YASASHGA DOIR MURAKKABROQ BO'LGAN AYRIM GEOMETRIK MASALALARNI YECHISH USULLARI HAQIDA

Aslonov Ulug'bek Shamsiddinovich,
Buxoro viloyat xalq ta'limi xodimlarini qayta tayyorlash va ularning malakasini oshirish hududiy markazi Aniq va tabiiy fanlar metodikasi kafedrasi katta o'qituvchisi
aslonov-ulug@inbox.uz
Shamsiddinova Maftunabonu Ulug'bek qizi,
Buxoro davlat universiteti Axborot texnologiyalari fakulteti Amaliy matematika ta'lim yo'nalishi 2-bosqich talabasi

Annotasiya: Ushbu maqolada chizg'ich va sirkuldan foydalanib, yasashga doir murakkabroq bo'lgan ayrim geometrik masalalarni yechish usullari yoritilgan.

Kalit so'zlar: chizg'ich, sirkul, kesma, pozitsion masala, ko'pburchak, ko'pyoq, tekislik, muntazam uchburchak, muntazam oltiburchak.

Annotation: This article describes the methods of solving some more complex geometric problems using a ruler and a circle.

Key words: line, circle, section, positional problem, polygon, polyhedron, plane, regular triangle, regular hexagon.

Mazkur maqolada biz chizg'ich va sirkul imkoniyatlaridan foydalanib, shu bilan bir qatorda cheklangan qurollar yordamida ham masalalar ko'rib o'tamiz.

Masalalarni metod bo'yicha ishlash uni yechimini tez va oson topilishiga olib keladi. Har bir metodning ham o'ziga yarasha qiyinchilikdagi masalalari mavjud. To'g'ri, ayrim masalalarning yechimi bir necha metodlar kombinatsiyasida topilsada, ba'zilariniki esa uning qaysi metodga to'g'ri kelishini topish ham muammoning sababi hisoblanib qoladi.

Bunday muammolarni inobatga olgan holda biz berilgan masalani metodlarga ajratish bilan bir qatorda uning murakkablik darajasiga qarab tiplarga ajratamiz. Har metodning o'zining tiplari bo'yicha masalalari mavjud. Masalan 1-tipga: 1) Berilgan kesmani yasash; 2) Berilgan kesmadan $\boldsymbol{n}$ marta katta kesma yasash; 2-tipga: 1) Berilgan burchakka teng burchak yasash; 2) Berilgan kesmani $\boldsymbol{m}:\boldsymbol{n}$ nisbatda bo'lish; 3-tipga: 1) Berilgan tomonlari bo'yicha uchburchak yasash va h.k… .

Berilgan masalaning tiplariga ajratishni algebraik talqinda izohlasak, masalaning nechanchi tipga tegishli bo'lishi uning o'shancha noma'lumli tenglamalar sistemasi yechimiga bog'liqligidan dalolat beradi.

E'tibor bergan bo'lsangiz yuqoridagi tiplarga ajratilgan masalalar ayni bir metodga tegishli bo'lib, ajratilgan tiplar faqat shu metodga taalluqli bo'lib qolishi ham mumkin. Misol tariqasida shu metodga tegishli (umumiy metod) berilgan aylanaga berilgan nuqtadan urinma o'tkazish masalasi 4-tipga tegishli bo'lsa, shu masalaga o'xshash inversiya metodi bilan ishlanadigan berilgan inversion aylanadan tashqarisidagi berilgan nuqtaga mos inversion nuqtasini topish masalasi bu metodda 1-tip bilan yechiladigan masala hisoblanadi (bu masalalar yechimi o'xshash).

Lekin masalalarni tiplarga ajratishda uning faqat metodlariga e'tibor qaratish zarur. Shu bilan bir qatorda geometrik masalalarni yasashda berilgan qurollar va ularning imkoniyatlarini ham inobatga olish lozim. Sababi chizg'ich va sirkul yordamida yechilishi nazarda tutilgan va tiplarga ajratilgan masalalar faqat chizg'ich yoki faqat sirkul vositasida yechish nazarda tutilsa, uning avvalgi tipi o'zgarib yanada yuqorilashishi yoki yechilishi mumkin bo'lmagan masalaga kelib qolishi mumkin.

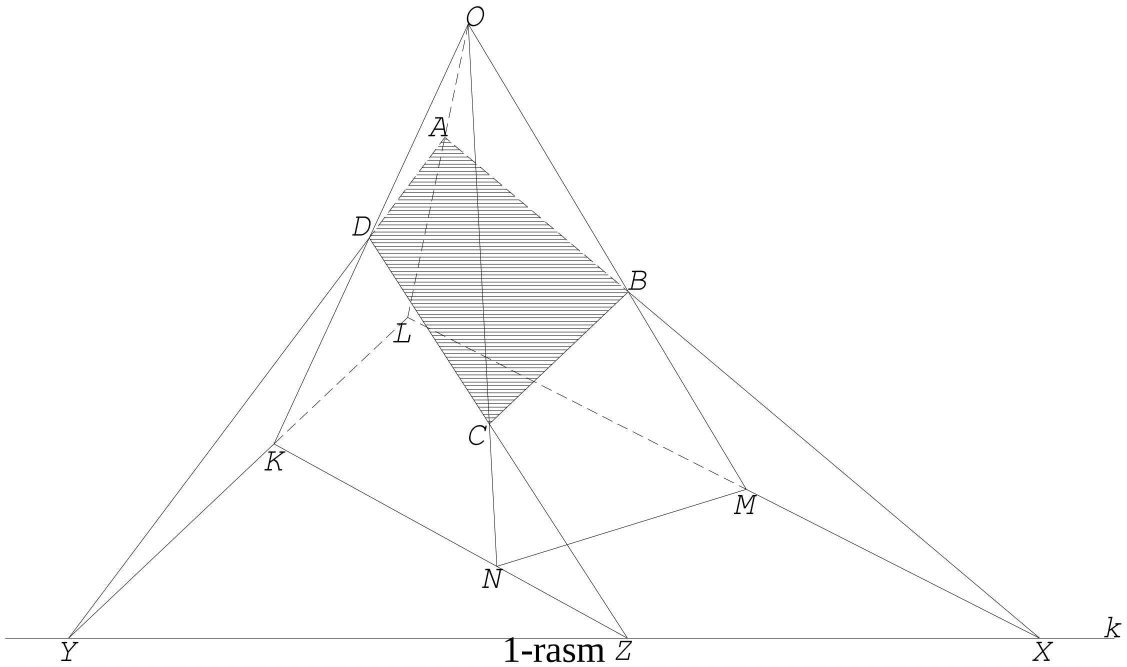
Keltiriladigan masalalar asosan maktab, kollej va litsey o'qituvchilarini qiziqtiradigan, iqtidorli o'quvchilar, abituriyent va talabalar o'rtasida bahs munozaralariga sabab bo'lgan yuqori tipdagi masalalar (bu yerda har qanaqa metodlar uchun 3-tipdan yuqorisi nazarda tutilyapti) yechimi ko'rsatiladi.

Faqat chizg'ich yordamida yechiladigan geometrik masalalarni ko'rib chiqamiz.

Chizg'ich yordamida uning qo'shimchalarisiz yechilishini talab qiladigan geometrik masalalarga to'xtalamiz. Shu sabablidan biz chizma geometriyaning mos "pozitsion masala"lariga murojaat qilamiz. Pozitsion masalalar ta'rifiga asosan bu yerda 2 geometrik obrazning joylashish vaziyatiga nisbatan ularning kesishuvidan hosil bo'ladigan 3-geometrik obrazni topishimiz talab qilinadi. Biz to'g'ri chiziqlarni o'zaro kesishuvi, to'g'ri chiziq va tekislikning kesishuvi, tekisliklarning o'zaro kesishuvidan hosil bo'ladigan sodda kesimlarni emas, balki biz bilgan fazodagi ko'pburchak va uni kesib o'tuvchi tekislikning kesimini yasash bilan shug'ullanamiz.

Aytaylik, ko'pyoqni biror tekislik kesib o'tgan bo'lsin. Ko'pyoqning kesimi deb ko'pyoqning kesuvchi tekislikka tegishli nuqtalaridan iborat geometrik shaklga aytiladi. Shu kabi masalalarni ko'rib chiqamiz.

1) $\boldsymbol{OKLMN}$ piramidaning $\boldsymbol{OL}$ qirrasining $\boldsymbol{A}$ nuqtasi va piramidaning $\boldsymbol{KLMN}$ asosi tekisligida yotuvchi $\boldsymbol{k}$ to'g'ri chiziqdan o'tuvchi $\boldsymbol{b}$ tekislik bilan kesganda hosil bo'ladigan kesimni yasang.



1-rasm

<u>Yasash.</u> Bizga ma'lumki tekislikni yasash uchun uning bir to'g'ri chiziqda yotmagan 3 nuqtasi yoki bo'masa, unda yotuvchi biror $\boldsymbol{k}$ va $\boldsymbol{A}$ nuqtasi berilishi yetarli ($\boldsymbol{A} \notin \boldsymbol{k}$). $\boldsymbol{LM}$ va $\boldsymbol{k}$ to'g'ri chiziqlar kesishadigan nuqtani topamiz. Bu nuqta $\boldsymbol{k}$ to'g'ri

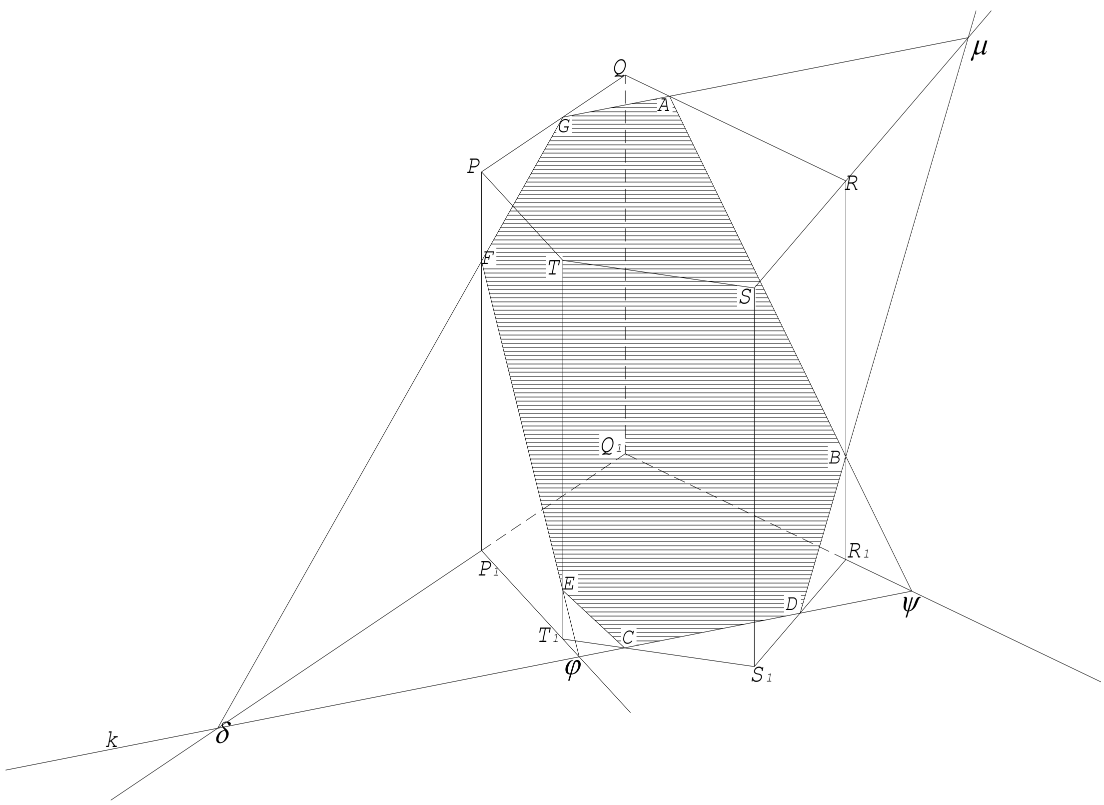
chiziqda yotganligi uchun $\boldsymbol{b}$ tekislikka tegishli. Shuningdek, bu nuqta $\boldsymbol{LM}$ to'g'ri chiziqda yotgani uchun $\boldsymbol{LOM}$ yoqqa ham tegishli. $\boldsymbol{A}$ nuqta bu ikki tekislikning har ikkisiga ham tegishli. Shuning uchun, $\boldsymbol{b}$ tekislik $\boldsymbol{LOM}$ tekislikni $\boldsymbol{AX}$ to'g'ri chiziq bo'yicha, $\boldsymbol{LOM}$ yoqni esa $\boldsymbol{AB}$ kesma bo'yicha kesib o'tadi. Xuddi shu kabi, $\boldsymbol{b}$ tekislikning $\boldsymbol{OLK}$ yoqni kesib o'tadigan $\boldsymbol{Y}$ va $\boldsymbol{D}$ nuqtalarni va $\boldsymbol{AD}$ kesmani aniqlaymiz. So'ngra $\boldsymbol{Z}$ va $\boldsymbol{C}$ nuqtalar va $\boldsymbol{DC}$ va $\boldsymbol{BC}$ kesmalarni aniqlaymiz. Natijada, hosil bo'lgan $\boldsymbol{ABCD}$ to'rtburchak izlanayotgan kesimdan iborat bo'ladi.

2) $\boldsymbol{PQRSTP_1Q_1R_1S_1T_1}$ beshburchakli prizmaning qirralarida $\boldsymbol{A, B, C}$ nuqtalar quyidagicha olingan: $\boldsymbol{RA:AQ = 4:1; RB:BR_1 = 3:1; S_1C:CT_1 = 2:1;}$ $\boldsymbol{ABC}$ tekislikning prizma bilan kesishishidan hosil bo'lgan kesimni yasang.

<u>Yasash.</u> Avvalambor berilgan shart bo'yicha berilgan ko'pyoqning qirralaridan A, B, C nuqtalarni topib olaylik. Oldingi masaladan farqli ravishda ko'pyoq turgan tekislik va uni kesib o'tishidan hosil bo'lgan to'g'ri chiziq berilmaganligi bois uni topib olaylik.

To'g'ri chiziqni topish uchun uning 2 nuqtasi topilishi kifoya. Shu boisdan $P_1Q_1R_1S_1T_1$ tekislikni ko'pyoq yotgan tekislik deb olib bu tekislikka tegishli C nuqta kesishuvchi tekislikka ham tegishli nuqta hisoblanganligi bois C nuqtadan farqli boshqa bir nuqtasini topsak bo'ldi.

AB to'g'ri chiziq QRR_1Q_1 tekisligiga tegishli bo'lganligi boisi Q_1R_1 to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtasini ψ bilan belgilaylik.

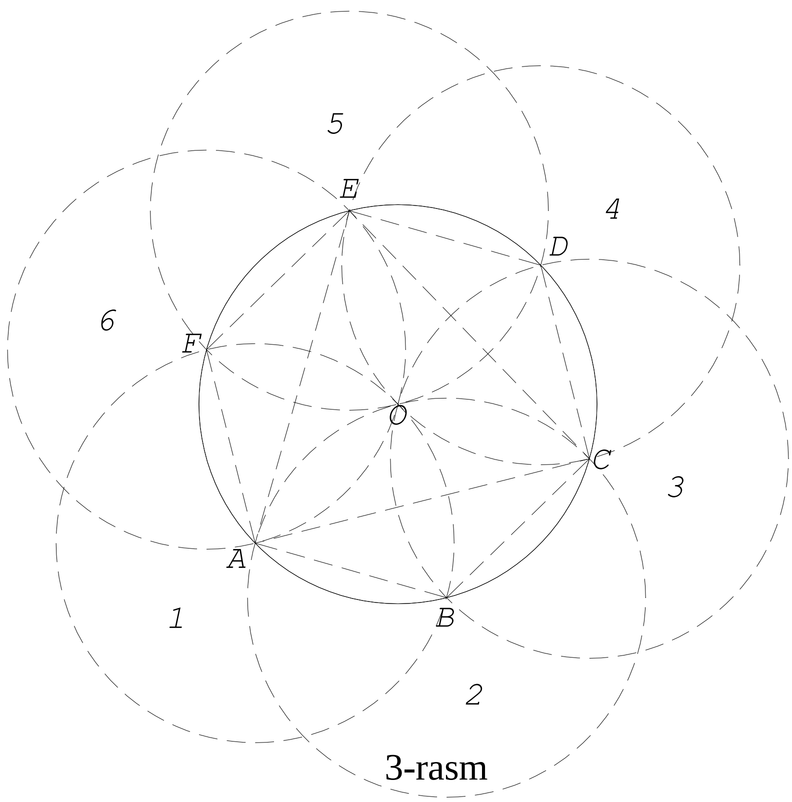


2-rasm

C va ψ nuqtalarning kesishishidan hosil bo'lgan k to'g'ri chiziq bilan S_1R_1 kesmaning kesishishidan kesimning D nuqtasi ma'lum bo'lib, DB to'g'ri chiziqning $PQRST$ tekislikka tegishli SR to'g'ri chiziqning kesishuvidan hosil bo'lgan M nuqta bilan A nuqtaning kesishishidan hosil bo'lgan to'g'ri chiziqning PQ to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtasi kesimning G nuqtasini beradi. G nuqta PQQ_1P_1 tekislikka ham tegishli bo'lganligi bois k to'g'ri chiziqning P_1Q_1 to'g'ri chiziq bilan kesishuvidan hosil bo'lgan nuqtani G nuqta bilan kesishuvidan paydo bo'lgan to'g'ri chiziqning PP_1 to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtasi F nuqta bo'lib, u ham kesimning bir nuqtasi hisoblanadi. Shu yo'l bilan qolgan TT_1 chiziqdan E nuqtani topib olamiz. Hosil bo'lgan $ABDCEFG$ ko'pburchak berilgan ko'pyoqning kesimidir.

3) Faqat sirkuldan foydalanib muntazam uchburchak va muntazam oltiburchak yasang.

Yasash. Ixtiyoriy r radiusli aylana chizib olamiz va bu aylananing biror A nuqtasidan r radiusli aylana chizamiz. Berilgan aylanalar kesishish nuqtalarini markaz qilib shunday radiusli aylanalarni chizib borayveramiz. Bunda birinchi aylanani kesib o'tuvchi ja'mi 6 ta aylana(ustma ust tushmaydigan) hosil bo'lib, bularning kesishish nuqtalarini birin ketinlikdagi kesishuvchi nuqtalari muntazam oltiburchakning 6 ta qirralari bo'yicha yasaydi. Raqamlashtirish natijasida tartiblangan 6 nuqtaning toq o'rindagilarini (yoki juft) tutashtirilishidan hosil bo'ladigan shakl izlanuvchi muntazam uchburchakni beradi. O'z o'zidan ayonki har bir aylananing radiusi r ga teng bo'lganligi bois r tomonli muntazam oltiburchak va $\sqrt{3}r$ ga teng muntazam uchburchak hosil bo'lar ekan.



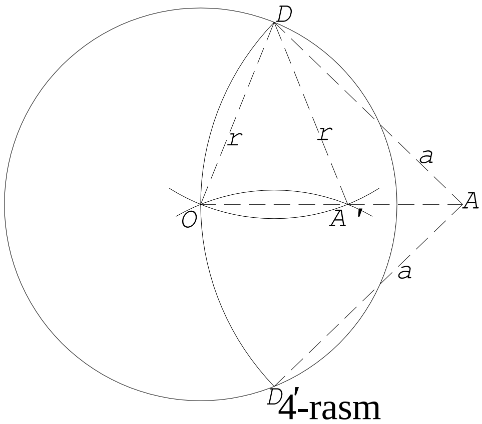
3-rasm

4) Berilgan $\omega(O, r)$ inversion aylananing tashqarisidagi A nuqtasiga mos inversion A' nuqtasini toping.

Yasash. Bizga ma'lum A nuqtani markaz qilib $\omega(A, |OA|)$ aylana chizib olamiz. $\omega(A, |OA|) \cap \omega(O, r) \equiv \{D, D_1\}$.

Hosil bo'lgan D va D_1 nuqtalarni markaz qilib radiusi $|OD|$ ga teng aylanalar chizamiz. $\omega(D, |OD|) \cap \omega(D_1, |OD|) \equiv \{A'\}$. A', A ga inversion nuqtadir.

Isbot. $\triangle AOD$ va $\triangle A'OD$ teng yonli hamda $\angle DOA' = \angle DOA$ munosabat o'rinli bo'lganligi bois $\triangle AOD$ va $\triangle A'OD$ lar o'xshash, shu bilan birga ular orasida quyidagi; $|OA|:|OD| = |OD|:|OA'|$ munosabat o'rinli. Bu munosabatdan $|OA|:|OA'| = |OD|^2 = r^2$ ekanligi ma'lum bo'ladi. Bundan A' nuqta inversiya shartini qanoatlantirishi va berilgan inversion nuqtaga mos ekanligi isbotlanadi.



4-rasm

O'quvchilarni yuqorida keltirilgan masalalarni yechishga o'rgatish ularning dunyoqarashlarini kengayishiga [1-4] va geometrik figuralarni tasavvur qilish ko'nikmalarini rivojlanishiga yordam beradi. Ushbu masalalarni maxsus to'garaklarda o'rgatish tavsiya qilinadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR (REFERENCES)

1. Mamatov D. «Kompyuter grafikasi», Navro'z nashriyoti, Toshkent, 2017.
2. Муродов Ш., Хакимов Л., Одилов П., Шомуродов А., Жумаев М. «Чизма геометрия курси», Тошкент, «Укитувчи», 1988.
3. Фетисов А.И. «Геометрия в задачах», Москва, «Просвещение», 1977.
4. Аргунов Б.И., Балк М.Б. «Геометрические построения на плоскости», Москва, 1957.