib olamiz:

$$Vf(x)=\int_{T^3}\left(\mu_0+\mu_1\sum_{i=1}^{3}\cos(x_i-s_i)\right)f(s)ds$$
$$=\int_{T^3}\frac{l_1}{l_1+l_2}(\mu_0+\mu_1\sum_{i=1}^{3}\cos(x_i-s_i))+$$
$$+\int_{T^3}\frac{l_2}{l_1+l_2}(\mu_0+\mu_1\sum_{i=1}^{3}\cos(x_i-s_i))\,f(s)ds=$$
$$=\frac{l_1}{l_1+l_2}Vf(x)+\frac{l_2}{l_1+l_2}U_k^{-1}VU_kf(x)$$

$U_k^{-1}VU_kf(x)$ ni $Vf(x)$ ga tengligini ko'rsatamiz:

$$U_k^{-1}VU_kf(x)=U_k^{-1}Vf(x+k)=U_k^{-1}\left(\int_{T^3}V(x-s)f(s+k)ds\right)=$$
$$=U_k^{-1}\int_{T^3}V((x+k)-(s+k))f(s+k)ds$$

$s+k=t$ belgilash kiritamiz:

$$U_k^{-1}\int_{T^3}V(x+k-t)f(t)dt=$$
$$=\int_{T^3}V(x-k+k-t)f(t)dt=\int_{T^3}V(x-t)f(t)dt=Vf(x).$$

(2) va (3) ga ko'ra (1) natijaga erishamiz:

$$h(k)=h_0(k)-V=$$
$$=\frac{l_1}{l_1+l_2}h_0(0)+\frac{l_2}{l_1+l_2}U_k^{-1}h(0)U_k-\left(\frac{l_1}{l_1+l_2}Vf(x)+\frac{l_2}{l_1+l_2}U_k^{-1}VU_k\right)=$$
$$=\frac{l_1}{l_1+l_2}h(0)+\frac{l_2}{l_1+l_2}U_k^{-1}h(0)U_k.$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Birman M.Sh. О числе собственных значений в задаче квантового рассеяния // Вестник ЛГУ. 1961. – № 13. Вып.3. – С.163–166.

2. I.N.Bozorov, D.B.Abduhamidova, F.M. Sayfullayeva. Number of eigenvalues of the one-particle Schrodinger operator on a lattice. International conference "Mathematical analysis and its applications in modern mathematical physics", September 23-24, 2022; Samarkand, Uzbekistan. pp. 41–43.

3. Tosheva N.A., Sharipov I.A. (2021). О ветвях существенного спектра одной 3х3-операторной матрицы. *Наука, техника и образование*, 2-2(77), 44-47.

4. Tosheva N.A., Ismoilova D.E. (2021). Ikki kanalli molekulyar-rezonans modeli xos qiymatlarining soni va joylashuv o'rni. *Scientific progress.* 2:1, 61-69.

5. Tosheva N.A., Ismoilova D.E. (2021). Ikki kanalli molekulyar-rezonans modelining sonli tasviri. *Scientific progress.* 2:1, 1421-1428.

6. Tosheva N.A., Ismoilova D.E. (2021). Ikki kanalli molekulyar-rezonans modelining rezolventasi. *Scientific progress.* 2:2, 580-586.

7. Tosheva N.A., Ismoilova D.E. (2021). Ikki kanalli molekulyar-rezonans modeli xos qiymatlarining mavjudligi. *Scientific progress.* 2:1, 111-120.

8. Rasulov T., Tosheva N. New branches of the essential spectrum of a family of 3x3 operator matrices. - Journal of Global Research in Math. Archive, 2019

9. Rasulov T.H., Tosheva N.A. (2019). Analytic description of the essential spectrum of a family of 3x3 operator matrices. *Nanosystems: Phys., Chem., Math.*, 10:5, pp. 511-519.

10. Rasulov T.X. (2016). О ветвях существенного спектра решетчатой модели спин-бозона с не более чем двумя фотонами. *ТМФ*, **186**:2, С. 293-310.

11. Rasulov T.H., Dilmurodov E.B. (2019). Threshold analysis for a family of 2x2 operator matrices. *Nanosystems: Phys., Chem., Math.*, 6(10), 616-622.

12. Muminov M.I., Rasulov T.H., Tosheva N.A. Analysis of the discrete spectrum of the family of $\mathbf{3 \times 3}$ operator matrices. Communications in Mathematical Analysis. 23:1 (2020), pp. 17-37.

13. Расулов Т.Х., Тошева Н.А. О числе и местонахождении собственных значений обобщенной модели Фридрихса. Тезисы 42-й Всероссийской молодежной школа-конференции Современные проблемы математики. Екатеринбург, 2011, Стр. 102–104.

14. Rasulov X.R. Qualitative analysis of strictly non-Volterra quadratic dynamical

systems with continuous time // Communications in Mathematics, 30 (2022), no. 1, pp. 239-250.

15. Rasulov T., Tosheva N. Main property of regularized Fredholm determinant corresponding to a family of 3×3 operator matrices. European science. 2.(51) 2020, pp. 11-14

16. Alauadinov A., Jumayeva Ch.. Local innerderivations on three-dimensional lie algebras. Fan va jamiyat. 2022 y. 2- son. 5-8 b.

17. A.Alauadinov, Ch.Jumayeva. Local inner derivations on four-dimensional lie algebras. Qoraqalpog'istonda fan va ta'lim. 2022 y. 1 - son. 22-29 b.

18. Boboyeva M.N. Поля значений одной 2x2 операторной матрицы с одномерными интегральными операторами. Вестник науки и образования. 17-2 (95) (2020), С 14-18.