

KOBB-DUGLAS ISHLAB CHIQARISH FUNKSIYASI HAQIDA**Akmal I. Sotvoldiyev***E-mail: akmal.sotvoldiyev@mail.ru**Toshkent moliya instituti, Toshkent, O'zbekiston*

Annotatsiya. Ushbu maqolada ishlab chiqarish funksiyalaridan biri Kobb-Duglas haqida ma'lumotlar keltirilgan. Shuningdek, ishlab chiqarish samaradorligini aniqlash usullari misollar orqali keltirib o'tilgan.

Kalit so'zlar: mehnat, capital, resurs, samaradorlik, regressiya, elastiklik, lagorifm, ko'rsatkich.

Kirish

Ishlab chiqarishning ikkita asosiy omili kapital va mehnatdir. Ularni kombinatsiyasining ma'lum mutanosibligi mahsulot olish uchun sharoit yaratadi. Kobb-Duglas ishlab chiqarish funksiyasining maqsadi muayyan mahsulotni kerakli miqdorda ishlab chiqarish uchun zarur bo'lgan mehnat va kapital hajmining texnologik nisbatini aks ettirishdan iborat.

Ushbu ishlab chiqarish funksiyasi ikkita faktorga asoslangan. Uni birinchi marta shved iqtisodchisi Knut Veksel taklif qilgan, ammo statistik tekshirish 1927-1947 yillarda ikki olim Charlz Cobb va Pol Duglas tomonidan amalga oshirilgan (1928 yilda ularning "Ishlab chiqarish nazariyasi" nomli ishlari nashr etilgan). Aynan shu olimlarning ismlari ishlab chiqarish funksiyasiga nom bo'lib qolgan.

Shuningdek, tor ma'noda "Kobb-Duglas ishlab chiqarish funksiyasi" atamasi masshtabning doimiy daromadlarini bildirish uchun ishlataladi.

Kobb va Duglas tomonidan ishlab chiqilgan ishlab chiqarish funksiyasi birinchi agregat ishlab chiqarish funksiyasi hisoblanadi. Uning qo'llanilishi nafaqat kichik hajmdagi jarayonlarni, balki iqtisodiyotning butun tarmoqlarini ham modellashtirish imkonini berdi. Ushbu funksiyaning statistik tasdig'i makroiqtisodiy rivojlanishning yangi bosqichining boshlanishi bo'lib, ishlab chiqarish samaradorligini milliy iqtisodiyot darajasida baholash imkonini beradi.

Asosiy qism

Kobb-Duglas ishlab chiqarish funksiyasi formulasi ma'lum bir mahsulot ishlab chiqarish hajmining ikkita ishlab chiqarish omili – mehnat va kapital kombinatsiyasiga bog'liqligini aks ettiradi. Umuman olganda, formula quyidagi shaklga ega:

$$Q = A \cdot L^\alpha \cdot K^\beta$$

Bu yerda Q – ishlab chiqarish hajmining ma'lum bir davrda ishlab chiqarilgan mahsulot va xizmatlarning haqiqiy qiymatini tavsiflovchi ko'rsatkichi; A – omillarning texnologik unumdorligining umumiyligi ko'rsatkichi. Ushbu ko'rsatkichni aniqlash eng qiyin va ma'lum darajadagi xatolik bilan mehnat va kapital hissasini, shuningdek, boshqa omillar ta'sirini baholashda nomukammallik ehtimolini ta'minlaydi; L – ma'lum hajmdagi mahsulot ishlab chiqarishda barcha xodimlarning ma'lum vaqt davomida ishlagan odam-soati sonida ifodalangan mehnat xarajatlari; K – ishlab chiqarishda foydalilaniladigan asbob-uskunalar va mashinalarning real qiymatida ifodalangan ma'lum hajmdagi mahsulot ishlab chiqarishga qo'yilgan

kapitalning qiymati; α – mehnatning texnologik egiluvchanligi; β – kapitalning texnologik egiluvchanligidir.

Bu formula statistik hisob-kitoblarga asoslangan bo‘lib, rivojlangan mamlakatlar uzoq vaqt davomida mehnat va kapital qo‘yilmalarining doimiy ulushlari bilan tavsiflanadi. Biroq, bu gipoteza hozir so‘roq ostida turibdi.

Kobb-Duglas ishlab chiqarish funksiyasining eng muhim ko‘rsatkichlari ishlab chiqarish omillarining egiluvchanligi ko‘rsatkichlari bo‘lib, ular nisbati o‘zgarishining ishlab chiqarishning fizik hajmiga ta’sirini aks ettiradi, qolgan barcha narsalar tengdir.

$\alpha + \beta = 1$ – bu munosabat shkala bo‘yicha doimiy daromadlarni tavsiflaydi, masalan, sarflangan mehnat va kapitalning 100% ga o‘sishi bilan ishlab chiqarish hajmi bir xil 100% ga, ya’ni ikki baravar ko‘payadi. Ishlab chiqarish funksiyasi chiziqli bir hil;

$\alpha + \beta > 1$ – bu munosabat daromadning ortib borishini tavsiflaydi, masalan, mehnat va sarflangan kapitalning 100% ga o‘sishi bilan ishlab chiqarish hajmi, aytaylik, 120% ga, ya’ni ikki barobardan ko‘proq oshadi;

$\alpha + \beta < 1$ – bu munosabat shkalaga nisbatan pasayib borayotgan daromadlarni tavsiflaydi.

Ishlab chiqarish funksiyasi ishlab chiqarish hajmi (firma mahsuloti) va ishlab chiqarish omillari, masalan, resurslar xarajatlari, texnologiya darajasi o‘rtasidagi iqtisodiy-matematik miqdoriy bog‘liqlikdir.

1-masala. Korxonaning ishlab chiqarish funksiyasi quyidagicha ko‘rinishga ega:

$$Q = L^{0.5} \cdot K^{0.5}$$

Faraz qilaylik, kuniga 4 soat mehnat ($L=4$) va 4 soat mashina ishi ($K=4$) sarflanadi. Bunda:

- 1) ishlab chiqarilgan mahsulotlarning maksimal soni;
- 2) o‘rtacha mehnat mahsuloti;
- 3) aytaylik, firma ikkala omilning xarajatlarini ikki baravar oshirdi. Chiqarish hajmi qanday bo‘ladi?

Yechish:

- 1) Mahsulotning maksimal miqdori ikkala ishlab chiqarish omilidan maksimal darajada foydalanish bilan erishiladi:

$$Q_{\max} = 4^{0.5} \cdot 4^{0.5} = 4$$

- 2) o‘rtacha mehnat mahsuloti:

$$ATL = \frac{Q}{L} = \frac{4}{4} = 1$$

- 3) aytaylik, firma ikkala omilning xarajatlarini ikki baravar oshirdi. U holda ishlab chiqarish hajmi quyidagicha bo‘ladi:

$$Q_{\max} = 8^{0.5} \cdot 8^{0.5} = 8$$

demak, u ham 2 barobar ortadi. Bu ishlab chiqarish miqyosiga qaytish birligidir – ishlab chiqarish ishlatalgan resurslar miqdori oshgani bilan bir xil miqdorda o‘sadi.

2-masala. Quyidagi jadvalda keltirilgan ma’lumotlarga asoslanib, Kobb-Duglas tipidagi PF quring. Agar asosiy fondlarni 20% ga oshirish va shu bilan birga o’tgan

yilga nisbatan mehnat resurslarini 5% ga qisqartirish rejalarshirilgan bo'lsa, 2017 yil uchun sanoat ishlab chiqarish hajmining prognozini tuzing. Ayrim sanoatning to'rt yil davomida jamlangan asosiy ko'rsatkichlari keltirilsin:

1-jadval

Yil	Ishlab chiqarish hajmi – Y mln. sh.p.b.	Asosiy fondlar – K mln. sh.p.b.	Mehnat resurslari – L ming kishi
2010	431	650	91
2011	440	710	93
2012	462	773	94
2013	482	836	95
2014	503	888	95
2015	510	890	95
2016	531	913	96

Yechish: Kobb-Duglas funksiyasiga kiritilgan A , α parametrlari $Y = A \cdot L^{1-\alpha} \cdot K^\alpha$ ushbu jadvalga muvofiq eng kichik kvadratlar usuli bilan topamiz. Quyidagi belgilashlarni kirlitsak,

$$y = \ln \frac{Y}{L}; \quad x = \ln \frac{K}{L}; \quad c = \ln A$$

u holda Kobb-Duglas funksiyasini chiziqli shaklda logarifmlarda qayta yozish mumkin:

$$\ln \frac{Y}{L} = \ln A + \alpha \ln \frac{K}{L},$$

yoki

$$y = \alpha x + c$$

Natijada chiziqli bog'liqlikdagi c va α regressiya koeffisientlari quyidagi formulalar yordamida topiladi:

$$\alpha = \frac{n \sum (x_i y_i) - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n \sum (x_i^2) - (\sum x_i)^2}, \quad c = \frac{1}{n} \sum (y_i) - \alpha \cdot \frac{1}{n} \sum (x_i)$$

Bu yerda x_i , y_i ma'lumotlar quyidagi jadvaldan kiritiladi:

2-jadval

Yil	$y = \ln \frac{Y}{L}$	$x = \ln \frac{K}{L}$
2010	1,56	1,97
2011	1,55	2,03
2012	1,59	2,11
2013	1,62	2,17
2014	1,67	2,24
2015	1,68	2,24
2016	1,71	2,25

Endi hisoblash jadvalini tuzamiz ($n = 7$):

3-jadval

Yil	y	x	yx	x^2
2010	1,56	1,97	3,06	3,87
2011	1,55	2,03	3,16	4,13
2012	1,59	2,11	3,35	4,44
2013	1,62	2,17	3,53	4,73
2014	1,67	2,24	3,73	5,00
2015	1,68	2,24	3,76	5,01
2016	1,71	2,25	3,85	5,07
Σ	11,38	15,01	24,44	32,24

$$\alpha = \frac{7 \cdot 24,44 - 11,38 \cdot 15,01}{7 \cdot 32,24 - (15,01)^2} \approx 0,529;$$

$$c = \frac{1}{7} \cdot 11,38 - 0,529 \cdot \frac{1}{7} \cdot 15,01 \approx 0,493;$$

$$A = e^c = e^{0,493} \approx 1,637$$

Kobb-Duglas funksiyasi quyidagi shaklga ega:

$$Y = 1,637 \cdot K^{0,529} \cdot L^{1-0,529} = 1,637 \cdot K^{0,529} \cdot L^{0,471}$$

2017 yil uchun sanoat ishlab chiqarish hajmining prognozini tuzamiz, agar asosiy fondlarni 20% ga oshirish va bir vaqtning o‘zida o‘tgan yilga nisbatan mehnat resurslarini 5% ga qisqartirish rejalashtirilgan bo‘lsa, yangi qiymatlar:

$$K = 913 \cdot 1,2 = 1095,6; \quad L = 96 \cdot 0,95 = 91,2$$

Demak, ishlab chiqarish hajmi prognozi:

$$Y_{2017} \approx 1,801 \cdot 1095,6^{0,502} \cdot 91,2^{0,498} \approx 555,747$$

Xulosa. Inson kapitali ishlab chiqarishning juda muhim omili hisoblanadi. Uzava (1965) va Lukas (1988) tadqiqotlarida u Kobb-Duglas ishlab chiqarish funksiyasining asosiy o‘zgaruvchisi sifatida kiritilgan. Shunday qilib, mehnat omilining (L) almashishi inson kapitali omilini (K), texnologiyani (A) va moliyaviy kapitalni (K) o‘zgarishiga olib keladi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Xashimov A.R., Ochilova N.K., Axmedov M.I., Sotvoldiyev A.I. Iqtisodiy matematika. O‘quv qo‘llanma. T.: “Fan va texnologiya” nashriyoti. 2018. 352 bet.
2. Sotvoldiyev A.I. Mathematics of economic processes nature and methods of modeling // Science and education scientific journal. Tashkent. 2023. Vol. 4, No. 3. pp. 829-835.
3. Sotvoldiyev A.I., Ostonaqulov D.I. Mathematical Models in Economics // Spectrum Journal of Innovation, Reforms and Development. 2023. Vol. 17, pp. 115-119.
4. https://www.matburo.ru/ex_econ_all.php?p1=micropf